МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Асташов Евгений Александрович

КЛАССИФИКАЦИЯ ПРОСТЫХ РОСТКОВ ЭКВИВАРИАНТНЫХ ФУНКЦИЙ

01.01.04 — геометрия и топология

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2017

Работа выполнена на кафедре высшей геометрии и топологии механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова».

Научный руководитель:	**Гусейн-Заде Сабир Меджидович,** доктор физико–математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Седых Вячеслав Дмитриевич,** доктор физико–математических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Российский государственный университет нефти и газа имени И.М. Губкина», профессор **Эстеров Александр Исаакович,** кандидат физико–математических наук, доцент, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» , доцент
Ведущая организация:	**ФГБОУ ВПО «Владимирский государственный университет имени А.Г. и Н.Г. Столетовых»**

Защита диссертации состоится 26 мая 2017 года в 16^{45} на заседании диссертационного совета Д 501.001.84 при ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова» по адресу: Российская Федерация, 119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1, МГУ имени М. В. Ломоносова, Механико-математический факультет, аудитория 14-08.

С диссертацией можно ознакомиться в Фундаментальной библиотеке ФГБОУ ВО МГУ имени М. В. Ломоносова, по адресу: Ломоносовский проспект, д. 27, сектор А, $8^{\text{й}}$ этаж, и на сайте http://mech.math.msu.su/∼snark/index.cgi, http://istina.msu.ru/dissertations/50293582/

Автореферат разослан 26 апреля 2017 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д 501.001.84 на базе
МГУ имени М.В. Ломоносова,
чл.-корр. РАН

Шафаревич Андрей Игоревич

Общая характеристика работы

Актуальность темы

При рассмотрении многообразий, на которых заданы действия фиксированной группы G, возникает понятие эквивариантного отображения (то есть отображения, сохраняющего действие группы).

Определение 1. Отображение G-многообразий $f\colon M \to N$ называется *эквивариантным* относительно заданных действий группы G, если для каждой точки $x \in M$ и каждого элемента $\sigma \in G$ выполнено равенство

$$f(\sigma \cdot x) = \sigma \cdot f(x).$$

(Символом «$\cdot$» обозначается действие элемента группы G на точку многообразия M или N соответственно.)

В частности, это понятие применимо к аналитическим функциям многих переменных и их росткам, а также к бирациональным автоморфизмам комплексных пространств и их росткам. В случае, когда действие группы G на многообразии N тривиально, отображение f называют *инвариантным* относительно действия группы G на многообразии M.

Задачи, связанные с рассмотрением аналитических функций многих переменных или их ростков, эквивариантных относительно заданной пары комплексных представлений какой-либо конечной абелевой группы G, возникают в алгебраической геометрии, топологии, теории особенностей и других разделах математики. Так, В.И. Арнольд[1] при изучении особенностей функций на многообразиях с краем рассматривал ростки комплексно-аналитических функций многих переменных, инвариантных относительно действия группы $G = \mathbb{Z}_2$ на $\mathbb{C}^n$ по первой координате:

$$(-1) \cdot (z_1, z_2, \ldots, z_n) = (-z_1, z_2, \ldots, z_n).$$

При переходе от многообразия $\mathbb{C}^n$ с краем $z_1 = 0$ к его двулистному накрытию, разветвленному вдоль края (то есть при замене переменных $z_1 = \tilde{z}_1^2$, $z_i = \tilde{z}_i$ при $i \geqslant 2$), росток $f(z_1, \ldots, z_n)$ отображается в росток $f(\tilde{z}_1^2, \tilde{z}_2, \ldots, \tilde{z}_n)$, инвариантный относительно указанного выше действия.

[1] В. И. Арнольд. Критические точки функций на многообразии с краем, простые группы Ли B_k, C_k, F_4 и особенности эволют // Успехи математических наук, 33:5 (1978), 91–107.

При решении задачи описания особенностей каустик Вигнера на оболочках лагранжевых подмногообразий аффинного симплектического пространства В. Домитрж, М. Маноэль и П. де М. Риос[2] рассматривают ростки нечетных функций, то есть функций, эквивариантных относительно нетривиальных скалярных действий группы $G = \mathbb{Z}_2$ на $\mathbb{C}^n$ и на $\mathbb{C}$.

На множестве ростков аналитических функций, эквивариантных относительно заданной пары действий группы G на пространствах $\mathbb{C}^n$ и $\mathbb{C}$, существует естественное отношение эквивалентности.

Определение 2. Два эквивариантных ростка $f, g\colon (\mathbb{C}^n, 0) \to (\mathbb{C}, 0)$ будем называть *эквивариантно правоэквивалентными* (в дальнейшем для краткости будем называть их просто *эквивалентными*) относительно заданной пары действий группы G, если существует эквивариантный относительно того же действия группы G на $\mathbb{C}^n$ росток бирационального автоморфизма $\Phi\colon (\mathbb{C}^n, 0) \to (\mathbb{C}^n, 0)$, для которого $g = f \circ \Phi$.

Эквивариантные ростки аналитических функций многих переменных с критической точкой в начале координат могут иметь достаточно сложные вырождения (как и в неэквивариантном случае), поэтому классификация таких ростков всегда содержит *модули* (непрерывные параметры). Однако для многих конечных абелевых групп G и их комплексных представлений существуют специальные вырождения, вблизи которых модулей нет; такие вырождения мы будем называть эквивариантно простыми.

Определение 3. Росток эквивариантной функции $f\colon (\mathbb{C}^n, 0) \to (\mathbb{C}, 0)$ с критической точкой $0 \in \mathbb{C}^n$ назовем *эквивариантно простым* относительно заданных представлений группы G, если:

- при всех достаточно больших $r \in \mathbb{N}$ достаточно малая окрестность некоторой (а значит, и любой) точки его орбиты в пространстве r-струй ростков эквивариантных функций $(\mathbb{C}^n, 0) \to (\mathbb{C}, 0)$ пересекается лишь с конечным числом других орбит (такие орбиты называются *примыкающими* к орбите ростка g);

- число примыкающих орбит в пространстве r-струй ростков эквивариантных функций $(\mathbb{C}^n, 0) \to (\mathbb{C}, 0)$ остается ограниченным при $r \to \infty$.

[2]W. Domitrz, M. Manoel, P. de M. Rios. The Wigner caustic on shell and singularities of odd functions // Journal of Geometry and Physics, 71 (2013), 58–72.

Список нормальных форм эквивариантно простых особенностей, тем самым, дает наиболее просто устроенную часть классификации всех эквивариантных особенностей (для данной группы G и ее представлений). В связи с этим возникает общая задача классификации ростков аналитических функций $(\mathbb{C}^n, 0) \to (\mathbb{C}, 0)$, эквивариантно простых относительно различных пар комплексных представлений заданной конечной абелевой группы G.

Решение этой задачи в неэквивариантном случае получено В. И. Арнольдом[3]. Именно, доказано, что росток функции многих переменных в критической точке прост тогда и только тогда, когда он приводится к одной из следующих нормальных форм:

$$\begin{aligned}
A_k:\ & (z_1, \ldots, z_n) \mapsto z_1^{k+1} + z_2^2 + \ldots + z_n^2 && (k \geqslant 1);\\
D_k:\ & (z_1, \ldots, z_n) \mapsto z_1^2 z_2 + z_2^{k-1} + z_3^2 + \ldots + z_n^2 && (k \geqslant 4);\\
E_6:\ & (z_1, \ldots, z_n) \mapsto z_1^3 + z_2^4 + z_3^2 + \ldots + z_n^2; &&\\
E_7:\ & (z_1, \ldots, z_n) \mapsto z_1^3 + z_1 z_2^3 + z_3^2 + \ldots + z_n^2; &&\\
E_8:\ & (z_1, \ldots, z_n) \mapsto z_1^3 + z_2^5 + z_3^2 + \ldots + z_n^2. &&
\end{aligned} \tag{1}$$

В уже упомянутой работе В.И. Арнольда[4] дается классификация простых особенностей, инвариантных относительно действия группы $\mathbb{Z}_2$ на $\mathbb{C}^n$ по первой координате. В этом случае росток инвариантной функции многих переменных в критической точке прост тогда и только тогда, когда он приводится к одной из следующих нормальных форм:

$$\begin{aligned}
B_k:\ & (z_1, \ldots, z_n) \mapsto z_1^{2k} + z_2^2 + \ldots + z_n^2 && (k \geqslant 2);\\
C_k:\ & (z_1, \ldots, z_n) \mapsto z_1^2 z_2 + z_2^{k} + z_3^2 + \ldots + z_n^2 && (k \geqslant 2);\\
F_4:\ & (z_1, \ldots, z_n) \mapsto z_1^4 + z_2^3 + z_3^2 + \ldots + z_n^2. &&
\end{aligned}$$

В. Домитржем, М. Маноэлем и П. де М. Риосом [5] получена классификация простых нечетных особенностей. В частности, доказано, что при $n \geqslant 3$ таких особенностей не существует вовсе, а при $n = 2$ список нормальных

[3] В. И. Арнольд. Нормальные формы функций вблизи вырожденных критических точек, группы Вейля A_k, D_k, E_k и лагранжевы особенности // Функциональный анализ и его приложения, 6:4 (1972), 3–25.

[4] В. И. Арнольд. Критические точки функций на многообразии с краем, простые группы Ли B_k, C_k, F_4 и особенности эволют // Успехи математических наук, 33:5 (1978), 91–107.

[5] W. Domitrz, M. Manoel, P. de M. Rios. The Wigner caustic on shell and singularities of odd functions // Journal of Geometry and Physics, 71 (2013), 58–72.

форм простых нечетных особенностей имеет следующий вид:

$$
\begin{aligned}
D_{2k/2} &: (z_1, z_2) \mapsto z_1^2 z_2 + z_2^{2k-1} \quad (k \geqslant 2);\\
E_{8/2} &: (z_1, z_2) \mapsto z_1^3 + z_2^5;\\
J_{10/2} &: (z_1, z_2) \mapsto z_1^3 + z_1 z_2^4;\\
E_{12/2} &: (z_1, z_2) \mapsto z_1^3 + z_2^7.
\end{aligned}
$$

Имея список нормальных форм простых особенностей, эквивариантных относительно действий некоторой конечной абелевой группы, можно изучать, например, вопрос о том, какие из этих особенностей могут иметь функции, заданные многочленами фиксированной степени, мультистепени или квазистепени. Изучению такого рода вопросов в неэквивариантном случае посвящены некоторые работы Я. Коллара, С.М. Гусейн-Заде, Н.Н. Нехорошева, С.Ю. Оревкова и автора.[6]

Цель работы

Основная цель настоящей работы состоит в классификации с точностью до правой эквивалентности особых ростков функций $(\mathbb{C}^n, 0) \to (\mathbb{C}, 0)$, эквивариантно простых относительно различных представлений циклических групп $\mathbb{Z}_m$ конечного порядка на $\mathbb{C}^n$ и $\mathbb{C}$.

Научная новизна

Результаты диссертации являются новыми. В диссертации получены следующие основные результаты.

1. Получено необходимое условие эквивариантной простоты ростка относительно конечных циклических групп в аналитической и геометрической форме. С его помощью доказано отсутствие эквивариантно

[6] См., например, J. Kollár. An effective Łojasiewicz inequality for real polynomials // Periodica math. hung., 38:3 (1999), 213–221; С. М. Гусейн-Заде, Н. Н. Нехорошев. Об особенностях типа A_k на плоских кривых фиксированной степени // Функциональный анализ и его приложения, 34:3 (2000), 69–70; Е. А. Асташов. Алгебраические кривые фиксированной степени со сложными особенностями // "Дни студенческой науки. Весна-2011." Сборник научных трудов — М.: МЭСИ (2011), 28–38; S. Yu. Orevkov. Some examples of real algebraic and real pseudoholomorphic curves // Perspectives in Analysis, Geometry and Topology. Progr. in Math. 296, Birkhauser/Springer, N. Y. (2012), 355–387; E. A. Astashov. Singularities on complex hypersurfaces of a fixed degree. // Journal of Mathematical Sciences – Springer (2015), 208:1, 1–7; Е. А. Асташов. Об особенностях типа A_k на кривых и поверхностях заданной степени, квазистепени и мультистепени // Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика, 6 (2015), 3–9.

простых ростков в случае согласованных скалярных действий конечной циклической группы на пространствах $\mathbb{C}^n$ и $\mathbb{C}$.

2. Метод полных трансверсалей и теорема о конечной определенности адаптированы для применения к классификации эквивариантно простых особенностей.

3. Получена полная классификация эквивариантно простых ростков функций двух и трех переменных относительно всевозможных нетривиальных действий группы из трех элементов.

4. Получена классификация эквивариантно простых ростков функций многих переменных относительно некоторых нетривиальных действий конечных циклических групп.

Основные методы исследования

В работе используются результаты и методы топологической теории особенностей. Результаты диссертации опираются на работы В. И. Арнольда о классификации простых особенностей в пространстве $\mathbb{C}^n$ и на многообразиях с краем, метод полных трансверсалей для классификации особенностей Дж. Брюса, Н. Кирка и А. Дюплесси, методы теории Морса, а также на некоторые результаты и методы теории особенностей, изложенные в работах В. И. Арнольда, А. Н. Варченко, С. М. Гусейн-Заде. Указанные методы обобщены автором для применения в эквивариантном случае.

Теоретическая и практическая ценность работы

Диссертация имеет теоретический характер. Результаты диссертации могут найти применение при решении задач эквивариантной топологии и теории особенностей.

Апробация работы

Результаты диссертации докладывались на следующих семинарах и конференциях.

1. Семинар «Топология особенностей» под руководством проф. С. М. Гусейн-Заде (Москва, 2014–2016 гг.).

2. Международная школа-семинар “XVII Diffiety school” (Италия, Лиццано ин Бельведере, июль 2014 года).

3. Международная школа-семинар “Géométrie Algébrique en Liberté” (Бельгия, Лёвен, июнь 2015 года).

4. Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных
«Ломоносов-2016» (Москва, апрель 2016 года).

5. Семинар «Алгебраическая топология и её приложения» под руководством чл.-корр. РАН В. М. Бухштабера, проф. А. В. Чернавского, проф. И. А. Дынникова, проф. Т. Е. Панова, доц. Л. А. Алания, проф. А. А. Гайфуллина, доц. Д. В. Миллионщикова (Москва, апрель 2016 года).

6. Международная школа-семинар “Jeunes Singularitistes à Nice” (Франция, Ницца, апрель 2016 года).

7. Международная конференция “DIFF2016” по дифференциальным уравнениям и динамическим системам (Суздаль, июль 2016 года).

8. Международная конференция «Анализ, вероятность и геометрия» (Москва, сентябрь 2016 года).

9. Семинар «Избранные задачи математического анализа и теории чисел» под руководством проф. М. П. Минеева, проф. В. Н. Чубарикова (Москва, ноябрь 2016 года).

Публикации

Все основные результаты диссертации получены автором самостоятельно и опубликованы в работах [1]–[4], список которых приведен в конце автореферата, из них две — в журналах из перечня ВАК.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из шести глав, включая введение, заключения и списка литературы (включающего 23 наименования). Общий объем диссертации составляет 63 страницы.

Краткое содержание работы

Содержание главы 1

В первой главе, являющейся введением, описывается структура диссертации и история рассматриваемых вопросов, определяется область исследования, обосновывается актуальность темы и научная новизна полученных результатов, формулируются основные результаты диссертации.

Содержание главы 2

Во второй главе даётся описание действия конечной циклической группы на комплексном пространстве и соответствующих пространств эквивариантных функций, а также группы эквивариантных автоморфизмов комплексного пространства и ее действий на пространствах струй эквивариантных ростков. Формулируется и доказывается необходимое условие эквивариантной простоты ростка для случая циклической группы простого порядка. С помощью этого условия получается полная классификация эквивариантно простых ростков в случае согласованных скалярных действий конечной циклической группы на прообразе и образе:

Теорема 1. *Пусть группа $G = \mathbb{Z}_m$ действует на $\mathbb{C}^n$ и на $\mathbb{C}$ скалярно умножением на один и тот же примитивный корень степени m из единицы:*

$$\begin{aligned} &\sigma \cdot (z_1, \ldots, z_n) = \left(\exp\left(\frac{2\pi i}{m}\right) z_1, \ldots, \exp\left(\frac{2\pi i}{m}\right) z_n\right); \\ &\sigma \cdot z = \exp\left(\frac{2\pi i}{m}\right) z \\ &(\sigma \in \mathbb{Z}_m \text{— образующая; } z_i \in \mathbb{C}, z \in \mathbb{C}). \end{aligned} \tag{2}$$

При всех $m \geqslant 2$ и $n = 1$ росток g является эквивариантно простым относительно представлений (2) *тогда и только тогда, когда он эквивариантно правоэквивалентен одному из следующих ростков:*

$$A_{ms} : x \mapsto x^{ms+1} \ (s \in \mathbb{N}).$$

При $m = n = 2$ росток g является эквивариантно простым относительно представлений (2) *тогда и только тогда, когда он эквивариантно* *правоэквивалентен одному из следующих ростков:*

$$\begin{aligned} D_{2k/2} &: (z_1, z_2) \mapsto z_1^2 z_2 + z_2^{2k-1} \quad (k \geqslant 2); \\ E_{8/2} &: (z_1, z_2) \mapsto z_1^3 + z_2^5; \\ J_{10/2} &: (z_1, z_2) \mapsto z_1^3 + z_1 z_2^4; \\ E_{12/2} &: (z_1, z_2) \mapsto z_1^3 + z_2^7. \end{aligned}$$

При $\max\{m,n\} \geqslant 3$ *и* $\min\{m,n\} \geqslant 2$ *не существует ростков функций* $(\mathbb{C}^n, 0) \to (\mathbb{C}, 0)$, *эквивариантно простых относительно представлений* (2).

Содержание главы 3

В третьей главе описывается эквивариантный аналог метода полных трансверсалей и формулируется теорема о конечной определенности применительно к классификации эквивариантных ростков. Дается геометрическая интерпретация этой теоремы.

Содержание главы 4

В четвертой главе приводится доказательство основных классификационных результатов для эквивариантно простых особенностей двух переменных в случае действия группы из трех элементов. Результат классификации дается следующим утверждением.

Теорема 2. *Пусть действие группы* $\mathbb{Z}_3$ *на* $\mathbb{C}^2$ *и на* $\mathbb{C}$ *задано формулами*

$$\sigma \cdot (x, y) = (\tau^p x, \tau^q y); \quad \sigma \cdot z = \tau^r z \quad (p, q, r \in \mathbb{N}), \tag{3}$$

где $\sigma \in \mathbb{Z}_3$ *— образующая,* $\tau = \exp(2\pi i/3)$. *Пусть* $f\colon (\mathbb{C}^2, 0) \to (\mathbb{C}, 0)$ *— росток с критической в нуле, эквивариантный относительно представлений* (3) *при некоторых* $p, q, r \in \mathbb{N}$. *Росток* f *является эквивариантно простым относительно этих представлений тогда и только тогда, когда он эквивариантно правоэквивалентен одному из следующих ростков (слева — набор* $(p, q, r) \bmod 3$, *справа — соответствующий список нор-*

мальных форм эквивариантно простых ростков):

$$(0,1,1) \implies \left[\begin{aligned} & xy;\ x^k y + y^4\,(k \geqslant 2);\ x^3 y + y^7; \\ & x^k y + xy^4\,(k \geqslant 3);\ x^2 y + y^{3k+1}\,(k \geqslant 3); \end{aligned}\right. \tag{4}$$

$$(0,1,2) \implies \left[\begin{aligned} & y^2;\ xy^2;\ x^k y^2 + y^5\,(k \geqslant 2);\ x^3 y^2 + y^8; \\ & x^k y^2 + xy^5\,(k \geqslant 3);\ x^2 y^2 + y^{3k+2}\,(k \geqslant 3); \end{aligned}\right. \tag{5}$$

$$(1,1,1) \implies \textit{не существует;} \tag{6}$$

$$(1,1,2) \implies x^{3k+2} + y^2\,(k \geqslant 0); \tag{7}$$

$$(1,2,1) \implies \left[\begin{aligned} & x^{3k+1} + y^2\,(k \geqslant 1);\ x^2 y + y^{3k-1}\,(k \geqslant 2); \\ & x^4 + xy^3;\ x^4 + y^5. \end{aligned}\right. \tag{8}$$

Содержание главы 5

В пятой главе приводится доказательство основных классификационных результатов для эквивариантно простых особенностей трех переменных в случае действия группы из трех элементов. Результат классификации дается следующим утверждением.

Теорема 3. *Пусть действие группы $\mathbb{Z}_3$ на $\mathbb{C}^3$ и на $\mathbb{C}$ задано формулами*

$$\sigma \cdot (x, y, z) = (\tau^p x, \tau^q y, \tau^r z); \quad \sigma \cdot w = \tau^s w \quad (p, q, r, s \in \mathbb{N}), \tag{9}$$

где $\sigma \in \mathbb{Z}_3$ — образующая, $\tau = \exp(2\pi i/3)$. Пусть $f\colon (\mathbb{C}^3, 0) \to (\mathbb{C}, 0)$ — росток с критической точкой в нуле, эквивариантный относительно представлений (9) при некоторых $p, q, r, s \in \mathbb{N}$. Росток f является эквивариантно простым относительно этих представлений тогда и только тогда, когда он эквивариантно правоэквивалентен одному из следующих ростков (слева — набор $(p, q, r, s) \bmod 3$, справа — соответствующий спи-

сок нормальных форм эквивариантно простых ростков):

$$
\begin{aligned}
(0,0,1,1) &\implies \left[\begin{array}{l} xz;\ F_1(x,y)\cdot z+z^4;\ (x^2+y^3)\cdot z+z^7; \\ (x^3+y^3)\cdot z+z^7;\ (x^2+y^2)\cdot z+z^{3k+1}\,(k\geqslant 3); \end{array}\right. \\
(0,0,1,2) &\implies \left[\begin{array}{l} z^2;\ xz^2;\ F_1(x,y)\cdot z^2+z^5;\ (x^2+y^3)\cdot z^2+z^8; \\ (x^3+y^3)\cdot z^2+z^8;\ (x^2+y^2)\cdot z^2+z^{3k+2}\,(k\geqslant 3); \end{array}\right. \\
(0,1,1,1) &\implies xy+z^{3k+1}\,(k\geqslant 1); \\
(0,1,1,2) &\implies \text{не существует;} \\
(0,1,2,1) &\implies \left[\begin{array}{l} F_2(x,y)+z^2;\ xy+z^{3k+2}\,(k\geqslant 1); \\ xz^2+y^{3k+1}\,(k\geqslant 1);\ xz^2+y^{3k+2}z\,(k\geqslant 0); \end{array}\right. \\
(1,1,1,1) &\implies \text{не существует;} \\
(1,1,1,2) &\implies x^{3k+2}+y^2+z^2,\ k\geqslant 0; \\
(1,1,2,1) &\implies \text{не существует;} \\
(1,1,2,2) &\implies x^2+F_3(z,y),
\end{aligned}
$$

где F_1 — любой (неэквивариантно) простой росток функции двух переменных типов A_k, D_k, E_k (см. формулы (1)*); F_2 — любой эквивариантно простой росток функции двух переменных из теоремы 1, случай* (4)*; F_3 — любой эквивариантно простой росток функции двух переменных из теоремы 1, случай* (8).

Содержание главы 6

В шестой главе некоторые из ранее полученных классификационных результатов обобщаются на случаи большего числа переменных и случаи действия других циклических групп конечного порядка.

Заключение

В заключении еще раз перечислены основные результаты работы, а также возможные направления дальнейшего исследования:

1. Получение классификации эквивариантно простых особенностей для всех случаев действия конечных абелевых групп на комплексных пространствах.

2. Описание действий групп, при которых эквивариантно простых ростков не существует вовсе.

3. Получение связи между классификацией эквивариантно простых ростков на прямой сумме комплексных пространств и классификацией на каждом прямом слагаемом.

4. Описание случаев, в которых можно выполнить разделение переменных для эквивариантного ростка.

5. Описание эквивариантно простых особенностей, которые могут иметь функции, заданные многочленами фиксированной степени, мультистепени или квазистепени. Вычисление некоторых топологических инвариантов соответствующих особенностей.

6. Классификация ростков функций, эквивариантных относительно других действий конечных и бесконечных групп.

Благодарности

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю д.ф.-м.н., профессору Сабиру Меджидовичу Гусейн-Заде за постановку задачи, помощь и советы на всех этапах работы над диссертацией, многочисленные полезные обсуждения. Автор благодарен к.ф.-м.н., доценту Илье Александровичу Богаевскому за интерес к работе и полезные обсуждения.

Автор выражает благодарность участникам семинара «Топология особенностей» за полезные замечания, комментарии и дискуссии. Автор выражает благодарность всему коллективу кафедры высшей геометрии и топологии механико-математического факультета МГУ за дружелюбную атмосферу, всестороннюю поддержку и интерес к работе.

Работы автора по теме диссертации

[1] Е. А. Асташов. О классификации особенностей, эквивариантно простых относительно представлений циклических групп // Вестник Удмуртского университета. Серия «Математика. Механика. Компьютерные науки», 26:2 (2016), 155–159.
[2] Е. А. Асташов. О классификации ростков функций двух переменных, эквивариантно простых относительно действий циклической группы порядка три // Вестник Самарского университета. Естественно-научная серия, 3–4 (2016), 7–13. (Включен в перечень журналов, рекомендованных ВАК, как

индексируемая ZbMath (приказ Минобрнауки России №793 от 25.07.2014 (п. 3, №388 в списке)).
[3] Е. А. Асташов. О классификации особенностей, эквивариантно простых относительно представлений конечных абелевых групп // Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2016». – М.: МАКС Пресс (2016), 2 с. (опт. диск).
[4] Astashov E. A. On the classification of equivariant simple singularities // Международная конференция по дифференциальным уравнениям и динамическим системам. Суздаль, 8-13 июля 2016 г. Тезисы докладов (2016), 239–240.