

"УТВЕРЖДАЮ"

И. о. декана Механико-математического
факультета ФГБОУ ВО

«МГУ имени М. В. Ломоносова»
доктор физико-математических наук,
профессор



В. Н. Чубариков

2016 г.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

кафедры дискретной математики
Механико-математического факультета
ФГБОУ ВО «Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова»

по диссертации Андреева Александра Андреевича
«О сложности функций многозначной логики
в некоторых неполных базисах»

на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.09 – дискретная математика
и математическая кибернетика

Диссертация Андреева Александра Андреевича «О сложности функций многозначной логики в некоторых неполных базисах» выполнена на кафедре дискретной математики Механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова».

В период подготовки диссертации соискатель работал на полставки инженером-программистом ЗАО «ЭЛВИС-НеоТек».

В 2012 г. окончил ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова» по специальности «Математика».

В 2015 г. окончил очную аспирантуру по кафедре дискретной математики Механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова».

Удостоверение № 2665 о сдаче кандидатских экзаменов выдано в 2016 году отделением математики Механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова».

Научный руководитель Кочергин Вадим Васильевич, д. ф.-м. н., профессор кафедры дискретной математики Механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова».

Присутствовали: заведующий кафедрой, д. ф.-м. н., профессор О. М. Касим-Заде, д. ф.-м. н., профессор М. Д. Ковалёв, д. ф.-м. н., профессор Р. М. Колпаков, д. ф.-м. н., профессор В. В. Кочергин, д. ф.-м. н., профессор А. В. Чашкин, к. ф.-м. н., доцент О. С. Дудакова, к. ф.-м. н., доцент Ю. В. Таранников, к. ф.-м. н., ассистент Ю. А. Комбаров.

Повестка дня: обсуждение диссертационной работы выпускника аспирантуры кафедры дискретной математики Механико-математического факультета ФГБОУ ВО

«Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова» Андреева Александра Андреевича «О сложности функций многозначной логики в некоторых неполных базисах», представленной на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика.

Слушали: доклад диссертанта Андреева Александра Андреевича.

Представленная диссертационная работа является исследованием в области дискретной математики и математической кибернетики.

Целью настоящей работы является разработка новых методов получения высоких нижних оценок сложности и глубины реализации функций многозначной логики формулами и схемами из функциональных элементов над неполными системами.

Диссертация состоит из введения, трёх глав основного текста, заключения и списка литературы.

Во введении дан краткий обзор результатов, связанных с получением высоких конструктивных нижних оценок сложности функций k -значной ($k \geq 2$) логики, обоснована актуальность темы и научная новизна полученных результатов, а также сформулированы основные результаты, представленные в диссертационной работе.

В первой главе изложен метод получения нижней оценки сложности реализации конструктивно заданной последовательности функций формулами над некоторым неполным конечным базисом, асимптотически превосходящей величину 2^{3^n} , где n — количество переменных у функции. Это сделано на примере последовательности функций десятизначной логики. В процессе доказательства основной теоремы главы также получена оценка на глубину исследуемых функций.

Во второй главе показывается как уменьшить «значимость» логики с качественным сохранением результатов, полученных в предыдущей главе. Так, для любого натурального числа k , не меньшего пяти, в явном виде построен неполный базис функций k -значной логики и указана конкретная последовательность функций, сложность реализации которых формулами над этим базисом растёт быстрее, чем $2^{(k-3)^n}$, где n — число переменных у функции.

В третьей главе исследуется сложность реализации функций многозначной логики формулами над некоторыми неполными бесконечными базисами. Приведён пример двух базисов, конечного и бесконечного, порождающих один и тот же замкнутый класс, для которого функции Шеннона глубины и сложности реализации формулами над указанными базисами попарно асимптотически равны (и при этом растут соответственно экспоненциальным и сверхэкспоненциальным образом от числа переменных), при этом каждая функция, входящая в бесконечный базис, используется хотя бы в одной минимальной формуле, на которой достигается значение функции Шеннона. Помимо этого в главе построен пример бесконечного базиса и последовательности функций трёхзначной логики, глубина (а, следовательно, и сложность реализации схемами из функциональных элементов) которых над этим базисом ограничена снизу величиной 2^{n-1} , где n — число переменных у функции. Кроме того, построен пример бесконечного базиса и последовательности функций четырёхзначной логики, сложность реализации которых над этим базисом превосходит $n2^{2^{n-1}}$, где n — количество переменных у функции.

В качестве рецензента выступил д. ф.-м. н., профессор А. В. Чашкин. Он подчеркнул актуальность решённых задач в области получения конструктивных нижних оценок сложности реализации функций многозначной логики формулами и схемами из функциональных элементов, а также существенные сложности, возникающие при их

решении. Он предложил рекомендовать диссертацию к защите.

В дискуссии принял участие д. ф.-м. н., профессор Р. М. Колпаков. Он отметил интерес к тематике данной работы и оригинальность методов решения поставленных задач. Кроме того, он высказал мнение, что диссертация удовлетворяет требованиям, предъявляемым к диссертациям, и поддержал рекомендацию диссертации к защите.

Научный руководитель д. ф.-м. н. В. В. Кочергин подчеркнул актуальность тематики, новизну и содержательность представленных результатов, а также значительные трудности, сопутствовавшие их получению. Кроме того, он отметил владение автором классическими методами и приёмами и умение разрабатывать новые, а также высказал мнение, что полученные результаты являются значительным продвижением в области получения высоких конструктивных нижних оценок сложности.

По итогам обсуждения принято следующее заключение:

Представленная диссертация является самостоятельно выполненной, законченной научно-исследовательской работой, посвященной решению актуальных задач в области одного из основных разделов дискретной математики и математической кибернетики — теории синтеза и сложности управляющих систем.

Научные результаты диссертации, выносимые на защиту, получены автором лично, являются новыми и обоснованы в виде строгих математических доказательств. Результаты других авторов, упомянутые в тексте диссертации, отмечены соответствующими ссылками.

В диссертации получены следующие основные результаты:

1. Получены нижние оценки сложности реализации формулами над заданными в явном виде неполными базисами функций шести- и более значной логики, растущие асимптотически быстрее, чем 2^{3^n} , где n — число переменных у функции.

2. Получены нижние оценки глубины реализации формулами над заданными в явном виде неполными базисами функций шести- и более значной логики, имеющие порядок роста 3^n , где n — число переменных у функции.

3. Приведён пример конечного и бесконечного базисов функций k -значной логики ($k \geq 5$), таких, что они порождают один и тот же замкнутый класс, функции Шеннона глубины и сложности реализации формулами над этими базисами попарно асимптотически равны (и при этом растут, соответственно, экспоненциально и сверхэкспоненциально), причём каждая функция бесконечного базиса используется хотя бы в одной минимальной формуле, реализующей функцию, на которой достигается значение функции Шеннона.

4. Построен бесконечный базис функций трёхзначной логики и предъявлена конкретная последовательность функций, такая, что глубина (а, следовательно, и сложность реализации схемами из функциональных элементов) функций из этой последовательности ограничена снизу величиной 2^{n-1} , где n — число переменных у функции.

5. Построен бесконечный базис функций четырёхзначной логики и предъявлена конкретная последовательность функций, такая, что асимптотика роста сложности реализации формулами над этим базисом функций данной последовательности превосходит $n2^{2^{n-1}}$, где n — число переменных у функции.

Методы исследования: в работе используются методы дискретной математики и математической кибернетики, в частности, методы теории синтеза и сложности управляющих систем, теории функциональных систем и теории графов, а также методы математического анализа.

Апробация диссертации

Результаты диссертации докладывались автором на следующих семинарах Механико-математического факультета МГУ имени М. В. Ломоносова и всероссийских и международных конференциях:

- 1) семинар «Функции многозначной логики и смежные вопросы» под руководством проф. А. Б. Угольников, проф. Р. М. Колпакова и проф. С. Б. Гашкова (несколько раз в 2010–2012 гг.);
- 2) семинар «Синтез и сложность управляющих систем» под руководством проф. О. М. Касим-Заде (2014 г.);
- 3) XIX международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов 2012» (Москва, 2012 г.);
- 4) XI международный семинар «Дискретная математика и её приложения», посвящённый 80-летию со дня рождения академика О. Б. Лупанова (Москва, 2012 г.);
- 5) IX молодёжная научная школа по дискретной математике и её приложениям (Москва, 2013 г.);
- 6) IX международная конференция «Дискретные модели в теории управляющих систем» (Москва и Подмосковье, 2015 г.);
- 7) X молодёжная научная школа по дискретной математике и её приложениям (Москва, 2015 г.).

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах автора:

1. Андреев А. А. Об одной последовательности функций многозначной логики // Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика. 2011. №6. С. 52–57.
2. Андреев А. А. О нижних оценках сложности для некоторых последовательностей функций многозначной логики // Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика. 2013. №6. С. 25–30.
3. Андреев А. А. О нижних оценках сложности функций многозначной логики над бесконечными базисами // Прикладная дискретная математика. 2015. №3. С. 5–16.
4. Андреев А. А. Об одной последовательности функций многозначной логики // Мат-лы XI Междунар. семинара «Дискретная математика и ее приложения». М.: Изд-во ЦПИ при механико-математическом факультете МГУ, 2012. С. 88–90.
5. Андреев А. А. О нижних оценках сложности функций многозначной логики в бесконечных базисах // Труды IX Междунар. конференции «Дискретные модели в теории управляющих систем». М.: Изд-во «МАКС Пресс», 2015. С. 19–22.
6. Андреев А. А. Точная сверхэкспоненциальная оценка сложности для одной последовательности функций многозначной логики // Мат-лы IX Молодёжной научной школы по дискретной математике и ее приложениям. М.: Изд-во ИПМ им. М. В. Келдыша, 2013. С. 15–17.

7. Андреев А. А. О сложности функций многозначной логики в бесконечно-порождённых классах // Мат-лы X Молодёжной школы по дискретной математике и ее приложениям. М.: Изд-во ИПМ им. М. В. Келдыша, 2015. С. 5–9.

Работ, написанных в соавторстве, нет.


Диссертация к защите представляется впервые.

Диссертация «О сложности функций многозначной логики в некоторых неполных базисах» Андреева Александра Андреевича **рекомендуется к защите** на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика — для защиты на диссертационном совете Д.501.001.84, созданного на базе ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова».

Заключение принято на заседании кафедры дискретной математики Механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова».

Присутствовали на заседании 8 чел. Результаты голосования: «за» — 8 чел., «против» — нет, «воздержалось» — нет, протокол № 8 от 19 октября 2016 года.

Заведующий кафедрой
дискретной математики,
д. ф.-м. н., профессор

 / О. М. Касим-Заде /

Учёный секретарь кафедры
дискретной математики
к. ф.-м. н., доцент

 / О. С. Дудакова /