

ОТЗЫВ

научного руководителя о диссертации

Муромской Анастасии Андреевны

«Некоторые стохастические модели актуарной математики»,

представленной на соискание ученой степени кандидата

физико - математических наук по специальности

01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика

Тематика диссертации относится к важному разделу современной теории вероятностей, математической теории риска, точнее, к той ее части, которая носит название математика страхования или актуарная математика. Страхование играет важную роль в жизни общества, защищая материальные и другие интересы юридических и физических лиц. Страховщики принимают на гарантию риски и занимаются их перераспределением, компенсируя в соответствии с законами теории вероятностей. Устойчивость функционирования любой страховой компании поддерживается перестрахованием, т.е. страхованием страховщиков.

Хорошо известно, что для исследования любой реальной системы или процесса необходимо построить соответствующую математическую модель. Интересно отметить, что стохастические модели страхования, предложенные в начале 20-го века, способствовали возникновению теории случайных процессов. Так, пуассоновский процесс был впервые введен в 1903 году в диссертации Ф.Лундберга для описания потоков требований на выплату возмещений. Поскольку бесперебойная выплата страховых возмещений своим клиентам – главная задача страховой компании, основное внимание исследователей в страховой математике долгое время привлекала вероятность разорения. Иначе говоря, доминировал так называемый надежностный подход. Это потребовало дальнейшего развития теории случайных процессов и создания сложного математического аппарата.

Будучи акционерным обществом, страховая компания имеет и другую цель – получение прибыли и выплата акционерам дивидендов. Этот аспект в 1957г. привлек внимание Б.де Финетти, которого можно считать основоположником стоимостного подхода в актуарной математике. Долгое время данная тематика не была популярна, так как применение барьерной стратегии выплаты дивидендов приводит к неминуемому разорению. Однако в конце 20-го - начале 21-го века изучением таких проблем занялись известные математики и актуарии, в том числе А.Н.Ширяев и М.Жанблан Пике, Х.Гербер и Е.Шиу, Д.Диксон и Х.Уотерс, С.Асмуссен и М.Таксар, Р.Леффен и многие другие. В результате были исследованы различные классы случайных процессов, возникающие как в страховой, так и финансовой математике, и для некоторых из них получены достаточные условия оптимальности барьерной стратегии.

В диссертации А.А.Муромской изучаются модификации моделей Крамера-Лундберга и де Финетти, учитывающие использование перестрахования, а также выплату дивидендов. С математической точки зрения речь идет об исследовании функционалов, заданных на траекториях случайных процессов с непрерывным временем. Диссертанткой была изучена обширная литература и решены интересные и важные задачи теории риска в рамках надежностного и стоимостного подходов.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы, включающего 74 названия. Краткая история вопроса и полученные автором результаты излагаются во введении.

Первая глава «Оптимальная стратегия перестрахования в модели с комбинированным страхованием» посвящена нахождению динамической стратегии перестрахования, максимизирующей вероятность неразорения в предположении, что наступление одного страхового

случая влечет за собой выплаты сразу по нескольким рискам. Тем самым обобщаются результаты, полученные ранее А.Н.Громовым, Х.Шмидли, Ц.Хиппом и М.Вогтом, которые предполагали, что речь идет лишь об одном риске. В отличие от работы Ю.Ли и Г.Лиу, которые рассматривали случай двух рисков и возможность пропорционального перестрахования, в данной главе изучается обобщение модели Крамера-Лундберга на случай $k \geq 2$ рисков, при этом могут применяться различные комбинации пропорционального и непропорционального перестрахования. Это значительно усложнило доказательства и потребовало от автора большой изобретательности. Как обычно для задач стохастической оптимизации, исследование начинается с вывода уравнения Гамильтона - Якоби - Беллмана и доказательства существования и единственности его решения (теорема 1.1). Затем устанавливается связь между этим решением и максимальной вероятностью неразорения (теорема 1.2). Теоретические результаты иллюстрируются численным моделированием. Сначала рассмотрен случай двух независимых экспоненциально распределенных рисков, причем к одному из них применяется перестрахование эксцедента убытка, а к другому кватное перестрахование. Приведены графики для максимальной вероятности неразорения и оптимальных параметров перестрахования как функций от капитала компании. Аналогичные результаты получены для случая зависимых рисков. При этом для моделирования зависимости использована копула Гумбеля-Хоугаарда. В частности, определенный выбор параметра копулы дает возможность сравнить случаи зависимости и независимости рисков.

Вторая глава «Дисконтированные дивиденды страховых компаний, использующих перестрахование» посвящена изучению математического ожидания дисконтированных дивидендов, выплаченных акционерам до момента разорения при использовании барьерной стратегии и перестрахования. Предполагается, что до выплаты дивидендов изменение капитала страховой компании описывается моделью Крамера-Лундберга. В отличие от предшествующих работ (например, Н.Карапетян или М.Мниф и А.Сулем), касающихся выплаты дивидендов при наличии лишь одного вида перестрахования, пропорционального или непропорционального, в диссертации рассматривается возможность одновременного использования двух перестраховщиков, один из которых предоставляет перестрахование эксцедента убытка с ограниченной ответственностью, а другой кватное перестрахование. При указанных условиях получены интегро-дифференциальные уравнения для ожидаемых дисконтированных дивидендов (теорема 2.1). Эти уравнения удается свести к дифференциальным уравнениям второго порядка в двух случаях: распределение требований на возмещение является экспоненциальным (теорема 2.2) или равномерным (теорема 2.3). Выработаны алгоритмы решения полученных дифференциальных уравнений. Исследована зависимость корней характеристических уравнений от параметров перестрахования. Приведены результаты численных расчетов. Таким образом, была проделана большая работа, в том числе, получены интересные результаты о выборе оптимального перестрахования в предположении, что страховые премии подсчитываются по принципу среднего.

Тема третьей главы «Барьерные стратегии выплаты дивидендов со ступенчатой функцией барьера» – исследование вероятности разорения при ступенчатой функции барьера в рамках моделей Крамера-Лундберга и Спарре Андерсена. Как уже упоминалось, при использовании барьерной стратегии выплаты дивидендов с постоянным барьером вероятность разорения равна единице. Основным достижением А.А.Муромской является получение аналога неравенства Лундберга в модели Спарре Андерсена для барьерной стратегии с растущими ступенями (теорема 3.1). Приведены явные примеры стратегий, обеспечивающих вероятность разорения строго меньшую единицы. Для модели Крамера-Лундберга удалось получить более сильное неравенство (теорема 3.2). В свою очередь теоремы 3.3 и 3.4, выявляющие соотношения между ожидаемыми дивидендами, соответствующими стратегиям с различным числом растущих ступеней, позволили установить, при каких условиях выплаченные дивиденды при ступенчатой стратегии (b_1, \dots, b_n) оказываются больше, чем

при постоянном барьере b_1 .

Диссертация «Некоторые стохастические модели актуарной математики» является научно-квалификационной работой, в которой решены важные нетривиальные задачи математической теории страхования и тем самым внесен существенный вклад в развитие теории. Полученные результаты могут найти применение как в теоретических исследованиях в области математической теории риска, так и при решении прикладных задач, в страховой практике. Все результаты получены автором самостоятельно. Основное содержание диссертации своевременно и полно опубликовано.

Диссертация А.А. Муромской является завершенным научным исследованием и несомненно удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» Высшей аттестационной комиссии Министерства образования и науки Российской Федерации, а ее автор, Муромская Анастасия Андреевна, заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико - математических наук по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика.

Научный руководитель,
доктор физико - математических наук
по специальности 01.01.05,
профессор кафедры теории вероятностей
механико-математического факультета
ФГБОУ ВО «Московский государственный
университет им. М.В. Ломоносова»

Булинская Екатерина Вадимовна

15 февраля 2017 г.

119234, Москва, Ленинские горы, д. 1,
МГУ, механико-математический факультет,
кафедра теории вероятностей,
e-mail: ebulinsk@yandex.ru; тел. +7(495)939-14-03

Подпись профессора Е.В. Булинской заверяю:
И.о. декана механико - математического факультета МГУ,
доктор физико - математических наук,
профессор



Чубариков Владимир Николаевич