

## ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Переза Ортиза Ромео

“Спектральный анализ интегро-дифференциальных уравнений, возникающих в задачах наследственной механики и теплофизики”

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Рецензируемая диссертация посвящена изучению спектра оператор-функций, являющихся символами интегро-дифференциальных уравнений с неограниченными операторными коэффициентами в сепарабельном гильбертовом пространстве. На основании локализации спектра и оценок указанных оператор-функций установлена корректная разрешимость начальных задач для упомянутых интегро-дифференциальных уравнений с ядрами, зависящими от параметра  $\theta \in [0, 1]$  в весовых пространствах Соболева, определенных на положительной полуоси, а также установлены представления сильных решений таких интегро-дифференциальных уравнений в виде слагаемых, отвечающих точкам спектра, соответствующих оператор-функций. Работа состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы.

Тематика диссертации Переза Ортиза Ромео весьма актуальна, поскольку изучаемые в диссертации интегро-дифференциальные уравнения являются операторными моделями интегро-дифференциальных уравнений в частных производных, возникающих в многочисленных приложениях: в задачах наследственной механики и теплофизики и теории усреднения. Близкие интегро-дифференциальные уравнения активно изучались многими авторами (см. например монографию Г. Амэндолы, М. Фабризио, Х. М. Голдена, работы Муньюс Риверы и соавторов, монографии В. В. Власова и соавторов, работы М. Фабризио и В. Лазари).

В первой главе диссертации автор проводит исследование спектров оператор-функций, являющихся символами изучаемых интегро-дифференциальных уравнений второго порядка в случае, когда  $\theta \in [0, 1]$ . Он получает асимптотику комплексной части спектра, в зависимости от свойств ядер рассматриваемых интегро-дифференциальных уравнений. В первой главе установлены три теоремы. В первой теореме установлено, что спектр рассматриваемой оператор-функции лежит в левой полуплоскости. Вторая теорема описывает распределению точек спектра рассматриваемых оператор-функций в случае, когда ядро  $K(t)$  интегрального оператора принадлежит пространству Соболева  $W_1^1(\mathbb{R}_+)$ . Результаты второй теоремы в случае  $\theta \in [0, 1]$  показывают что невещественные части комплексно-сопряженных корней асимптотически стремятся к мнимой оси. Таким образом, при  $\theta \in [0, 1]$  невещественный спектр рассматриваемой оператор-функции близок к спектру абстрактного волнового уравнения (при  $K(t) \equiv 0$ ). Третья теорема посвящена распределением точек спектра рассматриваемых оператор-функций в случае,

когда ядро  $K(t)$  интегрального оператора принадлежит пространству  $L_1(\mathbb{R}_+)$ , но не принадлежит пространству Соболева  $W_1^1(\mathbb{R}_+)$ . Автором отмечено, что случай  $\theta \in [0, 1)$  существенно отличается от случая  $\theta = 1$ , поскольку в случае, когда  $\theta = 1$ , вещественные части комплексно-сопряженных корней стремятся только к  $-\infty$ , при  $n \rightarrow +\infty$ . В случае  $\theta \in [0, 1)$  вещественные части комплексно-сопряженных корней, при  $n \rightarrow +\infty$ , могут стремиться а) либо к  $-\infty$ , б) либо к 0, с) либо к отрицательной константе. Тем самым, наличие параметра  $\theta \in [0, 1)$  значительно усложняет структуру не вещественного спектра изучаемой оператор-функции  $L(\lambda)$ . Так в случаях б) и с) структура не вещественного спектра рассматриваемой оператор-функции близка к спектру волнового уравнения, а в случае а) к спектру абстрактного параболического уравнения.

Во второй главе диссертации на основании локализации спектра рассматриваемой оператор-функции автор устанавливает корректную разрешимость начальных задач для упомянутых интегро-дифференциальных уравнений с ядрами, зависящими от параметра  $\theta \in [0, 1]$  в весовых пространствах Соболева, определенных на положительной полуоси. В этой главе сформулированы и доказаны две теоремы. Первая теорема посвящена вопросам корректной разрешимости рассматриваемой начальной задачи в весовых пространствах Соболева. В ней получены достаточные условия корректной разрешимости в случае, когда ядро  $K(t)$  гладкое т.е.,  $K(t)$  принадлежит пространству Соболева  $W_1^1(\mathbb{R}_+)$ , и в случае, когда ядро  $K(t)$  более общее, т.е.  $K(t)$  принадлежит пространству  $L_1(\mathbb{R}_+)$ , но не принадлежит пространству  $W_1^1(\mathbb{R}_+)$ . Вторая теорема посвящена вопросам корректной разрешимости рассматриваемой начальной задачи в пространствах Соболева на конечном промежутке.

В третьей главе диссертации на основании локализации спектра рассматриваемой оператор-функции получены представления сильных решений изучаемых интегро-дифференциальных уравнений в виде слагаемых, отвечающих точкам спектра, соответствующих оператор-функций. В третьей главе установлены две теоремы. Первая теорема посвящена представлению сильных решений рассматриваемых интегро-дифференциальных уравнений в случае нулевой правой ( $f(t)=0$ ) части и неоднородных начальных условий. Вторая теорема посвящена представлению сильных решений рассматриваемых интегро-дифференциальных уравнений в случае однородных начальных условий и ненулевой правой части, т. е,  $f(t)$  принадлежит  $C([0, T], H)$  для любого  $T > 0$ .

Оценивая диссертационную работу Р. Переза Ортиза, считаю, что она является серьёзным законченным научным исследованием. При получении результатов автор проделал большую работу и преодолел немалые трудности как идейного, так и технического характера. В рассматриваемой диссертации обнаружен ряд новых интересных эффектов. Тема диссертации актуальна, её научные положения и выводы достоверны. В работе Р. Переза Ортиза получен

ряд новых результатов, представляющих несомненный научный интерес.

Замечания к диссертации носят стилистический характер. Я бы предпочел традиционное изложение: формулировка результата, его доказательство и если уместно обсуждение. Более того, в диссертации имеются недостатки редакционного характера (особенно во введении главы 2 диссертации). Имеется ряд незначительных опечаток (см., например, второй параграф замечания 13, стр. 47, вместо «из асимптотических представлений (1.5)» должно быть «из асимптотического представления (1.5)»; стр. 69, вместо «Установлена корректная разрешимость начально-краевых задач...» должно быть «Установлена корректная разрешимость начальной задачи...», стр. 69 вместо «не разрешенных» должно быть «неразрешенных». Во всей диссертации иногда автор пишет «начальной задачи», иногда просто «задачи» или «задач». Думаю, правильно написать «начальной задачи» во всей диссертации). Безусловно, указанные замечания не снижают общего положительного впечатления о работе.

Результаты диссертации своевременно опубликованы в ведущих российских и международных изданиях (4 статьи из перечня ВАК). Они обсуждались и докладывались на восьми научных семинарах Механико-математического факультета МГУ имени М. В. Ломоносова, РУДН, НИУ «МЭИ» и других организаций и на шести международных и всероссийских научных конференциях. Результаты диссертации Р. Переза Ортиза полно представлены в его публикациях и правильно отражены в автореферате.

Диссертация Р. Переза Ортиза полностью удовлетворяет всем требованиям п. 7 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», а её автор Р. Перез Ортиз несомненно заслуживает присвоения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент

Сакбаев Всеволод Жанович

Доктор физико-математических наук

профессор кафедры высшей математики

ФГАОУ ВО «Московский физико-технический институт

(государственный университет)»

141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер., 9.

+7 (495) 408-77-81, fumi2003@mail.ru

« 23 » мая 2017 г.

Подпись В.Ж. Сакбаева удостоверяю

Ученый секретарь МФТИ

к.ф.-м.н.



Ю.И. Скалько