

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор Федерального  
государственного учреждения  
«Федеральный исследовательский  
центр "Информатика и управление"  
Российской академии наук»

И. А. Соколов

« 5 » июня 2017 г.

### ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

на диссертационную работу **Муромской Анастасии Андреевны**  
«Некоторые стохастические модели актуарной математики»,  
представленную на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук по специальности  
01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика

**Актуальность темы диссертации.** Диссертационная работа посвящена изучению моделей деятельности страховых компаний. Основными объектами исследования являются оптимальные стратегии перестрахования и стратегии выплаты дивидендов. Одна из первых моделей деятельности страховых компаний была описана в начале XX века в работах Г. Крамера и Ф. Лундберга. С тех пор изучением и моделированием основных принципов работы страховых компаний занимались и продолжают заниматься многие исследователи. Например, Шмидли, Хипп и Вогт рассмотрели задачи поиска оптимальных с точки зрения максимизации вероятности неразорения стратегий перестрахования среди договоров квотного перестрахования и перестрахования эксцедента убытка. Оптимальные стратегии выплаты дивидендов изучали Гербер, Шиу, Альбрехер, Аванци и другие математики. В совсем недавних работах Марчиняк и Палмовски получили достаточные условия оптимальности барьерных стратегий выплаты дивидендов для некоторых новых моделей риска. Таким образом, тема диссертации А. А. Муромской безусловно является актуальной.

**Научная новизна и основные результаты диссертации.** Результаты, изложенные в диссертационной работе А. А. Муромской, являются новыми и



связаны с исследованием различных стохастических моделей страхового бизнеса. В диссертации доказано существование оптимальной стратегии перестрахования и получено уравнение Гамильтона-Якоби-Беллмана для нахождения максимальной вероятности неразорения в модели с комбинированными договорами страхования без строгих ограничений на вид перестраховочного договора (в отличие от существующих на данный момент результатов). Найдены и решены интегро-дифференциальные уравнения, которым удовлетворяет математическое ожидание суммарных выплаченных дисконтированных дивидендов в модели с часто применяемым на практике договором перестрахования эксцедента убытка с ограниченной ответственностью перестраховщика в комбинации с квотным договором перестрахования. Подобный тип перестраховочной защиты для акционерных страховых компаний не рассматривался ранее в математической литературе. Кроме того, А. А. Муромская исследовала математическое ожидание выплаченных дивидендов и вероятность разорения в новой модели со ступенчатой стратегией выплаты дивидендов, которая имеет ряд преимуществ перед такой классической стратегией выплаты дивидендов, как барьерная стратегия с постоянным уровнем барьера. В частности, было получено обобщение неравенства Лундберга для вероятности разорения.

Диссертация состоит из введения, где приводится обзор литературы по обозначенной тематике и изложено краткое содержание работы, а также трех глав, заключения и списка литературы, включающего 74 наименования.

В первой главе диссертации предполагается, что страховая компания продает договоры комбинированного страхования. При этом каждый из  $k \geq 2$  рисков в рамках одного договора страхования может быть перестрахован в соответствии со своим произвольным типом перестрахования, параметры которого изменяются с течением времени. Таким образом, рассмотренная в первой главе модель является обобщением моделей, исследованных другими авторами, поскольку она допускает, что застрахованы сразу несколько рисков, и на множество допустимых стратегий перестрахования наложены слабые ограничения. Основной задачей компании является поиск стратегии перестрахования, максимизирующей вероятность неразорения. В условиях указанной модели диссертанткой был найден вид уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана и было доказано, что у данного уравнения существует единственное решение и что это решение обладает рядом важных и естественных свойств. Применяя методы из теории мартингалов и генераторов марковских процессов, А. А. Муромская установила связь между решением уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана и искомой вероятностью неразорения в случае применения



оптимальной стратегии перестрахования. На основе полученных теоретических результатов на численных примерах было продемонстрировано нахождение оптимальной стратегии перестрахования для независимых и зависимых рисков. При построении численных примеров для зависимых рисков использовался такой математический аппарат как копулы.

Во второй главе А. А. Муромская изучает деятельность акционерной страховой компании, выплачивающей дивиденды. Предполагается, что страховая компания использует барьерную стратегию выплаты дивидендов и комбинацию кватного перестрахования и перестрахования эксцедента убытка с ограниченной ответственностью перестраховщика. Получены интегро-дифференциальные уравнения для математического ожидания суммарных дисконтированных дивидендов, и для некоторых типов распределения исходных исков данные уравнения сведены к дифференциальным. Для этих случаев приведен и проиллюстрирован на примерах алгоритм нахождения явного вида величины суммарных выплаченных до разорения дисконтированных дивидендов как функции от начального капитала.

В третьей главе диссертантка исследует новый тип стратегий выплаты дивидендов, а именно, барьерные стратегии со ступенчатыми функциями барьеров. Согласно данным стратегиям уровень барьера может увеличиваться после каждого поступившего требования. Используя методы теории вероятностей, А. А. Муромская обобщает неравенство Лундберга для вероятности разорения на случай применения ступенчатой стратегии выплаты дивидендов в рамках классической модели риска Крамера-Лундберга и в рамках модели Спарре Андерсена. Удастся также найти явные примеры ступенчатых стратегий, при использовании которых вероятность неразорения больше нуля. Кроме того, в третьей главе выведена формула для нахождения математического ожидания дисконтированных дивидендов, выплаченных акционерам в соответствии с указанной стратегией выплаты дивидендов.

В заключении к диссертации приводится список основных полученных результатов и возможные направления дальнейших исследований.

**Критический анализ диссертации.** Имеются следующие замечания:

1. Использованные в первой главе обозначения вида  $F_{\sum_{j=1}^k \rho_j}(Y_j, d^{*j}(x_0 - \delta))(y)$  неудачны, следовало бы найти им более компактную замену.

2. Небольшое число наложенных ограничений на использованные в работе величины следовало бы обосновать более подробно, например, ограничения на параметры  $\theta_1$  и  $\theta_2$  вида  $\theta_1 > \theta$  и  $\theta_2 > \theta$  на стр. 53 и условия  $d + l < h$  и  $b > (h - l)a$  на стр. 63.
3. Фразу «применим оператор  $\left(\frac{d}{dx} + \beta a^{-1}\right)$  ко всем слагаемым (2.5)» в начале доказательства теоремы 2.2 следовало бы переформулировать как «применим оператор  $\left(\frac{d}{dx} + \beta a^{-1}\right)$  к обеим частям уравнения (2.5)».

**Достоверность результатов диссертации.** Приведенные выше замечания не влияют на окончательную положительную оценку диссертационной работы. А. А. Муромская проявила хороший уровень владения вероятностной техникой и методами теории случайных процессов. Результаты, представленные в работе, являются новыми и снабжены аккуратно изложенными и корректными математическими доказательствами.

**Научная и практическая значимость.** Диссертанткой получены оригинальные результаты, вносящие вклад в развитие актуарной математики. Результаты диссертационной работы, несомненно, будут интересны для специалистов по теории вероятностей, теории случайных процессов и математической теории страхования и могут быть использованы в научной работе в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, в Санкт-Петербургском государственном университете, в Высшей школе экономики и других научных организациях, а также на практике в работе страховых компаний в России и за рубежом.

**Полнота опубликования основных результатов диссертации.** Результаты диссертации опубликованы в 12 работах, в числе которых 3 статьи и 1 тезисы конференции в журналах, включенных в перечень рецензируемых научных изданий ВАК. Основные результаты прошли апробацию на многих международных конференциях. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

**Заключение.** Диссертационная работа А. А. Муромской является завершенным научным исследованием и содержит решение ряда актуальных задач актуарной математики. Диссертация удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» Высшей аттестационной



комиссии Министерства образования и науки Российской Федерации, а ее автор, Муромская Анастасия Андреевна, заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика.

Отзыв обсужден и одобрен на заседании семинара Отдела №17 «Информационных технологий управления» Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук (ФИЦ ИУ РАН от 31 мая 2017 (протокол № 1).

Заместитель директора Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук (ФИЦ ИУ РАН), главный научный сотрудник отдела информационных технологий управления ФИЦ ИУ РАН

д.ф.-м.н.



С.Я.Шоргин

31 мая 2017 года

Шоргин Сергей Яковлевич, доктор физико-математических наук по специальности 08.00.13 - Математические и инструментальные методы экономики; профессор по кафедре экономико-математических методов.

Телефон 8(499)135-78-98, e-mail [sshorgin@ipiran.ru](mailto:sshorgin@ipiran.ru)

Ведущий научный сотрудник отдела информационных технологий управления ФИЦ ИУ РАН

к.ф.-м.н.



А.К.Горшенин

31 мая 2017 года

Горшенин Андрей Константинович, кандидат физико-математических наук по специальности 01.01.05 - теория вероятностей и математическая статистика; доцент по специальности 05.13.18 - математическое моделирование, численные методы и комплексы программ; эксперт Российской академии наук (референтные группы "Математика" и "Компьютерные науки, включая информационные и телекоммуникационные технологии, робототехнику").

Телефон 8(499)135-14-21, e-mail [agorshenin@frccsc.ru](mailto:agorshenin@frccsc.ru)

Федеральное государственное учреждение «Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук» (ФИЦ ИУ РАН)

Адрес: 119333, Москва, Вавилова, д. 44, кор. 2

<http://www.ipiran.ru/>

Тел: +7 (499) 135-62-60

E-mail: [ipiran@ipiran.ru](mailto:ipiran@ipiran.ru)