

"УТВЕРЖДАЮ"

декан Механико-математического
факультета ФГБОУ ВО
«МГУ имени М.В. Ломоносова»
доктор физико-математических наук, профессор
В.Н. Чубариков
«14» _____ 2017 г.



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

**кафедры высшей геометрии и топологии Механико-математического факультета
ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»
по диссертации Асташова Евгения Александровича
«Классификация простых ростков эквивариантных функций»
на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.04 – геометрия и топология**

Диссертация Асташова Евгения Александровича «Классификация простых ростков эквивариантных функций» **выполнена** на кафедре высшей геометрии и топологии механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова».

В период подготовки диссертации соискатель работал учителем математики ГБОУ г. Москвы «Школа №2086», Университетский проспект, 5.

В 2013 г. окончил с отличием ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» по специальности «Математика», в 2016 г. **окончил** очную аспирантуру по кафедре высшей геометрии и топологии механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова».

Удостоверение № 2675 о сдаче кандидатских экзаменов выдано в 2016 году отделением математики механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова».

Научный руководитель Гусейн-Заде Сабир Меджидович, д.ф.-м.н., профессор кафедры высшей геометрии и топологии механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова».

Присутствовали: член-корреспондент РАН д.ф.-м.н., проф. Бухштабер В.М., заместитель заведующего кафедрой к.ф.-м.н., доцент Миллионщиков Д.В., профессора, д.ф.-м.н.: Гайфуллин А.А., Гриневич П.Г., Гусейн-Заде С.М., Дынников И.А., Мануйлов В.М., Мищенко А.С., Мохов О.И., Панов Т.Е., доценты, к.ф.-м.н.: Алания Л.А., Морозова Е.А., учёный секретарь доцент, к.ф.-м.н. Смирнов С.В., м.н.с. к.ф.-м.н. Ероховец Н.Ю., старший преподаватель к.ф.-м.н. Гугнин Д.В.

Повестка дня: обсуждение диссертационной работы выпускника аспирантуры кафедры высшей геометрии и топологии механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» Асташова Евгения Александровича «Классификация простых ростков эквивариантных функций», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 – геометрия и топология.

Слушали: доклад диссертанта Асташова Евгения Александровича.

Представленная работа является исследованием в области геометрии, топологии и теории особенностей.

Целью настоящей работы является классификация простых ростков функций двух и трёх переменных, эквивариантных относительно действий циклических групп простого порядка. Перед автором возникли следующие задачи:

1. Описать все попарно неэквивалентные действия конечной циклической группы на комплексном пространстве и соответствующие пространства эквивариантных функций;
2. Описать группу эквивариантных автоморфизмов комплексного пространства и её действие на пространствах струй эквивариантных ростков;
3. Адаптировать метод полных трансверсалий для его применения в эквивариантном случае;
4. Переформулировать теорему о конечной определенности для её применения в эквивариантном случае и дать её интерпретацию в терминах диаграмм Ньютона;

5. Установить связь между эквивариантно простыми ростками функций и поверхностей;
6. Сформулировать и доказать эквивариантный аналог леммы Морса с параметрами;
7. Применить вышеперечисленные методы для классификации эквивариантно простых ростков функций двух и трёх переменных в случае действий группы из трех элементов;
8. Обобщить полученные результаты на случаи действий циклических групп простого порядка. Эти задачи успешно решены автором в данной работе.

Диссертация состоит из шести глав и списка цитируемой литературы.

В первой главе, являющейся введением, описывается структура диссертации и история рассматриваемых вопросов; определяется область исследования; обосновывается актуальность темы и научная новизна полученных результатов; описываются основные результаты диссертации.

Во второй главе даётся описание действия конечной циклической группы на комплексном пространстве и соответствующих пространств эквивариантных функций, а также группы эквивариантных автоморфизмов комплексного пространства и её действий на пространствах струй эквивариантных ростков. Формулируется и доказывается необходимое условие эквивариантной простоты ростка для случая циклической группы простого порядка. Дается также геометрическая интерпретация этого условия. С помощью этого условия доказывается отсутствие эквивариантно простых ростков в случае согласованных скалярных действий конечной циклической группы на пространствах S^n и S .

В третьей главе описывается метод полных трансверселей и формулируется теорема о конечной определенности применительно к классификации эквивариантных ростков. Дается геометрическая интерпретация этой теоремы.

В четвертой главе приводится доказательство основных классификационных результатов для эквивариантно простых особенностей двух переменных в случае действия группы из трёх элементов.

В пятой главе приводится доказательство основных классификационных результатов для эквивариантно простых особенностей трёх переменных в случае действия группы из трёх элементов.

В шестой главе некоторые из ранее полученных классификационных результатов обобщаются на случаи большего числа переменных и случаи действия других циклических групп простого порядка.

В качестве рецензента выступил к.ф.-м.н., доцент И.А. Богаевский. Он отметил, что поставленная задача классификации эквивариантно простых особенностей, которая обобщает аналогичную задачу для неэквивариантного случая, ранее не ставилась в общем виде и решалась только для случая группы из двух элементов. Он указал, что в диссертационной работе предложены новые методы классификации особенностей, в частности, получены необходимые и достаточные условия эквивариантной простоты ростка для случаев действия конечной циклической группы (в аналитических и геометрических терминах). И.А. Богаевский также отметил, что дальнейшее развитие методов, предложенных в работе, может способствовать решению классификационной задачи для эквивариантно простых ростков в случае произвольной конечной абелевой группы. Он поддержал рекомендацию диссертации к защите.

В дискуссии приняли участие профессор В.М. Мануйлов, профессор Т.Е. Панов и м.н.с. Н.Ю. Ероховец. В.М. Мануйлов задал вопрос о том, можно ли непосредственно получить классификацию эквивариантно простых ростков на прямой сумме комплексных пространств, если такая классификация известна на каждом прямом слагаемом. Диссертант ответил, что это удастся сделать в тех случаях, когда возможно разделение переменных эквивариантно простого ростка, в частности, при отделении эквивариантной квадратичной формы; это вытекает из связи между понятиями простого ростка функции и простого ростка гиперповерхности. Т.Е. Панов задал вопрос о том, есть ли связь между классификационными результатами для случаев различных действий одной и той же группы на комплексном пространстве одной размерности. Диссертант ответил, что такая связь имеется в случаях, когда действие группы на S^n одно и то же, а действия на S различны, а в общем случае такая связь на данный момент неизвестна. Н.Ю. Ероховец задал вопрос о том, какие технические трудности возникают при решении классификационных задач рассматриваемого вида. Диссертант ответил, что такие трудности связаны в первую очередь с применением комбинаторно-геометрических критериев эквивариантной простоты ростка, особенно в случае функций большого числа переменных, но в то же время с ростом количества переменных количество эквивариантно простых ростков в целом уменьшается (по соображениям размерности) и увеличивается число случаев, в которых такие ростки отсутствуют. Т.Е. Панов высказал мнение, что диссертация удовлетворяет требованиям, предъявляемым к диссертациям, и поддержал рекомендацию диссертации к защите.

Научный руководитель д.ф.-м.н., проф. С.М. Гусейн-Заде отметил актуальность тематики, высокую степень самостоятельности диссертанта, а также новизну и содержательность представленных результатов.

По итогам обсуждения принято следующее заключение:

Представленная диссертация является самостоятельно выполненной, законченной научно-исследовательской работой, посвященной решению актуальных задач в области геометрии, топологии и теории особенностей.

Научные результаты диссертации, выносимые на защиту, получены лично автором, являются новыми и обоснованы в виде строгих математических доказательств. Результаты других авторов, упомянутые в тексте диссертации, отмечены соответствующими ссылками.

В диссертации получены следующие основные результаты:

1. Получены необходимые и достаточные условия эквивариантной простоты ростка относительно циклических групп простого порядка в аналитической и геометрической форме.
2. Доказано отсутствие эквивариантно простых ростков в случае согласованных скалярных действий конечной циклической группы на пространствах S^n и S .
3. Получена полная классификация эквивариантно простых ростков функций двух и трёх переменных относительно всевозможных нетривиальных действий группы из трёх элементов.
4. Получена классификация эквивариантно простых ростков функций многих переменных относительно некоторых нетривиальных действий циклических групп простого порядка.

Методы исследования: В работе используются результаты и методы топологической теории особенностей. Результаты диссертации опираются на работы В.И. Арнольда о классификации простых особенностей в пространстве S^n и на многообразиях с краем, метод полных трансверсалий для классификации особенностей Дж. Брюса, Н. Кирка и А. Дюплесси, методы теории Морса, а также на некоторые результаты и методы теории особенностей, изложенные в работах В.И. Арнольда, А.Н. Варченко, С.М. Гусейн-Заде. Указанные методы обобщены автором для применения в эквивариантном случае.

Апробация диссертации:

Результаты диссертации докладывались автором на следующих семинарах механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова:

1. Семинар «Топология особенностей» под руководством проф. С.М. Гусейн-Заде, неоднократно в 2014-2016 гг.;
2. Семинар «Алгебраическая топология и её приложения» под руководством чл.-корр. РАН В.М. Бухштабера, проф. А.В. Чернавского, проф. И.А. Дынникова, проф. Т.Е. Панова, доц. Л.А. Алания, проф. А.А. Гайфуллина, доц. Д.В. Миллионщикова, 2016 г.
3. Семинар «Избранные задачи математического анализа и теории чисел» под руководством проф. М.П. Минеева, проф. В.Н. Чубарикова, 2016 г.

Результаты диссертации докладывались на всероссийских и международных конференциях:

1. Международная школа-семинар «XVII Diffiety school», Италия, Лиццано ин Бельведере, 2014 г.
2. Международная школа-семинар «Geometrie Algebrique en Liberte», Бельгия, г. Лёвен, 2015 г.
3. Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2016», Москва, 2016 г.
4. Международная школа-семинар «Jeunes Singularitistes a Nice», Франция, г. Ницца, 2016 г.
5. Международная конференция по дифференциальным уравнениям и динамическим системам. Суздаль, 2016 г.
6. Международная конференция «Анализ, вероятность и геометрия», Москва, 2016 г.

Тема диссертации входит в координационный план РАН.

Регистрационный номер 01.200.1 17223 «Методы геометрии и топологии», шифр 1.1.4.10 «Топология и геометрия особенностей».

Утверждение темы диссертации состоялось 24 ноября 2015 года, протокол №6.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах автора:

1. Асташов Е.А. О классификации особенностей, эквивариантно простых относительно представлений циклических групп // Вестник Удмуртского университета. Серия «Математика.

Механика. Компьютерные науки». — 2016. — №26 т. 2. — С. 155-159.

2. Асташов Е. А. О классификации ростков функций двух переменных, эквивариантно простых относительно действий циклической группы порядка три // Вестник Самарского университета. Естественно-научная серия. — 2016. — №3-4. С. 7-13.

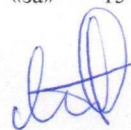
Диссертация к защите представляется впервые.

Диссертация «Классификация простых ростков эквивариантных функций» Асташова Евгения Александровича **рекомендуется к защите** на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 – геометрия и топология — для защиты на диссертационном совете Д.501.001.84, созданного на базе ФГБОУ ВО МГУ имени М.В. Ломоносова.

Заключение принято на заседании кафедры высшей геометрии и топологии Механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

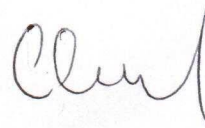
Присутствовали на заседании 15 чел. Результаты голосования: «за» — 15 чел., «против» — нет, «воздержалось» — нет, протокол №4 от 26 октября 2016 года.

Заместитель заведующего кафедрой высшей геометрии и топологии,
к.ф.-м.н., доцент



Д.В. Миллионщиков

Ученый секретарь кафедры высшей геометрии и топологии,
к.ф.-м.н., доцент



С.В. Смирнов