ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Переза Ортиза Ромео «Спектральный анализ интегро-дифференциальных уравнений, возникающих в задачах наследственной механики и теплофизики», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Тема диссертационной работы Р. Переза Ортиза принадлежит теории интегро-дифференциальных уравнений с неограниченными операторными коэффициентами в сепарабельном гильбертовом пространстве. Рассмотренный в работе класс уравнений возникает в различных областях механики и физики. Этот круг вопросов привлёк внимание ряда исследователей (Г. Амендола, М. Фабризио, Х. М. Голден, А.Э Ерёменко и и С.А. Иванов и др.). Отметим также монографию В. В. Власова и Н.А. Раутиан, посвящённую этой теме. Исследователей привлекает не только прикладная направленность тематики, но и её математическая содержательность; здесь взаимодействуют комплексный и функциональный анализ, теория линейных операторов и спектральная теория. Таким образом, тема работы предсталяется весьма содержательной и актуальной — как с теоретической, так и прикладной точки зрения.

В первой главе диссертации автор проводит исследование спектров оператор-функций, являющихся символами изучаемых интегро-дифференциальных уравнений второго порядка; этот символ имеет вид

$$L(\lambda) = \lambda^2 I + A^2 - \widehat{K}(\lambda) A^{2\theta};$$

рассматривается случай, когда $\theta \in [0, 1]$. Здесь A − самосопряженный, положительно определенный оператор, действующий в гильбертовом пространстве H, имеющий компактный обратный, $\widehat{K}(\lambda)$ − преобразование Лапласа ядра $K(t)$.

В первой теореме этой главы автор указывает условия, при которых спектр изучаемой оператор-функции лежит в левой полуплоскости. При выполнении этого условия решения соответствующей задачи Коши устойчивы. Таким образом, указанное свойство спектра весьма важно с прикладной точки зрения. Затем установлена более детальная локализация спектров рассматриваемых оператор-функций $L(\lambda)$. Эта работа облегчается благодаря тому, что рассматриваемое операторное семейство распадается на одномерные компоненты, каждая из которых получается из фиксированного собственного вектора оператора A. Таким образом, весь спектр получается объединением спектров одномерных задач. Окончательная картина спектра складывается из отрицательных собственных значений (они получаются как решения уравнения с вещественной мероморфной функцией) и невещественного спектра с достаточно сложным асимптотическим поведением. Спектр существенно зависит от параметра $\theta \in [0, 1]$. Результаты первой главы развивают и обобщают результаты В. В. Власова и Н. А. Раутиан, относящиеся к случаю $\theta = 1$. Переход к случаю $\theta \in [0, 1)$, выполненный в диссертации, существенно меняет строение спектра; в диссертации проделана значительная работа, связанная с этим переходом. В частности, строение невещественной части спектра существенно отличается от строения спектра при $\theta = 1$.

Во второй главе, опираясь на результаты о локализации спектра и оценки рассматриваемой оператор-функции, автор устанавливает корректную разрешимость начальных задач для упомянутых интегро-дифференциальных уравнений в весовых пространствах Соболева. Основные результаты этой главы заключены в двух теоремах. В первой теореме проблема корректной разрешимости рассматриваемой начальной задачи в весовых пространствах Соболева рассматривается в двух случаях. В одном случае предполагается, что ядро $K(t)$ интегрального оператора принадлежит пространству Соболева $W_1^1(\mathbb{R}_+)$. Затем рассматривается случай, когда ядро $K(t)$ принадлежит пространству $L_1(\mathbb{R}_+)$, но не принадлежит пространству $W_1^1(\mathbb{R}_+)$. Вторая теорема посвящена вопросам корректной разрешимости рассматриваемой начальной задачи в пространствах Соболева на конечном промежутке. Результаты второй главы развивают и обобщают результаты В. В. Власова и Н. А. Раутиан, относящиеся к случаю $\theta = 1$.

В третьей главе диссертации установлены представления сильных решений изучаемых интегро-дифференциальных уравнений в виде суммы слагаемых, отвечающих точкам спектра соответствующих оператор-функций. Эти представления основаны на уже упомянутых результатах о локализации спектра оператор-функции $L(\lambda)$ в левой полуплоскости. Сформулированы и доказаны два результата, касающиеся представления сильных решений рассматриваемых интегро-дифференциальных уравнений — во-первых, в случае неоднородных начальных условий и нулевой правой части ($f(t) = 0$) и, во-вторых, в случае однородных начальных условий ($\varphi_0 = \varphi_1 = 0$) и ненулевой правой части.

Оценивая диссертацию в целом, можно сказать, что она безусловно является серьёзным научным исследованием. Тема работы актуальна, её научные положения и выводы достоверны, новы и обоснованны. В диссертации решены задачи, связанные с современными исследованиями по спектральной теории операторов и операторных пучков, теории интегро-дифференциальных уравнений. Эти задачи могут также представить интерес для дальнейших исследований ряда математических задач теории управления и задач прикладного характера.

Завершу эту часть отзыва следующими замечаниями.

1) На стр. 31 приведён рисунок А, важный для исследования. Он даёт, как отмечено автором, весьма короткое доказательство утверждения о спектре. Однако, при расстановке символов величин на рисунке допущена погрешность (хотя сам рисунок безупречен). Впрочем, читатель, заметивший эту погрешность, легко устранит её.

2) В первой главе автор получил достаточное условие того, что спектр операторного семейства лежит в левой полуплоскости. Это условие состоит выполнении неравенства (3) и неравенства $a_1 > 1$. Но рассуждения автора без труда дают более сильный результат – а имено, необходимое и достаточное условие того, что спектр обладает указанным свойством; это условие заключается в выполнении неравенства $\sum_k \frac{c_k}{\gamma_k} < a_1^{2-2\theta}$. Этот результат, фактически полученный в работе, было бы уместно сформулировать явно.

3) Было бы уместно указать, что полученные в главе 3 явные формулы для решений (в виде рядов) могут послужить для численного расчёта решений; это могло бы

представить интерес с прикладной (вычислительной) точки зрения.

Разумеется, приведённые замечания не влияют на общую положительную оценку диссертации.

Результаты диссертации представляют несомненный интерес – как содержательное приложение методов спектральной теории. Научные положения, выносимые на защиту, обоснованы и полностью доказаны. Полученные результаты опубликованы в 4 журналах из перечня ВАК, а также в двух работах, помещенных в ArXiv. Они докладывались и обсуждались на восьми научных семинарах механико-математического факультета МГУ имени М. В. Ломоносова, РУДН, НИУ «МЭИ» и других организаций и на шести Международных и Всероссийских научных конференциях.

Автореферат соответствует содержанию дисертации.

На основании изложенного считаю, что диссертация Переза Ортиза Р. «Спектральный анализ интегро-дифференциальных уравнений, возникающих в задачах наследственной механики и теплофизики», удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК, а её автор Р. Перез Ортиз несомненно заслуживает присвоения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент

Исмагилов Раис Сальманович
Доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры ФН-1 высшей математики
ФГБОУ ВО «Московский государственный технический
университет имени Н. Э. Баумана»
105005, г. Москва, Рубцовская наб. д. 2/18, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
8(499) 263-63-92, 8(499) 263-66-40, ismagil@bmstu.ru

Москва, 30 мая 2017 года.

Подпись заверяю

ЗАМ. НАЧАЛЬНИКА
УПРАВЛЕНИЯ КАДРОВ
...арова О. В.
т. 8-499-263-60-48