МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА

Механико-математический факультет

На правах рукописи

УДК 531.01

Васинёва Ирина Алексеевна

КАЛИБРОВКА БЕСКАРДАННОЙ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ В СБОРЕ НА ТОЧНЫХ СТЕНДАХ

Специальность 01.02.01 теоретическая механика

Диссертация на соискание учёной степени

кандидата физико-математических наук

Научные руководители:

к.ф.-м.н. Вавилова Н.Б.

д.ф.-м.н., проф. Парусников Н.А.

Москва – 2017

Содержание

Введение **4**

1 Метод калибровки БИНС на точных стендах **21**

1.1 Общая постановка задачи 22

1.2 Математические модели инструментальных погрешностей 25

1.3 Краткое описание функционирования стенда 27

1.4 Калибровка БИНС на стенде 29

1.5 Калибровка БИНС на точном стенде 30

1.6 Анализ наблюдаемости 37

2 Ковариационный анализ задачи калибровки БИНС . . **52**

2.1 Сравнение результатов моделирования калибровки БИНС 53

2.1.1 Влияние привлечения информации от стенда на точность калибровки по данным ньютонометров на одностепенном стенде 55

2.1.2 Сравнение результатов моделирования калибровки на одностепенном стенде и двустепенном стенде без использования дополнительной информации 58

2.1.3 Оценка точности калибровки на одностепенном стенде и точном двустепенном стенде 60

2.1.4 Исследование зависимости результатов калибровки от уровня шумов дополнительной информации и датчиков БИНС 61

2.1.5 Выводы 63

2.2 Влияние различных программных движений стенда на точность калибровки 63

2.3 Оценка качества калибровки БИНС на стенде путем моделирования режима автономной навигации БИНС на борту ЛА 72

3 Калибровка БИНС при помощи вторичной информации 76

3.1 Математические модели задачи калибровки 77

3.2 Ковариационный анализ: сравнение результатов моделирования калибровки при помощи первичной и вторичной информации 82

4 Результаты обработки реальных данных 87

4.1 План эксперимента 87

4.2 Результаты обработки 89

Заключение 92

Литература 94

Введение

Диссертационная работа посвящена разработке методов калибровки инерциальных навигационных систем перед их установкой на борт движущихся объектов – самолетов, надводных и подводных морских кораблей, внутритрубных дефектоскопов нефте-газопроводов и т.д.

Для определенности, но не нарушая общности, в качестве инерциальных систем рассматриваются бескарданные инерциальные навигационные системы (БИНС), как доминирующие в настоящее время в навигационной практике. Как известно, приборной основой таких систем служат два устройства – датчики удельной силы (ньютонометры), часто называемые акселерометрами, и датчики угловой скорости (ДУС).

Точность навигации определяется инструментальными погрешностями этих устройств – погрешностями нулей, масштабов, неточностями положения осей чувствительности и т.д. Задача калибровки – это определение на специальных стендах параметров математических моделей инструментальных погрешностей с целью компенсации этих ошибок при функционировании системы. В настоящее время калибровке инерциальных навигационных систем при их производстве уделяется большое внимание как одному из основных средств повышения точности систем. Привлекательность, удобство и простота такого подхода состоит в том, что повышение точности достигается не за счет решения сложной технологической задачи создания точных приборов, а за счет решения чистой математической задачи. Из сказанного следует, что разработка методов калибровки БИНС в настоящее время является весьма актуальным направлением прикладной механики.

Литература, посвященная калибровке весьма обширна, методы разнообразны ([1], [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12], [13], [14], [15], [16], [17], [18]). Не вдаваясь в подробное описание достоинств и недостатков существующих методов, опишем основные особенности имеющихся подходов.

Во многих методах калибровка БИНС осуществляется по отдельности для каждого блока приборов – блока ньютонометров и блока ДУС. При этом задача согласования осей чувствительности блоков ньютонометров и ДУС остается за рамками методов.

Известно несколько способов калибровки БИНС в сборе, используемых на отечественных предприятиях.

Например, методика, состоящая в сложной последовательности поворотов БИНС и статических положений. Такой эксперимент сложно организуется, потому что требуется обратная связь от стенда, обработка данных проходит отдельно для каждого этапа эксперимента и, возможно, изменение плана в зависимости от результатов промежуточных вычислений. Продолжительность данного эксперимента составляет двое-трое суток.

В других известных методиках калибровочными сигналами для датчиков угловых скоростей (ДУС) служит угловая скорость вращения Земли, что не обеспечивает хорошую обусловленность задачи оценки. Наконец, методики, использующие показания датчиков стенда, требуют соблюдения точности установки системы относительно осей платформы стенда на уровне 1-3 угловых секунд, что вызывает значительные трудности.

В лаборатории управления и навигации МГУ имени М.В. Ломоносова был предложен принципиально новый способ калибровки БИНС, позволяющий получать приемлемые результаты даже на грубых стендах [19]. Под условным термином “грубые” принимаются стенды, в которых отсутствует или не используется угловая информация о положении платформы стенда относительно корпуса стенда.

Было показано, что информация об ориентации приборного трехгранника БИНС, получаемая при помощи ДУС и ньютонометров при вращении БИНС на стенде, достаточна для калибровки обоих блоков чувствительных элементов БИНС одновременно, то есть для калибровки БИНС в сборе. Возможность построения работоспособного алгоритма только на основе этой информации показана в работах лаборатории ([20], [21], [22]). В этих работах определен такой план вращений, на котором все параметры модели инструментальных погрешностей ДУС и ньютонометров разделяются (являются наблюдаемыми). Таким образом, становится возможной калибровка БИНС на стенде без использования информации от него, то есть на грубом стенде. Для максимально возможной обусловленности решения задачи предложен план калибровки, включающий в себя три цикла. В каждом цикле приборные оси БИНС последовательно совмещаются (с точностью до погрешностей установки) с осью вращения платформы стенда. При этом ось вращения лежит приблизительно в горизонтальной плоскости. Угловая скорость выбирается в виде кусочно-постоянной функции.

Использованная модель инструментальных погрешностей является общепринятой [23]. Оцениваемыми параметрами служат смещения нулей, погрешности масштабных коэффициентов, перекосы осей чувствительности ДУС и ньютонометров. Задача сводится к оценке вектора состояния, включающего в себя ошибки определения ориентации и систематические составляющие модели инструментальных погрешностей. Для оценивания применяется фильтр Калмана, как оптимальный метод оценивания. Было проведено широкомасштабное исследование для случая использования одностепенных стендов [24] и подтверждена возможность оценивания параметров используемой модели инструментальных погрешностей, то есть осуществления полноценной калибровки. В работах ([25], [26]) исследованы возможности учета смещения ньютонометров относительно оси вращения стенда и оценивания параметров их взаимного разнесения. Из-за того, что чувствительные массы ньютонометров не лежат на оси вращения БИНС, в их показаниях возникают возмущения. Для учета этих возмущений в вектор состояния включаются параметры отнесения чувствительных масс от оси вращения. Было показано, что параметры отнесения являются оцениваемыми, и точность калибровки при этом не ухудшается. Для оцениваемости параметров взаимного разнесения ньютонометров предложены дополнительные циклы в плане калибровки.

Как известно, параметры моделей инструментальных погрешностей датчиков зависят от температуры. Имеются такие пути решения указанной проблемы: термостатирование (обеспечение постоянной температуры внутри корпуса БИНС) – это громоздкий и энергозатратный путь, второй – построение моделей температурных зависимостей и определение параметров этих моделей, то есть температурная калибровка. Второй путь позволяет при установке на БИНС термодатчиков эффективно компенсировать влияние температуры на точность приборов. Работы в этом направлении также ведутся в лаборатории ([27], [28], [29]). В представленной диссертации вопросы температурной калибровки не затрагиваются.

Остановимся подробнее на предпосылках постановки частных задач, объединенных одной темой, которые решаются в настоящей диссертации.

Прежде всего, некоторые вопросы в задаче калибровки БИНС на грубых стендах остались нерешенными. Практическое применение метода показало возможность сокращения длительности циклов вращения и применения более высоких угловых скоростей вращения. То есть план калибровки, оставаясь принципиально состоящим из трех циклов с горизонтальной осью вращения, на практике претерпел изменения в частных параметрах. Возникает интерес к исследованию зависимости точности калибровки от параметров плана. Кроме того, для калибровки на грубых стендах не рассматривались возможности применения двухстепенных стендов. Представляет интерес также использование вторичной информации БИНС для ее калибровки. Такой режим требует предварительную грубую калибровку датчиков с тем, чтобы ошибки навигационного решения оставались в линейной зоне, но при этом значительно упрощает процедуру регистрации данных.

Следующее направление исследования – новое, оно вынесено в название диссертации. В настоящее время наличие специализированных прецизионных стендов (далее — точные стенды) на предприятиях-разработчиках навигационных комплексов (таких как АО Инерциальные технологии "Технокомплекса" (АО ИТТ) (г. Москва), ПАО "Московский институт электроники и автоматики" (ПАО МИЭА) (г. Москва), АО "Раменское приборостроительное конструкторское бюро" (АО РПКБ) (г. Москва), АО "Пермская научно-производственная приборостроительная компания" (АО ПНППК) (г. Пермь)) делает доступным использование информации об ориентации платформы стенда относительно его основания.

В связи с этим возникает актуальная задача о возможностях использования дополнительной угловой информации, доставляемой датчиками точного стенда, для повышения точности калибровки. Решение задачи не является тривиальным, так как требует разработки и исследования моделей новых измерений с учетом погрешностей самого стенда, погрешностей установки БИНС на платформу стенда, наличия несинхронности информационных потоков от БИНС и стенда.

В диссертации осуществляется модификация вышеописанной методики применительно к задаче калибровки БИНС на точных стендах с использованием информации об ориентации платформы стенда относительно его основания. Особенность предлагаемого метода состоит в том, что он не требует высокой точности установки БИНС на платформу и применения средств точной синхронизации информационных потоков.

Цель диссертации — построить и проанализировать математическую модель калибровки бескарданных инерциальных навигационных систем в сборе на точных стендах.

В диссертации получены следующие новые результаты:

- построен алгоритм калибровки БИНС в сборе на точном стенде с использованием дополнительной информации об углах ориентации платформы стенда. Представлены аналитические результаты и показана наблюдаемость всех параметров модели инструментальных погрешностей датчиков;

- путем ковариационного анализа показано повышение точности калибровки БИНС за счет привлечения информации точных стендов;
- исследовано влияние программного движения стенда на точность калибровки. Показано, что выбранный закон управления платформой стенда, с одной стороны, обеспечивает высокую степень обусловленности задачи (высокую оцениваемость параметров инструментальных погрешностей), с другой стороны, легко реализуется;
- разработан метод и построен алгоритм калибровки БИНС с использованием вторичной информации. Получена количественная оценка точности калибровки;
- подтверждена работоспособность построенного алгоритма в результате обработки данных эксперимента на прецизионном стенде и компенсации полученных оценок в последующем эксперименте.

Достоверность полученных в работе выводов о работоспособности предлагаемых алгоритмов калибровки с использованием дополнительной информации об углах ориентации платформы стенда и калибровки по вторичной информации подтверждается согласованностью результатов аналитического анализа наблюдаемости, ковариационного анализа и результатами обработки материалов эксперимента на стенде с реальной штатной системой.

Таким образом, научная новизна состоит в том, что впервые разработанная в лаборатории управления и навигации МГУ имени М.В. Ломоносова методика калибровки на грубых стендах модифицируется для калибровки на точных стендах с использованием информации об ориентации платформы стенда относительно его основания. Показано, что использование новых измерений позволяет без усложнения плана калибровки и увеличения времени повысить качество калибровки БИНС и улучшить точность автономной навигации.

Теоретическая ценность данной диссертационной работы заключается в построении и анализе математической модели калибровки бескарданных инерциальных навигационных систем в сборе на точных стендах. Построен алгоритм оценивания параметров инструментальных погрешностей БИНС. Проведен анализ наблюдаемости для задачи калибровки БИНС с использованием дополнительной информации об углах ориентации платформы стенда. Исследовано влияние программного движения стенда на точность калибровки. Построен алгоритм оценивания параметров инструментальных погрешностей БИНС при помощи вторичной информации. Полученные результаты служат обоснованием принципиальной возможности использования методики калибровки БИНС в сборе на точных стендах.

Практическая значимость работы заключается в том, что она дает руководство по проведению калибровки БИНС на точных стендах. Предложена простая и удобная процедура испытаний, позволяющая использовать стандартные программы управления стендом, стандартные программы обработки, не требующие высокого уровня подготовки. Разработанная процедура калибровки БИНС при помощи вторичной информации упрощает процесс регистрации информации, в том числе освобождает от требования высокой частоты. Разработанные методы и алгоритмы, описанные в данной работе, могут применяться на предприятиях-разработчиках навигационных комплексов для серийной обработки данных калибровочных экспериментов.

Работа состоит из введения, четырех глав и заключения.

В первой главе излагается в общем виде методика калибровки, описываются все составляющие математической модели задачи калибровки БИНС – уравнения ошибок БИНС, вводятся модели инструментальных погрешностей БИНС, модели измерений, в том числе и модели измерений дополнительной информации об углах ориентации платформы стенда. Ставится задача оценки вектора состояния погрешностей БИНС и параметров инструментальных погрешностей, входящих в его состав, с целью последующей компенсации их в режиме автономной навигации. Кроме того, проводится анализ наблюдаемости системы без использования измерений от стенда и с их использованием, который позволяет получить наблюдаемые комбинации оцениваемых параметров.

Во второй главе проводится сравнительный ковариационный анализ точности оценки параметров инструментальных погрешностей при калибровке:

- с использованием дополнительной информации от стенда и без нее на одностепенных стендах;
- на одностепенных и двустепенных стендах без использования дополнительной информации от стенда;
- с использованием дополнительной информации от стенда и без нее на двустепенных стендах;

Также исследована зависимость точности калибровки от уровня шумов дополнительной информации и датчиков БИНС.

Изучено влияние программного движения стенда на точность калибровки бескарданной инерциальной навигационной системы. С учетом полученных результатов моделируется задача автономной навигации по результатам калибровки с использованием дополнительной информации от стенда и без нее.

В третьей главе описывается математическая модель задачи калибровки БИНС при помощи вторичной информации — уравнения ошибок БИНС, модели корректирующих измерений. Ставится задача оценки вектора состояния погрешностей БИНС и параметров инструментальных погрешностей датчиков, с целью последующей компенсации их в режиме автономной навигации. Кроме того, проводится редукция исходной задачи, позволяющая за счет части компонент корректирующего вектора понизить порядок исходной задачи оценивания. Приводится сравнительный ковариационный анализ точности оценки параметров инструментальных погрешностей при калибровке при помощи первичной и вторичной информации.

В четвертой главе описывается эксперимент на трехосном прецизионном стенде для одной из реальных серийных систем, поставленный для проверки работоспособности разработонного метода калибровки БИНС. Приводится план эксперимента, описание зарегистрированных данных, последующей обработки и полученных результатов.

По теме диссертации подготовлены следующие публикации:

1. *Вавилова Н.Б., Васинёва И.А., Голован А.А, Кальченко А.О.* Задача калибровки бескарданной инерциальной навигационной си-

стемы в полете при помощи информации от спутниковой навигационной системы. Сборник трудов XXII Международного научно-технического семинара ”Современные технологии в задачах управления, автоматики и обработки информации”, 2012, Алушта.

2. *Вавилова Н.Б., Васинёва И.А., Голован А.А, Кальченко А.О.* Построение алгоритма послеполетной калибровки БИНС и анализ его точности в зависимости от некоторых типов эволюций самолета. XX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Сборник материалов, 2013, Санкт-Петербург, Россия.

3. *Вавилова Н.Б., Васинёва И.А.* Задача калибровки бескарданных инерциальных навигационных систем на точных стендах. XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Сборник материалов, 2015, Казань, Россия.

4. *Васинёва И.А.* Влияние программного движения стенда на точность калибровки бескарданной инерциальной навигационной системы. Сборник трудов XXIV Международной научно-практической конференции ”Современные технологии в задачах управления, автоматики и обработки информации”, 2015, Алушта, Россия.

5. *Вавилова Н.Б., Голован А.А., Васинева И.А., Козлов А.В., Парусников Н.А., Зорина О.А., Кухтевич С.Е., Фомичев А.В.* Методы калибровки бескарданных инерциальных навигационных систем на грубых и точных стендах. Сборник ”Труды Московского институ-

та электромеханики и автоматики (МИЭА)", том 12, 2016, Москва, Россия.

6. *Вавилова Н.Б., Голован А.А, Парусников Н.А., Васинёва И.А.* Задача калибровки бескарданных инерциальных навигационных систем на точных стендах. XXIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Сборник материалов, 2016 Санкт-Петербург, Россия.

   В том числе публикации в журналах из списка ВАК:

7. *Васинёва И.А., Кальченко А.О.* Анализ точности калибровки бескарданной инерциальной навигационной системы в полете в зависимости от некоторых типов эволюций самолета. Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика. №1, Москва, МГУ, 2014.

8. *Вавилова Н.Б., Васинёва И.А, Парусников Н.А.* О стендовой калибровке авиационных бескарданных инерциальных навигационных систем. Электронный журнал "Труды МАИ", №84, Москва, МАИ, 2015.

По материалам диссертационной работы были сделаны следующие доклады:

1. *Вавилова Н.Б., Васинёва И.А., Голован А.А, Кальченко А.О. (докладчик - Васинёва И.А.).* Задача калибровки бескарданной инерциальной навигационной системы в полете при помощи информации от спутниковой навигационной системы. // XXII Международный научно-технический семинар "Современные технологии в

задачах управления, автоматики и обработки информации", 2012, Алушта.

2. *Вавилова Н.Б., Васинёва И.А., Голован А.А, Кальченко А.О. (докладчик - Кальченко А.О.).* Построение алгоритма послеполетной калибровки бинс и анализ его точности в зависимости от некоторых типов эволюций самолета. // XX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам, 27-29 мая 2013 г., Санкт-Петербург, Россия.

3. *Вавилова Н.Б., Васинёва И.А. (докладчик - Васинёва И.А.)* Задача калибровки бескарданных инерциальных навигационных систем на точных стендах. // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, 2015, Казань, Россия.

4. *Васинёва И.А.* Влияние программного движения стенда на точность калибровки бескарданной инерциальной навигационной системы. // XXIV Международная научно-практическая конференция "Современные технологии в задачах управления, автоматики и обработки информации", 2015, Алушта, Россия.

5. *Вавилова Н.Б., Голован А.А., Васинева И.А., Козлов А.В., Парусников Н.А., Зорина О.А., Кухтевич С.Е., Фомичев А.В. (докладчик - Вавилова Н.Б.)* Методы калибровки бескарданных инерциальных навигационных систем на грубых и точных стендах. // Юбилейная всероссийская научно-техническая конференция в честь 65-летия Московского института электромеханики и автома-

тики "Навигация и управление летательными аппаратами", 2016, Москва, Россия.

6. *Вавилова Н.Б., Голован А.А, Парусников Н.А., Васинёва И.А. (докладчик - Васинёва И.А.)* Задача калибровки бескарданных инерциальных навигационных систем на точных стендах. // XXIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам, 2016 Санкт-Петербург, Россия.

Автор выражает благодарность Вавиловой Нине Борисовне и Парусникову Николаю Алексеевичу за постановку задачи и научное руководство, Головану Андрею Андреевичу и Папуше Ирине Анатольевне за ценные замечания и конструктивную критику, Козлову Александру Владимировичу за помощь в проведении стендовых испытаний.

Список обозначений

В работе используются обозначения, принятые в лаборатории управления и навигации механико-математического факультета МГУ ([23], [30]).

Система координат обозначается заглавной и строчными буквами, например, $O\xi$ $(O\xi_1\xi_2\xi_3)$, где заглавная буква обозначает начало координат, а строчные буквы - наименования осей.

Векторы обозначаются строчными буквами с нижним индексом, обозначающим, в какой системе координат задан вектор. Например, запись a_ξ обозначает, что вектор a задан своими проекциями в осях системы координат $O\xi$.

Пусть $\beta = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ – вектор малого поворота. Символом $\hat{\beta}$ обозначается кососимметрическая матрица

$$\begin{pmatrix} 0 & \beta_3 & -\beta_2 \\ -\beta_3 & 0 & \beta_1 \\ \beta_2 & -\beta_1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Этот символ удобно использовать для записи векторного произведения

$$\bar{y} = \bar{\beta} \times \bar{x} = -\hat{\beta}x.$$

Матрица взаимной ориентации двух систем координат обозначается заглавной буквой с двумя нижними индексами, например, $A_{\xi\eta}$ - матрица взаимной ориентации систем координат $O\xi$ и $O\eta$, причем

$$a_\xi = A_{\xi\eta}a_\eta.$$

x' – модельное значение переменной x;

O – геометрический центр Земли;

M – точка приведенной чувствительной массы блока ньютонометров;

ψ – угол курса;

γ – угол крена;

ϑ – угол тангажа;

v – вектор абсолютной скорости объекта;

V – вектор скорости объекта относительно Земли;

ω – вектор абсолютной угловой скорости трехгранника;

u – вектор (и модуль) угловой скорости вращения Земли;

a – большая полуось земного эллипсоида;

g – модуль удельной силы тяжести;

φ, λ, h – широта, долгота, высота – географические координаты точки;

ИНС – инерциальная навигационная система;

БИНС – бескарданная инерциальная навигационная система;

ДУС – датчик угловой скорости.

Глава 1

Метод калибровки БИНС на точных стендах

Калибровка чувствительных элементов – необходимый этап технологического производства навигационных систем, предшествующий основным режимам эксплуатации ИНС – режимам начальной выставки и навигации. Калибровка состоит в определении параметров математической модели инструментальных погрешностей инерциальных датчиков с целью последующей компенсации этих погрешностей в режиме навигации. Математическая модель погрешностей задается априорно. Как правило, калибровка осуществляется путем обработки результатов экспериментов на специализированных стендах, обеспечивающих повороты платформ на заданные углы.

Методика калибровки, разработанная в лаборатории управления и навигации МГУ имени М.В.Ломоносова, позволяющая оценивать параметры инструментальных погрешностей инерциальных датчиков только при помощи показаний этих датчиков, используется для калибровки на точных стендах. Рассматривается задача калибровки на точных стендах с использованием информации об ориентации платформы стенда относительно корпуса. И в этом случае приходится учитывать погрешности измерения углов и погрешности синхронизации информационных потоков во времени. Соответственно, усложняются алгоритмы обработки.

В этой главе излагается в общем виде методика калибровки, разработанная в лаборатории управления и навигации МГУ имени М.В.Ломоносова, описываются все составляющие математической модели задачи калибровки БИНС – уравнения ошибок БИНС, модели инструментальных погрешностей БИНС, модели измерений, в том числе и модели измерений дополнительной информации об углах ориентации платформы стенда. Поставлена задача оценки вектора состояния погрешностей БИНС и параметров инструментальных погрешностей, входящих в его состав, с целью последующей компенсации их в режиме автономной навигации. Кроме того, проведен анализ наблюдаемости системы без использования измерений от стенда и с их использованием, который позволяет получить наблюдаемые комбинации оцениваемых параметров.

1.1 Общая постановка задачи

При описании задачи будут использоваться обозначения и формулировки, принятые в лаборатории навигации и управления МГУ ([30], [23]).

Бескарданная инерциальная навигационная система (БИНС) включает в себя три однокомпонентных ньютонометра, три одноосных датчика угловой скорости (ДУС) и бортовой вычислитель. Для калибровки БИНС сначала вводится априорная математическая модель, которой подчиняется поведение инструментальных погрешностей ДУС и ньютонометров, а затем строится алгоритм оценки параметров принятой модели. Калибровка включает в себя специальные эксперименты на поворотном стенде.

При описании БИНС используются следующие трехгранники:

- опорный трехгранник Mx, жестко связанный с географической вертикалью;

  Ось Mx_1 касается проходящей через точку М параллели и направлена на восток, ось Mx_2 лежит в меридиональной плоскости и направлена на север, ось Mx_3 противоположна по направлению вектору силы тяжести. Вектор угловой скорости трехгранника Mx обозначим u_x.

- приборный трехгранник Mz, в проекциях на оси которого измеряется внешняя сила f_z, приложенная к точке М, и вектор его угловой скорости ω_z. Результаты измерения обозначим:

$$f_z' = f_z + \Delta f_z, \qquad \omega_z' = \omega_z - \nu_z,$$

  где $\Delta f_z = (\Delta f_{z1}, \Delta f_{z2}, \Delta f_{z3})^T$ — вектор погрешности измерений ньютонометров, $\nu_z = (\nu_{z1}, \nu_{z2}, \nu_{z3})^T$ — вектор погрешности измерений датчиков угловой скорости;

- модельный трехгранник My как числовой образ приборного трехгранника Mz;

$$l_z = (E + \hat{\beta}_y) l_y, \qquad \hat{\beta} = \begin{pmatrix} 0 & \beta_3 & -\beta_2 \\ -\beta_3 & 0 & \beta_1 \\ \beta_2 & -\beta_1 & 0 \end{pmatrix}$$

  где l — произвольный вектор, $\beta_y = (\beta_{y_1}, \beta_{y_2}, \beta_{y_3})^T$ — вектор углов малого поворота вокруг каждой из осей трехгранника.

- квазимодельный трехгранник Oy^x как числовой образ опорного трехгранника Mx. L_y — матрица ориентации модельного трехгранника My относительно квазимодельного My^x;

$$\dot{L}_y = \hat{\omega}'_z L_y - L_y \hat{u}_x, \quad L_y(t_0) = L_0 \tag{1.1}$$

- квазиприборный трехгранник Mz^x по определению:

$$l_{z^x} = L_y^T l_z,$$

Ориентацию трехгранника Mz^x относительно опорного Mx определим вектором малого поворота $\beta_x = (\beta_{x_1}, \beta_{x_2}, \beta_{x_3})^T$. Установим его связь с вектором β_y. Имеем

$$l_{z^x} = L_y^T l_z = L_y^T (E + \hat{\beta}_y) L_y l_x = (E + L_y^T \hat{\beta}_y L_y) l_x = (E + \hat{\beta}_x) l_x.$$

Легко видеть, что $\beta_x = L_y^T \beta_y$. Вектор β_x назовем кинематической ошибкой в проекциях на оси опорного трехгранника Mx. Поведение этого вектора подчиняется уравнению:

$$\dot{\beta}_x = \dot{L}_y^T \beta_y + L_y^T \dot{\beta}_y = (\hat{\omega}_y L_y - L_y \hat{u}_x)^T \beta_y + L_y^T (\hat{\omega}_y \beta_y + \nu_z) = \hat{u}_x \beta_x + \nu_x.$$

Информация, доставляемая ньютонометрами, позволяет нам образовать вектор $W_x = f'_{z^x} - f_x = ((E + \hat{\beta}_x) f_x + L_y^T \Delta f_z - f_x) = \hat{\beta}_x (0, 0, g)^T + L_y^T (\Delta f_z)$.

БИНС устанавливается на платформу стенда и может совершать некоторое программное угловое движение. Задача определения инструментальных погрешностей сводится к решению задачи оценивания, при этом используется алгоритм калмановской фильтрации. Возможность определения инструментальных параметров зависит от программных значений ω_z. Математическая модель инструментальных погрешностей линейно зависит от совокупности неизвестных параметров, полагаемых константами. Каждый из таких параметров c удовлетворяет формирующему уравнению $\dot{c} = 0$ и вместе с компонентами вектора β_x образует вектор состояния исследуемой системы.

1.2 Математические модели инструментальных погрешностей

В данной работе используется общепринятая модель инструментальных погрешностей БИНС. Введение математической модели инструментальных погрешностей позволяет уточнить понятие приборного трехгранника, который вводится следующим образом.

Ось Mz_1 выберем так, чтобы она совпадала с направлением оси чувствительности ньютонометра, который назван первым.

Ось Mz_2 выберем в плоскости, образованной осями чувствительности первого и второго ньютонометров так, чтобы ось Mz_2 была ортогональна оси Mz_1.

Ось Mz_3 составляет с осями Mz_1, Mz_2 правый ортогональный трехгранник. Угол между осью чувствительности второго ньютонометра и осью Mz_2 и угол между осью чувствительности третьего ньютонометра и осью Mz_3 предполагаются малыми.

Полагается также, что собственные инструментальные погрешности каждого из ньютонометров включают в себя ошибку нулевого сигнала (ошибку нуля), ошибку масштабного коэффициента (ошибку масштаба) и высокочастотную составляющую, которая считается белым шумом.

С учетом сказанного вектор инструментальных погрешностей

$$\Delta f_z = f_z' - f_z = (\Delta f_{z1}, \Delta f_{z2}, \Delta f_{z3})^T$$

описывается соотношением

$$\Delta f_z = \Delta f_z^0 + \Gamma f_z + \Delta f_z^s,$$

где $\Delta f_z^0 = (\Delta f_{z1}^0, \Delta f_{z2}^0, \Delta f_{z3}^0)^T$ — вектор погрешностей нулей;

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \Gamma_{11} & 0 & 0 \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & 0 \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} \end{pmatrix},$$

Γ_{ii} — погрешности масштабов; $\Gamma_{ij}, (i \neq j)$ — погрешности установки ньютонометров (погрешности геометрии, перекосы). Нули над главной диагональю матрицы Γ вызваны способом построения приборного трехгранника;

$\Delta f_z^s = (\Delta f_{z1}^s, \Delta f_{z2}^s, \Delta f_{z3}^s)^T$ — высокочастотные погрешности типа белого шума.

Для погрешностей ДУС $\nu_z = -(\omega_z' - \omega_z) = (\nu_{z1}, \nu_{z2}, \nu_{z3})^T$ принимается аналогичная модель:

$$\nu_z = \nu_z^0 + \Theta \omega_z + \nu_z^s,$$

где $\nu_z^0 = (\nu_{z1}^0, \nu_{z2}^0, \nu_{z3}^0)^T$, — дрейфы ДУС,

$$\Theta = \begin{pmatrix} \Theta_{11} & \Theta_{12} & \Theta_{13} \\ \Theta_{21} & \Theta_{22} & \Theta_{23} \\ \Theta_{31} & \Theta_{32} & \Theta_{33} \end{pmatrix},$$

где Θ_{ij} — погрешности установки ДУС, Θ_{ii} — погрешности масштабов,

$\nu_z^s = (\nu_{z1}^s, \nu_{z2}^s, \nu_{z3}^s)^T$ — высокочастотные погрешности типа белого шума.

Все параметры модели за исключением Δf_z^s, ν_z^s — неизвестные постоянные величины.

1.3 Краткое описание функционирования стенда

Как правило, калибровка осуществляется на специализированных стендах, обеспечивающих повороты платформ на заданные углы ([31], [32]).

Корпус калибровочного стенда жестко устанавливается на твердое основание помещения, в котором проводятся испытания. В отдельных случаях стенды устанавливаются на специальный фундамент, смягчающий механические воздействия внешней среды. Стенд включает в себя платформу, на которую жестко устанавливается БИНС. Платформа может совершать программные вращательные движения в рамках, допускаемых возможностями стенда. Для этого стенд снабжен системой управления с соответствующими приводами измерительных углов и, в некоторых случаях, угловых скоростей.

На точных стендах установлены высокоточные датчики углов, определяющие ориентацию платформы стенда относительно основания, и информация, доставляемая ими, используется в алгоритмах, определяющих параметры инструментальных погрешностей БИНС.

По числу независимых возможных вращений стенды могут быть одностепенными, двухстепенными и трехстепенными. Наиболее богатые возможности предоставляют последние, в которых платформа стенда может совершать три независимых вращения. Кроме того, различают стенды с термокамерой или без термокамеры.

На стендах можно организовать достаточно большие пространственные эволюции БИНС за счет ее установки на платформе стенда в разных положениях. Как уже говорилось, приборной основой БИНС служат два устройства: ньютонометры и датчики угловой скорости (ДУС), и речь идет об определении инструментальных погрешностей именно этих устройств.

Для примера укажем некоторые характеристики точных стендов:

Название	ACUTRONIC AC2247 двухосевой		iXBlue EVO-30L трехосевой		
Позиционирование					
Точность	$\pm 5''$		$\pm 2''$		
Биение	$< 5''$		$< 3''$		
Ортогональность	$< 5''$		$< 3''$		
Динамика	Внутр. ось	Внеш. ось	Внутр. ось	Средн. ось	Внеш. ось
скорость	$1200°$/сек	$600°$/сек	$1000°$/сек	$600°$/сек	$600°$/сек
ускорение без нагрузки	$3000°$/сек^2	$200°$/сек^2			
ускорение с нагрузкой			$1500°$/сек^2	$600°$/сек^2	$450°$/сек^2

Таблица 1.1: Характеристики стендов

1.4 Калибровка БИНС на стенде

Для максимально возможной обусловленности решения задачи предложена процедура калибровки, включающая в себя три цикла. БИНС последовательно устанавливается на платформе стенда в трех различных положениях. Каждая из приборных осей последовательно совмещается с осью вращения стенда. Рассматривается только вариант, когда ось вращения стенда лежит в горизонтальной плоскости. Заранее ясно, что результаты калибровки при вращении вокруг вертикальной оси будут иметь существенно меньшую точность. Причина в том, что измеряемая в осях приборного трехгранника сила $\bar{f}$ с точностью до инструментальных погрешностей неподвижна относительно приборного трехгранника, в то время как в случае горизонтальной оси вращения эта сила совершает относительно этого трехгранника значительные эволюции. Предполагается для определенности, что ось вращения близка к направлению оси Mx_1. Тогда на каждом из циклов с осью Mx_1 совмещаются Mz_1, Mz_2, Mz_3. Также предполагается, что установка осуществлена в соответствии с видом начальной матрицы L_y, приведенным ниже.

Первый цикл.

Платформа таким образом вращается вокруг оси M_{z_1} приборного трехгранника, что матрица L_y имеет вид:

$$L_y(t_0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, L_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Psi & \sin\Psi \\ 0 & -\sin\Psi & \cos\Psi \end{pmatrix}.$$

Здесь $\Psi(t)$- угол, на который поворачивается платформа стенда против часовой стрелки.

Второй цикл.

С осью Mx_1 совпадает с точностью до погрешности установки ось Mz_2.

$$L_y(t_0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, L_y = \begin{pmatrix} 0 & -\sin\Psi & \cos\Psi \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Psi & \sin\Psi \end{pmatrix}.$$

Третий цикл.

С осью Mx_1 совпадает с точностью до погрешности установки ось Mz_3.

$$L_y(t_0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, L_y = \begin{pmatrix} 0 & \cos\Psi & \sin\Psi \\ 0 & -\sin\Psi & \cos\Psi \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Угловая скорость выбирается в виде кусочно-постоянной функции, так что на каждом интервале постоянства можно написать $\Psi(t) = \Omega t$. В соответствии с принятой программой вращения имеют место соотношения: на первом цикле $\omega'_z = (\Omega, 0, 0)^T$, на втором цикле $\omega'_z = (0, \Omega, 0)^T$, на третьем цикле $\omega'_z = (0, 0, \Omega)^T$, где $\Omega = const$. Заметим во избежание недоразумений, что приведенные выражения для L_y используются здесь только для анализа возможностей калибровки. В реальности при калибровке эти матрицы доставляются решением уравнений Пуассона (1.1).

1.5 Калибровка БИНС на точном стенде

Для точных стендов существует возможность расширить вектор коррекции за счет дополнительной информации об углах ориентации платформы стенда относительно корпуса стенда. Выведем соответствующие соотношения, используя некоторые дополнительные трехгранники.

- Базовый трехгранник Mp, жестко связанный с корпусом стенда.

  Обычно стенд устанавливается на фундамент и ориентируется в географической координатной сетке, то есть в идеале совпадает с трехгранником Mx^0. Ориентацию трехгранника Mp относительно Mx^0 определим постоянным вектором малого поворота $\gamma_p = (\gamma_{p_1}, \gamma_{p_2}, \gamma_{p_3})^T$. Для некоторых высокоточных стендов величина γ_p оказывается настолько малой, что ей можно пренебречь.

- Трехгранник Mz^*, жестко связанный с платформой стенда.

  При установке корпуса БИНС на платформе приборный трехгранник Mz, с точностью до погрешности установки, совмещается с трехгранником Mz^*. Ориентация приборного трехгранника Mz относительно трехгранника Mz^* определяется постоянным вектором малого поворота $\delta_z = (\delta_{z_1}, \delta_{z_2}, \delta_{z_3})^T$. Матрица ориентации платформенного трехгранника стенда Mz^* относительного базового трехгранника стенда Mp - L_{z^*}. В свою очередь матрица L_{z^*} может быть определена величинами $\kappa_1^*, \kappa_2^*, \kappa_3^*$- углами последовательных трех поворотов, эквивалентных углам курса ψ, тангажа θ и крена γ в авиации.

Имеют место соотношения: $L_{z^*} = L_3 L_2 L_1$, где

$$L_1 = \begin{pmatrix} \cos\kappa_1^* & \sin\kappa_1^* & 0 \\ -\sin\kappa_1^* & \cos\kappa_1^* & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, L_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\kappa_2^* & \sin\kappa_2^* \\ 0 & -\sin\kappa_2^* & \cos\kappa_2^* \end{pmatrix},$$

$$L_3 = \begin{pmatrix} \cos\kappa_3^* & 0 & -\sin\kappa_3^* \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\kappa_3^* & 0 & \cos\kappa_3^* \end{pmatrix}.$$

Выходной информацией стендовых угловых датчиков служат величины

$$\kappa_1^{*\prime} = \kappa_1^* + \rho_1, \kappa_2^{*\prime} = \kappa_2^* + \rho_2, \kappa_3^{*\prime} = \kappa_3^* + \rho_3,$$

где ρ_1, ρ_2, ρ_3 - инструментальные погрешности в измерениях этих углов.

Величины $\kappa_1^{*\prime}, \kappa_2^{*\prime}, \kappa_3^{*\prime}$, позволяют построить матрицу L'_{z^*} равную $L(\kappa_1^{*\prime}, \kappa_2^{*\prime}, \kappa_3^{*\prime})$ путем замены в матрице L_{z^*} величин $\kappa_j^*(j = 1, 2, 3)$ на их измеренные значения. Последняя матрица определяет ориентацию трехгранника $Mz^{*\prime}$. Ориентацию трехгранника $Mz^{*\prime}$ определим относительно трехгранника Mz^* вектором малого поворота $\mu_z = (\mu_{z1}, \mu_{z2}, \mu_{z3})^T$.

Положим

$$\Delta L_{z^*} = L'_{z^*} - L_{z^*}.$$

Тогда

$$\hat{\mu}_z = \Delta L_{z^*} L_{z^*}^T$$

или далее будут использоваться проекции вектора μ на оси трехгранника Mp или Mx^0.

Поэтому $\mu_x = L_{z^*}^T \mu_z$ или $\hat{\mu}_x = L_{z^*}^T \hat{\mu}_z L_{z^*}$

Получим выражение для вектора μ_x через ошибки измерения углов ρ_1, ρ_2, ρ_3, его порождающие.

Используя разложение Тейлора с оставлением только линейных слагаемых, получим:

$$\hat{\mu}_x = L_{z^*}^T \Delta L_{z^*} = L_1^T L_2^T L_3^T (L_3 L_2 \Delta L_1 + L_3 \Delta L_2 L_1 + \Delta L_3 L_2 L_1) =$$
$$= L_1^T \partial L_1 / \partial \kappa_1^* \rho_1 + L_1^T L_2^T \partial L_2 / \partial \kappa_2^* L_1 \rho_2 + L_1^T L_2^T L_3^T \partial L_3 / \partial \kappa_3^* L_2 L_1 \rho_3 =$$
$$= G_1 \rho_1 + G_2 \rho_2 + G_3 \rho_3,$$

где $G_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $G_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\sin\kappa_1^* \\ 0 & 0 & \cos\kappa_1^* \\ \sin\kappa_1^* & -\cos\kappa_1^* & 0 \end{pmatrix}$,

$$G_3 = \begin{pmatrix} 0 & \sin\kappa_2^* & -\cos\kappa_1^* \cos\kappa_2^* \\ -\sin\kappa_2^* & 0 & -\sin\kappa_1^* \cos\kappa_2^* \\ \cos\kappa_1^* \cos\kappa_2 & \sin\kappa_1^* \cos\kappa_2^* & 0 \end{pmatrix}.$$

После преобразования получим:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= -\sin\kappa_1^* \cos\kappa_2^* \rho_3 + \cos\kappa_1^* \rho_2, \\ \mu_2 &= \cos\kappa_1^* \cos\kappa_2^* \rho_3 + \sin\kappa_1^* \rho_2, \\ \mu_3 &= \sin\kappa_2^* \rho_3 + \rho_1. \end{aligned} \tag{1.2}$$

Далее при учете ρ_1, ρ_2, ρ_3 может быть использовано обратное преобразование:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \mu_3 - \sin\kappa_2^* \rho_3, \\ \rho_2 &= \sin\kappa_1^* \mu_2 + \cos\kappa_1^* \mu_1, \\ \rho_3 \cos\kappa_2^* &= \cos\kappa_1^* \mu_2 - \sin\kappa_1^* \mu_1. \end{aligned} \tag{1.3}$$

Кроме того, очень важно учитывать то обстоятельство, что данные, доставляемые стендом, и данные БИНС не являются синхронизированными, каждые имеют свою шкалу времени и разную дискретность. Обозначим запаздывание данных стенда относительно данных БИНС через τ.

Дополнительный вектор измерения, доставляемый при помощи информации стенда, образуем в двух вариантах: при помощи матрицы ориентации или при помощи углов.

Первый способ формирования дополнительных измерений - при помощи матриц ориентации.

Сначала рассмотрим выражение - разность матриц, вычисленных при помощи информации БИНС и при помощи углов от стенда, без учета ошибок синхронизации:

$$L_y - {L'}_{z*} = L_z + \hat{\beta}_z L_z - L_{z^*} - \hat{\mu}_z L_{z^*}.$$

Распишем входящую в это выражение разность:

$$L_z - L_{z^*} = L_z - L_{zp} + L_{zp} - L_{z^*} = -L_z \hat{\gamma}_p + \hat{\delta}_z L_{z^*}.$$

Здесь L_{zp} - матрица ориентации приборного трехгранника БИНС Mz относительно базового трехгранника стенда Mp.

Таким образом,

$$L_y - {L'}_{z*} = \hat{\beta}_z L_z - \hat{\mu}_z L_{z^*} - L_z \hat{\gamma}_p + \hat{\delta}_z L_{z^*}.$$

С точностью до членов второго порядка малости можно представить:

$$L_y - {L'}_{z*} = \hat{\beta}_z L_y - \hat{\mu}_z L_y - L_y \hat{\gamma}_p + \hat{\delta}_z L_y.$$

Образуем векторы измерений в проекции на оси трехгранника Mz и в проекции на оси трехгранника Mp, эти векторы обозначим через Wz^* и Wp.

Положим с учетом запаздывания:

$$\hat{W}_z^* = (L_y(t) - L'_{z*}(t-\tau))L_y^T(t).$$

Оставляя первый порядок малости по τ и используя для выражения производной матрицы L_y уравнение Пуассона (*), получим:

$$\hat{W}_z^* = \hat{\beta}_z - L_{z*}\hat{\gamma}_p L_z^T + \hat{\delta}_z - \hat{\mu}_z + \hat{\Omega}_z\tau.$$

Далее имеем:

$$W_p = L_{z*}^T W_{z*}$$

или

$$\hat{W}_p = L_{z*}^T \hat{W}_{z*} L_{z*}.$$

Из последних соотношений получим:

$$\hat{W}_p = -\hat{\beta}_x - \hat{\gamma}_p + L_{z*}^T \hat{\delta}_z L_{z*} - \hat{\mu}_x + \hat{\Omega}_x\tau.$$

Итак, векторы измерений имеют вид:

$$W_z{}^* = \beta_z - L_{z*}\gamma_p + \delta_z - \mu_z + \Omega_z\tau,$$
$$W_p = \beta_x - \gamma_p + L_{z*}^T\delta_z - \mu_x + \Omega_x\tau.$$

Здесь $\Omega_x = (\Omega, 0, 0)^T$ на всех трех циклах.

Эквивалентная форма построения вектора измерений.

Матрицу L_z можно рассматривать как функцию трех углов $\kappa_1^*, \kappa_2^*, \kappa_3^*$. Модельные значения этой матрицы $L_y(\kappa_1{}', \kappa_2{}', \kappa_3{}')$. Вектор измерения

$Wp^* = (W_1{}^*, W_2{}^*, W_3{}^*)^T$ образуем следующим образом:

$W_1^* = \kappa'{}_1(t) - \kappa_1^{*\prime}(t-\tau) = \Delta\kappa_1 - \rho_1 + \dot{\kappa'}{}_1(t)\tau,$

$W_2^* = \kappa'{}_2(t) - \kappa_2^{*\prime}(t-\tau) = \Delta\kappa_2 - \rho_2 + \dot{\kappa'}{}_2(t)\tau,$

$W_3^* = \cos\kappa'{}_2(t)(\kappa'{}_3(t) - \kappa_3^{*\prime}(t-\tau)) = \cos\kappa'{}_2(t)(\Delta\kappa_3 - \rho_3) + \cos\kappa'{}_2\dot{\kappa'}{}_3(t)\tau,$

где $\Delta\kappa_i = \kappa_i{}' - \kappa_i^*, i - 1, 2, 3.$

Здесь множитель $\cos\kappa'{}_2$ вводится, как это следует из дальнейшего, для того чтобы избежать вырождения при возможных эволюциях платформы стенда, когда угол $\kappa'{}_2$ оказывается близким к $90°$.

Для того, чтобы выразить $\Delta\kappa_1, \Delta\kappa_2, \Delta\kappa_3$ через компоненты малых углов $\beta_x, \gamma_p, \delta_z$ можно воспользоваться выводом уравнений (1.3). Аналогично тому, как было определено преобразование между ошибками измерений углов и компонентами вектора малого поворота, получим:

$$W_1^* = -\beta_3 - \gamma_{p3} - \delta_{x3} - \rho_1 - \Omega_{x3}\tau,$$

$$W_2^* = -\sin\kappa'{}_1\beta_2 - \cos\kappa'{}_1\beta_1 + \sin\kappa'{}_1\gamma_{p2} + \cos\kappa'{}_1\gamma_{p1} - \sin\kappa'{}_1\delta_{x2} - \cos\kappa'{}_1\delta_{x1} - \\ - \rho_2 - \sin\kappa'{}_1\Omega_{x2}\tau - \cos\kappa'{}_1\Omega_{x1}\tau,$$

$$W_3^* = -\cos\kappa'{}_1\beta_2 + \sin\kappa'{}_1\beta_1 + \cos\kappa'{}_1\gamma_{p2} - \sin\kappa'{}_1\gamma_{p1} - \cos\kappa'{}_1\delta_{x2} + \sin\kappa'{}_1\delta_{x1} - \\ - \cos\kappa'{}_2\rho_3 - \cos\kappa'{}_1\Omega_{x2}\tau + \sin\kappa'{}_1\Omega_{x1}\tau.$$

$$\delta_x = L_y^T\delta_z$$

Итак, задача калибровки сводится к оцениванию постоянных величин

$$\nu_{z_i}^0, \Theta_{ij}, \Delta f_{z_i}^0, \Gamma_{ij}, \delta_{z_i}, \gamma_{p_i}, \rho_i, \tau, \quad i, j = 1, 2, 3,$$

при помощи измерений Wz и дополнительных измерений, доставляемых точным стендом, например, в форме Wp.

1.6 Анализ наблюдаемости

Исследуем принципиальные возможности оценивания инструментальных погрешностей БИНС при помощи анализа наблюдаемости, который позволяет получить наблюдаемые комбинации оцениваемых параметров. Система, наблюдаемость которой предстоит исследовать, является нестационарной по измерениям. При анализе наблюдаемости воспользуемся разложением измерений по базису независимых функций [33].

Анализ наблюдаемости системы без использования измерений от стенда

Анализ наблюдаемости системы при использовании только измерений ньютонометров был проведен в [24]. Была показана наблюдаемость всех параметров модели инструментальных погрешностей датчиков. Здесь мы проведем анализ более подробно, кроме параметров модели инструментальных погрешностей нас будет интересовать наблюдаемость погрешностей определения ориентации.

Напомним:

$$\dot{\beta}_z = \hat{\omega}_z \beta_z + \nu_z, \quad \nu_z = \nu_z^0 + \Theta\Omega_z$$

$$\omega_z = \Omega_z + u_z, \quad u_z = Lu_x, \quad u_x = (0, u\cos\varphi, u\sin\varphi)^T$$

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} 0 & \beta_3 & -\beta_2 \\ -\beta_3 & 0 & \beta_1 \\ \beta_2 & -\beta_1 & 0 \end{pmatrix}$$

Без ограничения общности рассмотрим частный случай, когда стенд находится на экваторе и горизонтальная ось вращения направлена на север. В этом случае характерно, что при вращении вокруг горизонтальной оси проекции угловой скорости на оси приборного трехгранника — константы. Тогда можно легко написать решение уравнений с учетом того, что параметры инструментальных погрешностей — константы. Учтем, что на экваторе $u_x = (0, u, 0)^T$.

Первый цикл:

Заметим, что в данном пункте матрица L имеет отличный от представленной ранее вид, так как рассматривается частный случай на экваторе и ось вращения близка к направлению Mx_2.

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ sin\Omega t & 0 & cos\Omega t \\ cos\Omega t & 0 & -sin\Omega t \end{pmatrix},$$

$$\Omega_z = (\Omega, 0, 0)^T, \quad u_z = (u, 0, 0)^T.$$

Уравнения ошибок имеют вид:

$$\dot{\beta}_1 = \nu_1^0 + \Theta_{11}\Omega,$$
$$\dot{\beta}_2 = \omega\beta_3 + \nu_2^0 + \Theta_{21}\Omega,$$
$$\dot{\beta}_3 = -\omega\beta_2 + \nu_3^0 + \Theta_{31}\Omega.$$

Пусть начальные значения:

$$\beta^{0(I)} = \beta(t_0), t_0 = 0.$$

Здесь верхний индекс в скобках при начальных значениях β означает номер цикла, эти значения различны на каждом из трех циклов.

Выпишем решение системы:

$$\beta_1 = (\nu_1^0 + \Theta_{11}\Omega)t + \beta_1^{0(I)},$$
$$\beta_2 = \beta_2^{0(I)} \cos\omega t + (\beta_3^{0(I)} + \frac{\nu_2^0 + \theta_{21}\Omega}{\omega}) \sin\omega t + \frac{\nu_3^0 + \theta_{31}\Omega}{\omega}(1 - \cos\omega t),$$
$$\beta_3 = \beta_3^{0(I)} \cos\omega t + (-\beta_2^{0(I)} + \frac{\nu_3^0 + \theta_{31}\Omega}{\omega}) \sin\omega t - \frac{\nu_2^0 + \theta_{21}\Omega}{\omega}(1 - \cos\omega t). \tag{1.4}$$

Вектор измерений:

$$w = -g\widehat{l^3}\beta_z + \Delta f_z = -g\widehat{l^3}\beta_z + \Delta f_z^0 + \Gamma f_z.$$

Запишем его покомпонентно:

$$w_1 = \beta_2 g \sin\Omega t + \beta_3 g \cos\Omega t + \Delta f_1^0,$$
$$w_2 = -\beta_1 g \sin\Omega t + \Delta f_2^0 + \Gamma_{22} g \cos\Omega t,$$
$$w_3 = -\beta_1 g \cos\Omega t + \Delta f_3^0 + \Gamma_{32} g \cos\Omega t - \Gamma_{33} g \sin\Omega t.$$

Подставим значения β:

$$w_1 = \left(\beta_2^0 \cos\omega t + (\beta_3^{0(I)} + \frac{\nu_2^0 + \theta_{21}\Omega}{\omega}) \sin\omega t + \frac{\nu_3^0 + \theta_{31}\Omega}{\omega}(1 - \cos\omega t)\right) g \sin\Omega t +$$
$$+ \left(\beta_3^0 \cos\omega t + (-\beta_2^{0(I)} + \frac{\nu_3^0 + \theta_{31}\Omega}{\omega}) \sin\omega t - \frac{\nu_2^0 + \theta_{21}\Omega}{\omega}(1 - \cos\omega t)\right) g \cos\Omega t + \Delta f_1^0,$$

$$w_2 = -g(\nu_1^0 + \Theta_{11}\Omega)t \sin\Omega t + \beta_1^{0(I)} g \sin\Omega t + \Delta f_2^0 + \Gamma_{22} g \cos\Omega t,$$

$$w_3 = -g(\nu_1^0 + \Theta_{11}\Omega)t \cos\Omega t - \beta_1^{0(I)} g \cos\Omega t + \Delta f_3^0 + \Gamma_{32} g \cos\Omega t - \Gamma_{33} g \sin\Omega t.$$

После преобразований вектор измерений имеет вид:

$$w_1 = \Delta f_1^0 - \frac{\nu_2^0 + \theta_{21}\Omega}{\omega} g \cos\Omega t + \frac{\nu_3^0 + \theta_{31}\Omega}{\omega} g \sin\Omega t +$$
$$+ (\beta_3^{0(I)} + \frac{\nu_2^0 + \theta_{21}\Omega}{\omega}) \cos(\omega - \Omega)t + (-\beta_2^{0(I)} + \frac{\nu_3^0 + \theta_{31}\Omega}{\omega}) \sin(\omega - \Omega)t,$$

$$w_2 \;=\; \Delta f_2^0 \;+\; \Gamma_{22} g\cos\Omega t \;+\; \beta_1^{0(I)} g\sin\Omega t \;+\; g(\nu_1^0 \;+\; \Theta_{11}\Omega)t\sin\Omega t+,$$

$$w_3 = \Delta f_3^0 + (\Gamma_{32} - \beta_1^{0(I)})g\cos\Omega t - \Gamma_{33} g\sin\Omega t - g(\nu_1^0 + \Theta_{11}\Omega)t\cos\Omega t.$$

Рассмотрим $\sin(\omega - \Omega)t = \sin(\Omega + u - \Omega)t = \sin ut$. Так как $\sin ut$ медленно меняющаяся функция на интервале времени калибровки, то эти функции не считаем независимыми с константами.

С учетом этого факта:

$$w_1 = \Delta f_1^0 - \frac{\nu_2^0 + \theta_{21}\Omega}{\omega} g\cos\Omega t + \frac{\nu_3^0 + \theta_{31}\Omega}{\omega} g\sin\Omega t+$$
$$+ (\beta_3^{0(I)} + \frac{\nu_2^0 + \theta_{21}\Omega}{\omega})\cos ut + (-\beta_2^{0(I)} + \frac{\nu_3^0 + \theta_{31}\Omega}{\omega})\sin ut,$$

$$w_2 \;=\; \Delta f_2^0 \;+\; \Gamma_{22} g\cos\Omega t \;+\; \beta_1^{0(I)} g\sin\Omega t \;+\; g(\nu_1^0 \;+\; \Theta_{11}\Omega)t\sin\Omega t,$$

$$w_3 = \Delta f_3^0 + (\Gamma_{32} - \beta_1^{0(I)})g\cos\Omega t - \Gamma_{33} g\sin\Omega t - g(\nu_1^0 + \Theta_{11}\Omega)t\cos\Omega t.$$

Набор функций $1, \sin\Omega t, \cos\Omega t, \cos ut$ линейно независимый, поэтому наблюдаемыми являются постоянные множители перед этими функциями.

Таким образом, видно, что после первого цикла с учетом переключения угловой скорости вращения с Ω на $-\Omega$ наблюдаемы следующие параметры:

$$\nu_1^0, \nu_2^0, \nu_3^0, \Theta_{11}, \Theta_{21}, \Theta_{31}, \Delta f_2^0, \Delta f_3^0, \Gamma_{22}.\Gamma_{32}, \Gamma_{33}.$$

Отдельно отметим наблюдаемость $\beta_3^{0(I)}, \beta_1^{0(I)}$. На данном этапе они никак не влияют на анализ наблюдаемости, но будут необходимы для анализа наблюдаемости с использованием измерений от точного стенда.

Второй цикл:

$$L = \begin{pmatrix} cos\Omega t & 0 & -sin\Omega t \\ 0 & 1 & 0 \\ sin\Omega t & 0 & cos\Omega t \end{pmatrix},$$

$$\Omega_z = (0, \Omega, 0)^T, \quad u_z = (0, u, 0)^T.$$

Уравнения ошибок имеют вид:

$$\dot{\beta}_1 = -\omega\beta_3 + \nu_1^0 + \Theta_{12}\Omega,$$
$$\dot{\beta}_2 = \nu_2^0 + \Theta_{22}\Omega,$$
$$\dot{\beta}_3 = \omega\beta_1 + \nu_3^0 + \Theta_{32}\Omega.$$

Пусть начальные значения: $\beta^{0(II)} = \beta(t_1)$, где t_1 - конечное время первого цикла.

Выпишем решение на втором цикле:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \beta_1^{0(II)}\cos\omega t + (-\beta_3^{0(II)} + \frac{\nu_1^0 + \theta_{12}\Omega}{\omega})\sin\omega t - \frac{\nu_3^0 + \theta_{32}\Omega}{\omega}(1 - \cos\omega t), \\ \beta_2 &= (\nu_2^0 + \Theta_{22}\Omega)t + \beta_2^{0(II)}, \\ \beta_3 &= \beta_3^{0(II)}\cos\omega t + (\beta_1^{0(II)} + \frac{\nu_3^0 + \theta_{32}\Omega}{\omega})\sin\omega t + \frac{\nu_1^0 + \theta_{12}\Omega}{\omega}(1 - \cos\omega t). \end{aligned} \tag{1.5}$$

Вектор измерений имеет вид:

$$w_z = -g\widehat{l^3}\beta_z + \Delta f_z = -g\widehat{l^3}\beta_z + \Delta f_z^0 + \Gamma f_z.$$

Запишем его покомпонентно:

$$w_1 = -\beta_2 g\cos\Omega t + \Delta f_1^0 - \Gamma_{11} g\sin\Omega t,$$
$$w_2 = \beta_1 g\cos\Omega t + \beta_3 g\sin\Omega t + \Delta f_2^0 - \Gamma_{21} g\sin\Omega t,$$
$$w_3 = -\beta_2 g\sin\Omega t + \Delta f_3^0 - \Gamma_{31} g\sin\Omega t + \Gamma_{33} g\cos\Omega t.$$

Подставим значения β:

$$w_1 = -g(\nu_2^0 + \Theta_{22}\Omega)t\cos\Omega t - \beta_2^{0(II)} g\cos\Omega t + \Delta f_1^0 - \Gamma_{11} g\sin\Omega t,$$

$$w_2 = \left(\beta_1^{0(II)}\cos\omega t + (-\beta_3^{0(II)} + \frac{\nu_1^0 + \theta_{12}\Omega}{\omega})\sin\omega t - \right.$$
$$\left. - \frac{\nu_3^0 + \theta_{32}\Omega}{\omega}(1-\cos\omega t)\right) g\cos\Omega t + \Delta f_2^0 - \Gamma_{21} g\sin\Omega t +$$
$$+\left(\beta_3^{0(II)}\cos\omega t + (\beta_1^{0(II)} + \frac{\nu_3^0 + \theta_{32}\Omega}{\omega})\sin\omega t + \frac{\nu_1^0 + \theta_{12}\Omega}{\omega}(1-\cos\omega t)\right) g\sin\Omega t,$$

$$w_3 = -g(\nu_2^0 + \Theta_{22}\Omega)t\sin\Omega t + \beta_2^{0(II)} g\sin\Omega t + \Delta f_3^0 - \Gamma_{31} g\sin\Omega t + \Gamma_{33} g\cos\Omega t.$$

После преобразований вектор измерений имеет вид:

$$w_1 = \Delta f_1^0 - \beta_2^{0(II)} g\cos\Omega t - \Gamma_{11} g\sin\Omega t - g(\nu_2^0 + \Theta_{22}\Omega)t\cos\Omega t,$$

$$w_2 = \Delta f_2^0 - \frac{\nu_3^0 + \theta_{32}\Omega}{\omega} g\cos\Omega t + (\Gamma_{21} - \frac{\nu_1^0 + \theta_{12}\Omega}{\omega}) g\sin\Omega t +$$
$$+(\beta_1^{0(II)} + \frac{\nu_3^0 + \theta_{32}\Omega}{\omega}) g\cos(\omega - \Omega)t + (-\beta_3^{0(II)} + \frac{\nu_1^0 + \theta_{12}\Omega}{\omega}) g\sin(\omega - \Omega)t,$$

$$w_3 = \Delta f_3^0 + \Gamma_{33} g\cos\Omega t - (\Gamma_{31} + \beta_2^{0(II)}) g\sin\Omega t - g(\nu_2^0 + \Theta_{22}\Omega)t\sin\Omega t.$$

Аналогично рассуждениям на первом цикле про линейную независимость функций, после второго цикла наблюдаемы параметры: $\Delta f_1, \Theta_{12}, \Theta_{22}, \Theta_{32}, \Gamma_{11}, \Gamma_{21}, \Gamma_{31}$.

Отдельно отметим наблюдаемость $\beta_1^{0(II)}$, $\beta_2^{0(II)}$, $\beta_3^{0(II)}$. На данном этапе они никак не влияют на анализ наблюдаемости, но будут необходимы для анализа наблюдаемости с использованием измерений от точного стенда.

Третий цикл:

$$L = \begin{pmatrix} sin\Omega t & 0 & cos\Omega t \\ cos\Omega t & 0 & -sin\Omega t \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\Omega_z = (0, 0, \Omega)^T, \quad u_z = (0, 0, u)^T.$$

Уравнения ошибок имеют вид:

$$\dot{\beta}_1 = \omega\beta_2 + \nu_1^0 + \Theta_{13}\Omega,$$
$$\dot{\beta}_2 = -\omega\beta_1 + \nu_2^0 + \Theta_{23}\Omega),$$
$$\dot{\beta}_3 = \nu_3^0 + \Theta_{33}\Omega.$$

Пусть начальные значения: $\beta^{0(III)} = \beta(t_2)$, где t_2 - конечное время второго цикла.

Выпишем решение на третьем цикле:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \beta_1^{0(III)} \cos\omega t + (\beta_2^{0(III)} + \frac{\nu_1^0 + \theta_{13}\Omega}{\omega}) \sin\omega t + \frac{\nu_2^0 + \theta_{23}\Omega}{\omega}(1 - \cos\omega t), \\ \beta_2 &= \beta_2^{0(III)} \cos\omega t - (\beta_1^{0(III)} + \frac{\nu_2^0 + \theta_{23}\Omega}{\omega}) \sin\omega t - \frac{\nu_1^0 + \theta_{13}\Omega}{\omega}(1 - \cos\omega t), \\ \beta_3 &= (\nu_3^0 + \Theta_{33}\Omega)t + \beta_3^{0(III)}. \end{aligned} \tag{1.6}$$

Вектор измерений имеет вид:

$$w_z = -g\widehat{l^3}\beta_z + \Delta f_z = -g\widehat{l^3}\beta_z + \Delta f_z^0 + \Gamma f_z$$

Покомпонентно:

$$w_1 = -\beta_3 g \sin\Omega t + \Delta f_1^0 + \Gamma_{11} g \cos\Omega t,$$
$$w_2 = -\beta_3 g \cos\Omega t + \Delta f_2^0 + \Gamma_{21} g \cos\Omega t - \Gamma_{22} g \sin\Omega t,$$
$$w_3 = \beta_1 g \sin\Omega t + \beta_2 g \cos\Omega t + \Delta f_3^0 + \Gamma_{31} g \cos\Omega t - \Gamma_{32} g \sin\Omega t.$$

Подставим значения β:

$$w_1 = -g(\nu_3^0 + \Theta_{33}\Omega)t\sin\Omega t - \beta_3^{0(III)} g\sin\Omega t + \Delta f_1^0 + \Gamma_{11} g\cos\Omega t,$$

$$w_2 = -g(\nu_3^0+\Theta_{33}\Omega)t\cos\Omega t - \beta_3^{0(III)} g\cos\Omega t + \Delta f_2^0 + \Gamma_{21} g\cos\Omega t - \Gamma_{22} g\sin\Omega t,$$

$$w_3 = \left(\beta_1^{0(III)}\cos\omega t + (\beta_2^{0(III)} + \frac{\nu_1^0+\theta_{13}\Omega}{\omega})\sin\omega t + \frac{\nu_2^0+\theta_{23}\Omega}{\omega}(1-\cos\omega t)\right) g\sin\Omega t +$$
$$+\left(\beta_2^{0(III)}\cos\omega t - (\beta_1^{0(III)} + \frac{\nu_2^0+\theta_{23}\Omega}{\omega})\sin\omega t - \frac{\nu_1^0+\theta_{13}\Omega}{\omega}(1-\cos\omega t)\right) g\cos\Omega t +$$
$$+ \Delta f_3^0 + \Gamma_{31} g\cos\Omega t - \Gamma_{32} g\sin\Omega t.$$

После преобразований вектор измерений имеет вид:

$$w_1 = \Delta f_1^0 + \Gamma_{11} g\cos\Omega t - \beta_3^{0(III)} g\sin\Omega t - g(\nu_3^0 + \Theta_{33}\Omega)t\sin\Omega t,$$

$$w_2 = \Delta f_2^0 + \Gamma_{21} g\cos\Omega t - (\Gamma_{22} + \beta_3^{0(III)}) g\cos\Omega t - g(\nu_3^0 + \Theta_{33}\Omega)t\cos\Omega t,$$

$$w_3 = \Delta f_3^0 + (\Gamma_{31} - \frac{\nu_1^0+\theta_{13}\Omega}{\omega}) g\cos\Omega t - (\Gamma_{32} - \frac{\nu_2^0+\theta_{23}\Omega}{\omega}) g\sin\Omega t +$$
$$+(\beta_2^{0(III)} + \frac{\nu_1^0+\theta_{13}\Omega}{\omega}) g\cos(\omega-\Omega)t + (-\beta_1^{0(III)} + \frac{\nu_2^0+\theta_{23}\Omega}{\omega}) g\sin(\omega-\Omega)t.$$

После третьего цикла оказываются наблюдаемыми оставшиеся параметры: Θ_{13},Θ_{23},Θ_{33}.

Отдельно отметим наблюдаемость $\beta_1^{0(III)}$, $\beta_2^{0(III)}$, $\beta_3^{0(III)}$. На данном этапе они никак не влияют на анализ наблюдаемости, но будут необходимы для анализа наблюдаемости с использованием измерений от точного стенда.

Таким образом, мы убедились, что наблюдаемы все параметры принятых моделей инструментальных погрешностей.

Анализ наблюдаемости системы с использованием измерений от стенда

Проведем анализ наблюдаемости с учетом дополнительных измерений.

Получим явный вид измерений от стенда. На каждом из трех циклов нам понадобится общее выражение матрицы ориентации через углы от стенда, полученное с помощью трех последовательных поворотов.

$$L = L_3 L_2 L_1 = \begin{pmatrix} cos\kappa_3 & 0 & -sin\kappa_3 \\ 0 & 1 & 0 \\ sin\kappa_3 & 0 & cos\kappa_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\kappa_2 & sin\kappa_2 \\ 0 & -sin\kappa_2 & cos\kappa_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} cos\kappa_1 & sin\kappa_1 & 0 \\ -sin\kappa_1 & cos\kappa_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} cos\kappa_3 & 0 & -sin\kappa_3 \\ 0 & 1 & 0 \\ sin\kappa_3 & 0 & cos\kappa_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} cos\kappa_1 & sin\kappa_1 & 0 \\ -cos\kappa_2 sin\kappa_1 & cos\kappa_2 cos\kappa_1 & sin\kappa_2 \\ sin\kappa_2 sin\kappa_1 & -sin\kappa_2 cos\kappa_1 & cos\kappa_2 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \cos\kappa_3\cos\kappa_1 - \sin\kappa_1\sin\kappa_2\sin\kappa_3 & \sin\kappa_1\cos\kappa_3 + \cos\kappa_1\sin\kappa_2\sin\kappa_3 & -\cos\kappa_2\sin\kappa_3 \\ -\sin\kappa_1\cos\kappa_2 & \cos\kappa_1\cos\kappa_2 & \sin\kappa_2 \\ \cos\kappa_1\sin\kappa_3 + \cos\kappa_3\sin\kappa_2\cos\kappa_1 & \sin\kappa_3\sin\kappa_1 - \cos\kappa_3\sin\kappa_2\cos\kappa_1 & \cos\kappa_2\cos\kappa_3 \end{pmatrix}.$$

На каждом цикле определим поведение величин $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$, как функции времени. Будем использовать вид матрицы L, рассмотренный в предыдущем пункте.

Первый цикл:

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ sin\Omega t & 0 & cos\Omega t \\ cos\Omega t & 0 & -sin\Omega t \end{pmatrix} \Longrightarrow \begin{aligned} cos\kappa_3 cos\kappa_1 - sin\kappa_3 sin\kappa_2 sin\kappa_1 = 0, \\ cos\kappa_3 sin\kappa_1 + sin\kappa_3 sin\kappa_2 cos\kappa_1 = 1, \\ -sin\kappa_3 cos\kappa_2 = 0. \end{aligned}$$

$$\kappa_3 = 0 \Rightarrow \cos\kappa_3 = 1, \sin\kappa_3 = 0.$$

Подставив $\kappa_3 = 0$, получим $\cos\kappa_1 = 0, \sin\kappa_1 = 0 \Longrightarrow \kappa_1 = \pi/2$

$$cos\kappa_2 = -\sin\Omega t,$$

$$sin\kappa_2 = \cos\Omega t.$$

Второй цикл:

$$L = \begin{pmatrix} cos\Omega t & 0 & -sin\Omega t \\ 0 & 1 & 0 \\ sin\Omega t & 0 & cos\Omega t \end{pmatrix} \Longrightarrow$$

$$\kappa_1 = 0, \kappa_2 = 0,$$

$$cos\kappa_3 = \cos\Omega t,$$

$$sin\kappa_3 = \sin\Omega t.$$

Третий цикл:

$$L = \begin{pmatrix} sin\Omega t & 0 & cos\Omega t \\ cos\Omega t & 0 & -sin\Omega t \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Longrightarrow$$

$$\kappa_1 = \pi/2, \kappa_3 = \pi/2,$$

$$cos\kappa_2 = -\cos\Omega t,$$

$$sin\kappa_2 = -\sin\Omega t.$$

Теперь перейдем к определению поведения на каждом из циклов величин μ:

$$\mu_{x_1} = -sin\kappa_1 cos\kappa_2 \rho_3 + cos\kappa_1 \rho_2,$$

$$\mu_{x_2} = cos\kappa_1 cos\kappa_2 \rho_3 + sin\kappa_1 \rho_2,$$

$$\mu_{x_3} = sin\kappa_2 \rho_3 + \rho_1.$$

Напомним:$\mu_z = L\mu_x$.

Первый цикл:

$$\mu_{x_1} = \rho_3 sin\Omega t,$$

$$\mu_{x_2} = \rho_2,$$

$$\mu_{x_3} = \rho_3 cos\Omega t + \rho_1.$$

$$\mu_{z_1} = \rho_2,$$

$$\mu_{z_2} = \rho_1 cos\Omega t + \rho_3,$$

$$\mu_{z_3} = -\rho_1 sin\Omega t.$$

Второй цикл:

$$\mu_{x_1} = \rho_2,$$

$$\mu_{x_2} = \rho_3,$$

$$\mu_{x_3} = \rho_1.$$

$$\mu_{z_1} = \rho_2 cos\Omega t - \rho_1 sin\Omega t,$$

$$\mu_{z_2} = \rho_3,$$

$$\mu_{z_3} = \rho_2 sin\Omega t + \rho_1 cos\Omega t.$$

Третий цикл:

$$\mu_{x_1} = \rho_3 cos\Omega t,$$

$$\mu_{x_2} = \rho_2,$$

$$\mu_{x_3} = \rho_1 - \rho_3 sin\Omega t.$$

$$\mu_{z_1} = \rho_1 cos\Omega t,$$

$$\mu_{z_2} = \rho_3 - \rho_1 sin\Omega t,$$

$$\mu_{z_3} = \rho_2.$$

Далее в соответствии с видом вектора измерений нам понадобится выражение следующих величин на каждом цикле.

Первый цикл:

$$L\gamma = \begin{pmatrix} \gamma_2 \\ \gamma_1 sin\Omega t + \gamma_3 cos\Omega t \\ \gamma_1 cos\Omega t - \gamma_3 sin\Omega t \end{pmatrix}.$$

Второй цикл:

$$L\gamma = \begin{pmatrix} \gamma_1 cos\Omega t - \gamma_3 sin\Omega t \\ \gamma_2 \\ \gamma_1 sin\Omega t + \gamma_3 cos\Omega t \end{pmatrix}.$$

Третий цикл:

$$L\gamma = \begin{pmatrix} \gamma_1 sin\Omega t + \gamma_3 cos\Omega t \\ \gamma_1 cos\Omega t - \gamma_3 sin\Omega t \\ \gamma_2 \end{pmatrix}.$$

Представим вектор измерений $W_z^* = \beta_z - L\gamma_p + \delta_z - \mu_z + \Omega_z \tau$ на каждом цикле покоординатно:

Первый цикл:

$$w_1^* = \beta_1 - \gamma_{2p} + \delta_1 - \rho_2 + \Omega\tau,$$
$$w_2^* = \beta_2 + \gamma_{1p} sin\Omega t - \gamma_{3p} cos\Omega t + \delta_2 - \rho_1 cos\Omega t - \rho_3,$$
$$w_3^* = \beta_3 - \gamma_{1p} cos\Omega t - \gamma_{3p} sin\Omega t + \delta_3 - \rho_1 sin\Omega t.$$

Подставим значения для β (1.4):

$$w_1^* = (\nu_1^0 + \Theta_{11}\Omega)t + \beta_1^{0(I)} - \gamma_{2p} + \delta_1 - \rho_2 + \Omega\tau,$$

$$w_2^* = \beta_2^{0(I)} \cos\omega t + (\beta_3^{0(I)} + \frac{\nu_2^0 + \theta_{21}\Omega}{\omega}) \sin\omega t + \frac{\nu_3^0 + \theta_{31}\Omega}{\omega}(1 - \cos\omega t) +$$
$$+ \gamma_{1p} sin\Omega t - \gamma_{3p} cos\Omega t + \delta_2 - \rho_1 cos\Omega t - \rho_3,$$

$$w_3^* = \beta_3^{0(I)} \cos\omega t + (-\beta_2^{0(I)} + \frac{\nu_3^0 + \theta_{31}\Omega}{\omega}) \sin\omega t - \frac{\nu_2^0 + \theta_{21}\Omega}{\omega}(1 - \cos\omega t) -$$
$$- \gamma_{1p} cos\Omega t - \gamma_{3p} sin\Omega t + \delta_3 - \rho_1 sin\Omega t.$$

Основываясь на том, что постоянные коэффициенты при линейно независимых функциях являются наблюдаемыми, и учитывая наблюдаемость параметров инструментальных погрешностей на первом цикле, получим, что наблюдаемы следующие величины и комбинации:

$$\tau, \gamma_1, \delta_3, \gamma_3 + \rho_1, \delta_2 - \rho_3, -\gamma_2 + \delta_1 - \rho_2.$$

Второй цикл:

$$w_1^* = \beta_1 - \gamma_{1p} cos\Omega t - \gamma_{3p} sin\Omega t + \delta_1 - \rho_2 cos\Omega t - \rho_1 sin\Omega t,$$
$$w_2^* = \beta_2 + \gamma_{2p} + \delta_2 - \rho_3 + \Omega\tau,$$
$$w_3^* = \beta_3 + \gamma_{1p} sin\Omega t - \gamma_{3p} cos\Omega t + \delta_3 - \rho_1 cos\Omega t + \rho_2 sin\Omega t.$$

Подставим значения для β (1.5):

$$w_1^* = \beta_1^{0(II)} \cos\omega t + (-\beta_3^{0(II)} + \frac{\nu_1^0 + \theta_{12}\Omega}{\omega}) \sin\omega t - \frac{\nu_3^0 + \theta_{32}\Omega}{\omega}(1 - \cos\omega t) -$$
$$- \gamma_{1p} cos\Omega t - \gamma_{3p} sin\Omega t + \delta_1 - \rho_2 cos\Omega t - \rho_1 sin\Omega t,$$

$$w_2^* = (\nu_2^0 + \Theta_{22}\Omega)t + \beta_2^{0(II)} + \gamma_{2p} + \delta_2 - \rho_3 + \Omega\tau,$$

$$w_3^* = \beta_3^{0(II)} \cos\omega t + (\beta_1^{0(II)} + \frac{\nu_3^0 + \theta_{32}\Omega}{\omega}) \sin\omega t + \frac{\nu_1^0 + \theta_{12}\Omega}{\omega}(1 - \cos\omega t) +$$
$$+ \gamma_{1p} sin\Omega t - \gamma_{3p} cos\Omega t + \delta_3 - \rho_1 cos\Omega t + \rho_2 sin\Omega t.$$

Аналогично рассуждениям на первом цикле наблюдаемыми оказываются величины: $\delta_1, \gamma_2, \rho_2$.

Третий цикл:

$$w_1^* = \beta_1 + \gamma_{1p} sin\Omega t - \gamma_{3p} cos\Omega t + \delta_1 - \rho_1 cos\Omega t,$$
$$w_2^* = \beta_2 - \gamma_{1p} cos\Omega t - \gamma_{3p} sin\Omega t + \delta_2 - \rho_1 sin\Omega t - \rho_3,$$
$$w_3^* = \beta_3 - \gamma_{2p} + \delta_3 - \rho_2 + \Omega\tau.$$

Подставим значения для β (1.6):

$$w_1^* = \beta_1^{0(III)} \cos\omega t + (\beta_2^{0(III)} + \frac{\nu_1^0 + \theta_{13}\Omega}{\omega}) \sin\omega t + \frac{\nu_2^0 + \theta_{23}\Omega}{\omega}(1 - \cos\omega t) + \\ + \gamma_{1p} sin\Omega t - \gamma_{3p} cos\Omega t + \delta_1 - \rho_1 cos\Omega,$$

$$w_2^* = \beta_2^{0(III)} \cos\omega t - (\beta_1^{0(III)} + \frac{\nu_2^0 + \theta_{23}\Omega}{\omega}) \sin\omega t - \frac{\nu_1^0 + \theta_{13}\Omega}{\omega}(1 - \cos\omega t) - \\ - \gamma_{1p} cos\Omega t - \gamma_{3p} sin\Omega t + \delta_2 - \rho_1 sin\Omega t - \rho_3,$$

$$w_3^* = (\nu_3^0 + \Theta_{33}\Omega)t + \beta_3^{0(III)} - \gamma_{2p} + \delta_3 - \rho_2 + \Omega\tau.$$

Таким образом, наблюдаемые параметры:

$$\gamma_1, \gamma_2, \delta_1, \delta_3, \rho_2, \tau, \delta_2 - \rho_3, \gamma_3 + \rho_1.$$

Замечание. Поясним, почему последние две комбинации не разделяются на примере последней: ρ_1 - погрешность измерения угла, а ось, от которой этот угол отсчитывается, определена с точностью до γ_3. Таким образом, эти величины могут наблюдаться только в виде комбинации.

Заключение

Формализована задача калибровки на точных стендах. А именно, в параметрах ошибок БИНС выведены уравнения, описывающие информацию, доставляемую измерителями стенда с учетом инструментальных погрешностей стенда и несинхронностью информационных потоков БИНС и стенда.

В результате проведенного анализа наблюдаемости установлено, что наряду со всеми параметрами моделей инструментальных погрешностей БИНС наблюдается параметр несинхронности информации БИНС и стенда, а также параметры инструментальных погрешностей стенда по отдельности, за исключением двух неразделяемых комбинаций.

Глава 2

Ковариационный анализ задачи калибровки БИНС

При анализе точности алгоритма основным инструментом исследования является ковариационный анализ, который позволяет учесть уровень шумов в системе и корректирующих измерениях. Поскольку задача калибровки БИНС на точном стенде сформулирована как задача калмановской фильтрации, то точность оценки определяется решением соответствующего ковариационного уравнения.

В главе 2 проводится сравнительный ковариационный анализ точности оценки параметров инструментальных погрешностей при калибровке:

- с использованием дополнительной информации от стенда и без нее на одностепенных стендах;
- на одностепенных и двустепенных стендах без использования дополнительной информации от стенда;

- с использованием дополнительной информации от стенда и без нее на двустепенных стендах;

Также исследована зависимость точности калибровки от уровня шумов дополнительной информации и датчиков БИНС.

Изучено влияние программного движения стенда на точность калибровки бескарданной инерциальной навигационной системы.

С учетом полученных результатов представлено моделирование автономной навигации по результатам калибровки с использованием дополнительной информации от стенда и без нее.

2.1 Сравнение результатов моделирования калибровки БИНС

Цель моделирования — провести сравнительный ковариационный анализ точности оценки параметров инструментальных погрешностей при калибровке на грубом одностепенном стенде и на точном стенде, а также сравнение в случае, если грубый или точный стенд двухстепенной.

При моделировании использовались файлы с реальными данными показаний ДУС и ньютонометров. Частота записи 50 Гц. При постоянной угловой скорости показания ньютонометров совершают колебания с амплитудой g. На графиках представлены зависимости этих параметров от времени. На первом цикле ось вращения стенда направлена на юг, на втором — на восток, а на третьем — на юг. Эти данные легли в основу моделирования программного движения стенда. Заметим, что на каждом цикле присутствует интервал неподвижности системы, который в последующем не учитывался при моделировании, так как на нем показания датчиков не изменялись. Предполагается, что используются высокоточные стенды, типа ([31], [32]), поэтому параметрами γ, ρ (подробнее см. п. 1.5) можно пренебречь.

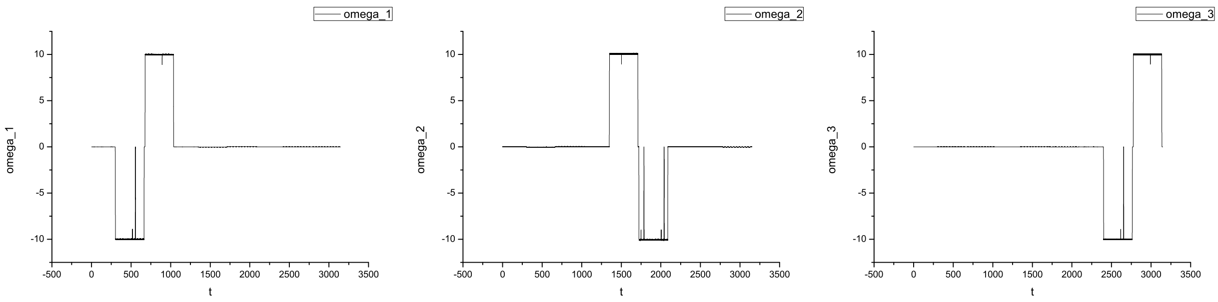

Рисунок 2.1: Угловые скорости ДУС, $^\circ$/сек

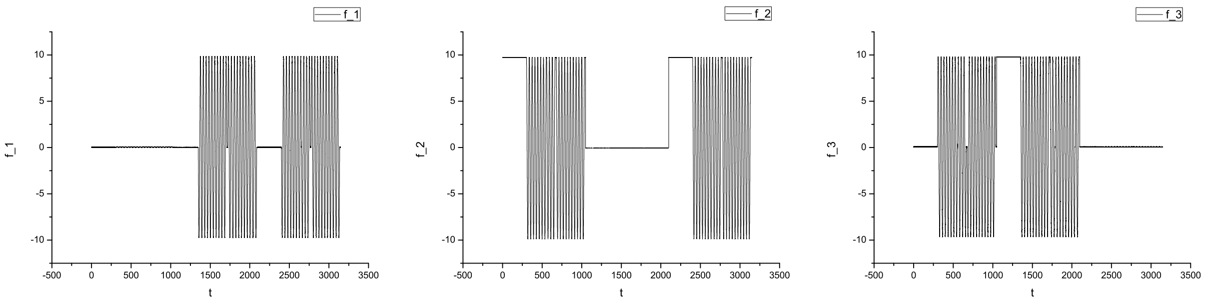

Рисунок 2.2: Показания ньютонометров, м/c^2

При ковариационном анализе были выбраны следующие близкие к реальным априорные характеристики для параметров инструментальных погрешностей в виде их среднеквадратических значений: $\sigma_{\nu^0} = 0.5^\circ$/час, $\sigma_{\Delta f_z^0} = 0.02$ м/c^2, $\sigma_{\Gamma_{ii}} = 10^{-3}$, $\sigma_{\Gamma_{ij}} = 3'$, $\sigma_{\Theta_{ii}} = 10^{-3}$, $\sigma_{\Theta_{ij}} = 3'$. Предполагается, что между собой они не коррелированы. При моделировании стандартные отклонения белых шумов в ДУС σ_{ν^s} полагаются равной 0.1°/час, приведенные к частоте 1 Гц, а стандартные отклонения шумов ньютонометров $\sigma_{\Delta f_z^s}$ — $3 \cdot 10^{-3}$ м/c^2, приведенные к частоте 1 Гц.

2.1.1 Влияние привлечения информации от стенда на точность калибровки по данным ньютонометров на одностепенном стенде

Для реализации моделирования на одностепенных стендах на каждом цикле начальные условия для β выбирались независимо для каждого цикла с $\sigma_\beta = 1°$, а выходные ковариации инструментальных погрешностей на цикле служили начальными условиями на последующем цикле. Погрешности информации от стенда: $\sigma_{\delta_i} = 1°, \sigma_\tau = 0.05$ с, $\sigma_{\Delta\kappa_i{}^s} = 15''$, приведенные к частоте 1 Гц.

В таблице представлено отношение стандартных отклонений (СО) ошибки оценки параметров инструментальных погрешностей к соответствующим начальным значениям, причем в первой строке — без использования информации от стенда, во второй — с использованием информации от стенда.

$\Delta f_{z_1}^0$	$\Delta f_{z_2}^0$	$\Delta f_{z_3}^0$	Γ_{11}	Γ_{21}	Γ_{22}	Γ_{31}	Γ_{32}	Γ_{33}
0,105	0,104	0,106	0,015	0,030	0,038	0,030	0,073	0,015
0,082	0,085	0,069	0,015	0,015	0,038	0,029	0,059	0,015

$\nu_{z_1}^0$	$\nu_{z_2}^0$	$\nu_{z_3}^0$	θ_{11}	θ_{12}	θ_{13}	θ_{21}	θ_{22}	θ_{23}
0,148	0,290	0,152	0,002	0,036	0,037	0,020	0,002	0,036
0,085	0,085	0,085	0,002	0,003	0,036	0,003	0,002	0,031

θ_{31}	θ_{32}	θ_{33}
0,022	0,022	0,002
0,021	0,021	0,002

Таблица 2.1: Отношение СО ошибки оценки параметров к начальным значениям

Численные результаты моделирования представлены на графиках:

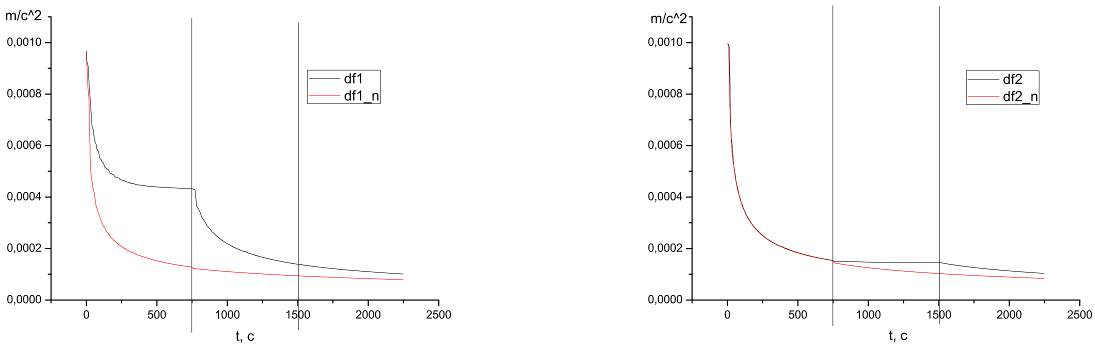

Рисунок 2.3: Зависимость СО ошибок оценок параметров инструментальных погрешностей ньютонометров

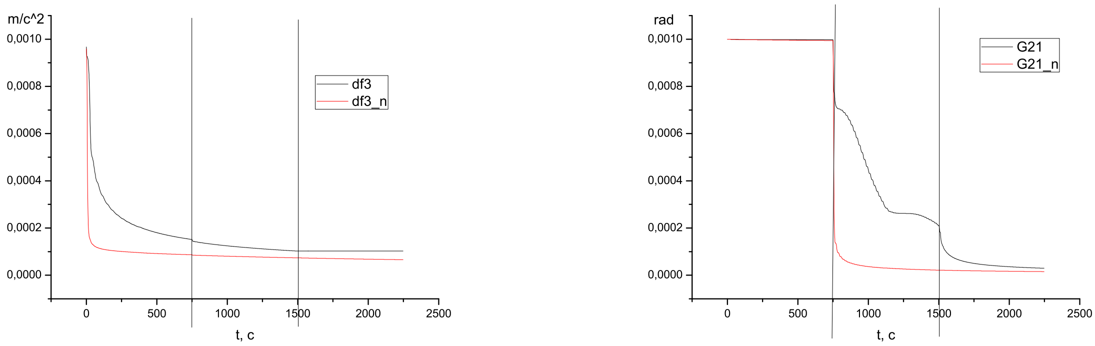

Рисунок 2.4: Зависимость СО ошибок оценок параметров инструментальных погрешностей ньютонометров

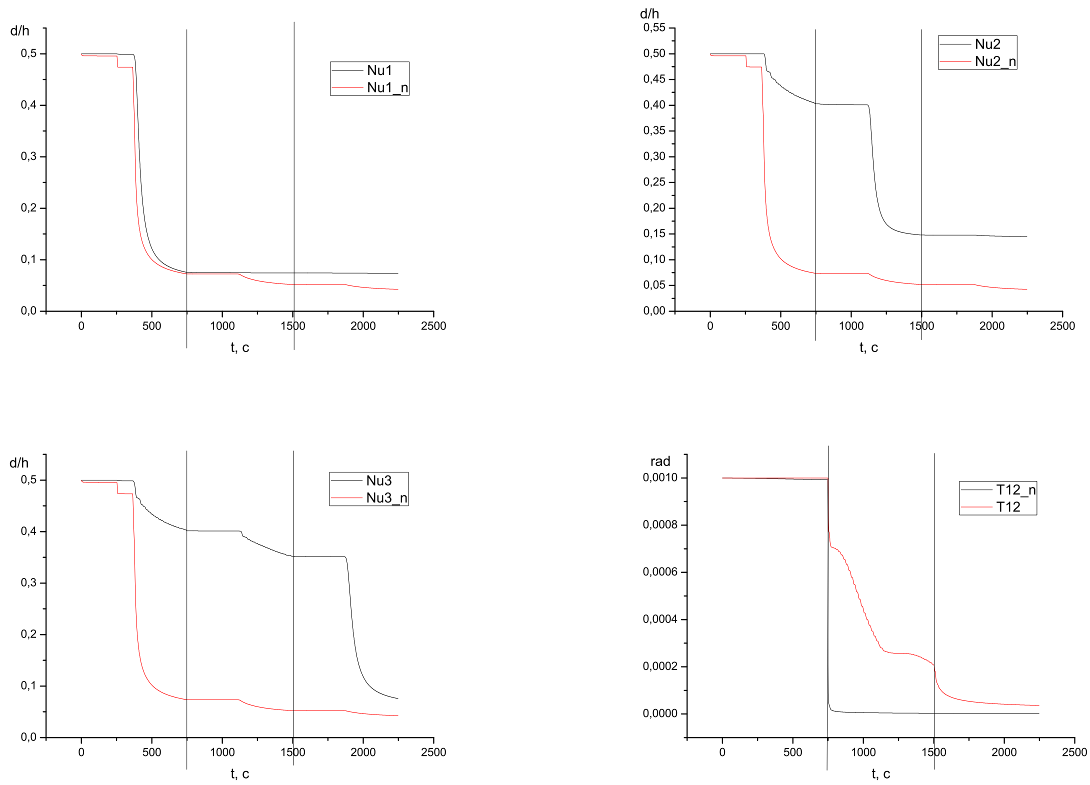

Рисунок 2.5: Зависимость СО ошибок оценок параметров инструментальных погрешностей ДУС

Заметим, что получается существенное улучшение точности для ν_{z2}. Важно отметить, что этот параметр хуже оценивается на грубом стенде из-за того, что на втором цикле ось вращения направлена на восток.

Кроме того, поведение зависимостей СО ошибок оценок параметров инструментальных погрешностей, представленных на рисунках (2.4 - 2.5), позволяет говорить о сокращении времени эксперимента на каждом цикле.

2.1.2 Сравнение результатов моделирования калибровки на одностепенном стенде и двустепенном стенде без использования дополнительной информации

На двухстепенных стендах вращение вокруг каждой из приборных осей БИНС (так чтобы ось вращения была горизонтальной) можно осуществить непрерывно без переустановки системы. Для алгоритма это означает, что ковариационная матрица на втором и третьем цикле не реинициализируется в части ошибок определения ориентации.

Для реализации моделирования на одностепенных стендах, как и в предыдущем пункте, на каждом цикле начальные условия для β выбирались независимо для каждого цикла с $\sigma_\beta = 1^\circ$, а выходные ковариации инструментальных погрешностей на цикле служили начальными условиями на последующем цикле.

В таблице ниже представлено отношение СО ошибки оценки параметров инструментальных погрешностей к соответствующим начальным значениям.

Видно, что результаты моделирования без введения дополнительных измерений не отличаются для одностепенных и двухстепенных стендов.

$\Delta f_{z_1}^0$	$\Delta f_{z_2}^0$	$\Delta f_{z_3}^0$	Γ_{11}	Γ_{21}	Γ_{22}	Γ_{31}	Γ_{32}	Γ_{33}
0,105	0,104	0,106	0,015	0,030	0,038	0,030	0,073	0,015
0,104	0,103	0,105	0,015	0,029	0,038	0,029	0,069	0,015

$\nu_{z_1}^0$	$\nu_{z_2}^0$	$\nu_{z_3}^0$	θ_{11}	θ_{12}	θ_{13}	θ_{21}	θ_{22}	θ_{23}
0,148	0,290	0,152	0,002	0,036	0,037	0,020	0,002	0,036
0,145	0,167	0,149	0,002	0,036	0,036	0,020	0,002	0,033

θ_{31}	θ_{32}	θ_{33}
0,022	0,022	0,002
0,022	0,020	0,002

Таблица 2.2: Отношение СО ошибки оценки параметров к начальным значениям

2.1.3 Оценка точности калибровки на одностепенном стенде и точном двустепенном стенде

В таблице представлено отношение СО ошибки оценки параметров инструментальных погрешностей к соответствующим начальным значениям (в первой строке – для грубых одностепенных стендов, во второй строке – для одностепенных стендов с учетом дополнительной информации, в третьей строке – для точных двустепенных стендов):

$\Delta f_{z_1}^0$	$\Delta f_{z_2}^0$	$\Delta f_{z_3}^0$	Γ_{11}	Γ_{21}	Γ_{22}	Γ_{31}	Γ_{32}	Γ_{33}
0,105	0,104	0,106	0,015	0,03	0,038	0,03	0,073	0,015
0,082	0,085	0,069	0,015	0,015	0,038	0,029	0,059	0,015
0,07	0,085	0,068	0,015	0,015	0,038	0,015	0,039	0,015

$\nu_{z_1}^0$	$\nu_{z_2}^0$	$\nu_{z_3}^0$	θ_{11}	θ_{12}	θ_{13}	θ_{21}	θ_{22}	θ_{23}
0,148	0,290	0,152	0,002	0,036	0,037	0,02	0,002	0,036
0,085	0,085	0,085	0,002	0,003	0,036	0,003	0,002	0,031
0,085	0,085	0,085	0,002	0,002	0,006	0,003	0,002	0,005

θ_{31}	θ_{32}	θ_{33}
0,022	0,022	0,002
0,021	0,021	0,002
0,008	0,006	0,002

Таблица 2.3: Отношение СО ошибки оценки параметров к начальным значениям

Видно, что измерения, полученные при помощи информации об углах ориентации платформы на двустепенных стендах, позволяют более точно оценить постоянные погрешности ДУС и ньютонометров (по некоторым параметрам ДУС на целый порядок).

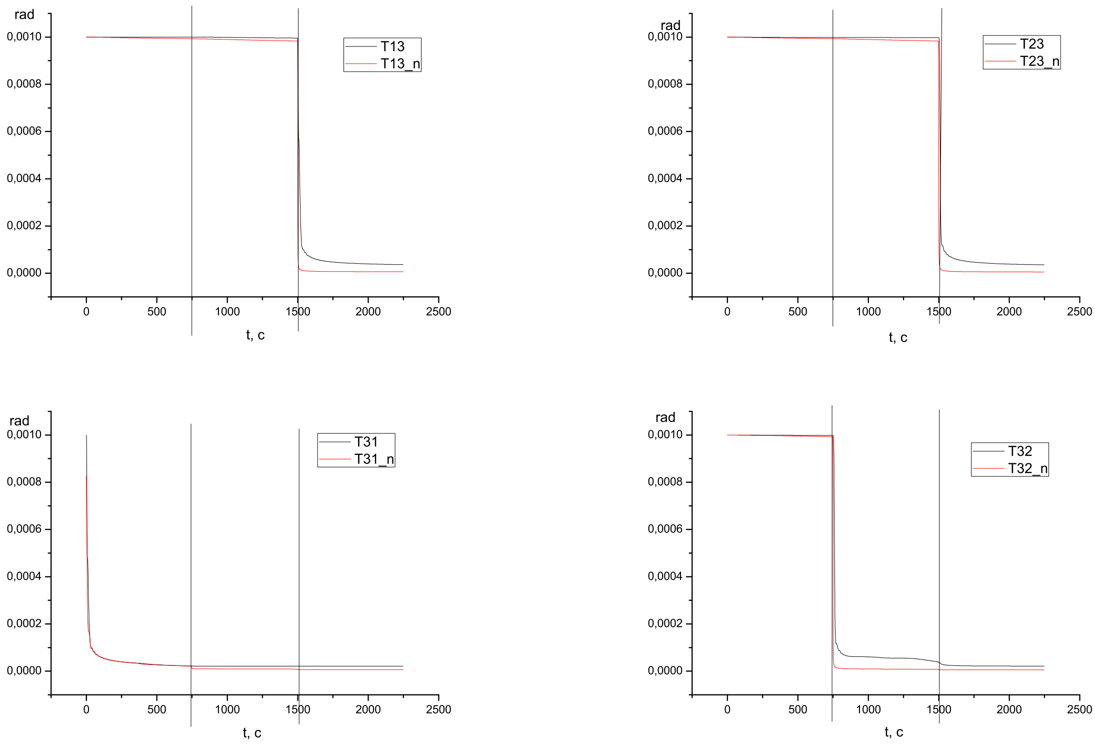

Рисунок 2.6: Зависимость СО ошибок оценок параметров инструментальных погрешностей ДУС

2.1.4 Исследование зависимости результатов калибровки от уровня шумов дополнительной информации и датчиков БИНС

Полученные ранее результаты позволяют сделать вывод о том, что дополнительная информация от датчиков стенда может быть использована достаточно эффективно. Далее исследуется зависимость точности калибровки от точности дополнительной информации.

Сравнение результатов моделирования калибровки на одностепенном стенде при использовании данных стенда в зависимости от точности дополнительной информации

В таблице представлено отношение стандартных отклонений (СО) ошибки оценки параметров инструментальных погрешностей к соответствующим начальным значениям для точного одностепенного стенда при точности углов $60''$, $15''$ и $5''$ соответственно.

	$\Delta f^0_{z_1}$	$\Delta f^0_{z_2}$	$\Delta f^0_{z_3}$	Γ_{11}	Γ_{21}	Γ_{22}	Γ_{31}
60”	0,084	0,085	0,081	0,015	0,016	0,038	0,029
15”	0,082	0,085	0,069	0,015	0,015	0,038	0,029
5”	0,082	0,085	0,055	0,015	0,015	0,038	0,029

	Γ_{32}	Γ_{33}	$\nu^0_{z_1}$	$\nu^0_{z_2}$	$\nu^0_{z_3}$	θ_{11}	θ_{12}
60”	0,064	0,015	0,096	0,096	0,096	0,005	0,004
15”	0,059	0,015	0,085	0,085	0,085	0,003	0,003
5”	0,057	0,015	0,085	0,085	0,084	0,002	0,003

	θ_{13}	θ_{21}	θ_{22}	θ_{23}	θ_{31}	θ_{32}	θ_{33}
60”	0,036	0,005	0,002	0,033	0,023	0,021	0,002
15”	0,036	0,003	0,002	0,031	0,023	0,021	0,002
5”	0,036	0,003	0,002	0,031	0,023	0,021	0,002

Таблица 2.4: Отношение СО ошибки оценки параметров к начальным значениям

Сравнение результатов моделирования калибровки на одностепенном стенде при использовании данных стенда при разной интенсивности белых шумов ДУС и ньютонометров

Было проведено моделирование при интенсивности белых шумов на порядок выше ранее использованных, а именно интенсивность белых шумов в ДУС σ_{ν^s} полагается равной 1°/час, а интенсивность шумов ньютонометров $\sigma_{\Delta f_z^s} - 3{\cdot}10^{-2}$ м$/c^2$. И было получено, что результаты калибровки слабо зависят от интенсивности шумов измерений при варьировании их в некоторых пределах.

2.1.5 Выводы

Таким образом, полученные численные результаты показывают, что новые измерения позволяют в определенных случаях более точно оценить некоторые параметры модели погрешностей ДУС и ньютонометров, а также сократить время эксперимента и при этом точность оценок при данном конкретном движении стенда не существенно зависит от точности новых измерений.

2.2 Влияние различных программных движений стенда на точность калибровки

Цель последующего моделирования — исследование различных программных движений, обеспечивающих приемлемую точность. Стоит заметить,что речь не пойдет о выборе оптимального программного движения, так как исследование оптимальности в данном случае весьма затруднительно.

В проведенном ранее численном моделировании были использованы файлы с реальными данными показаний ДУС и ньютонометров. На каждом цикле вращения платформы осуществлялись повороты с угловой скоростью Ω, изменяющейся по закону, близкому к меандре. Выбор такого движения платформы является одним из стандартных в алгоритме калибровки, и эффективность его подтверждается многочисленными испытаниями: достаточно просто реализуется и дает необходимую точность. Однако, представляет интерес вопрос, насколько выбор закона управления платформой влияет на точность калибровки. К сожалению, задача оптимального выбора движения стенда в смысле минимума какой-либо характеристики ошибки оценки чрезвычайно громоздка. Какие либо упрощения, например, пренебрежение некоторыми составляющими параметров модели, изменяет суть задачи, которая как раз и состоит в разделении всех составляющих из наблюдаемых комбинаций. Поэтому проводится численное моделирование наиболее реалистичных случаев программных движений стенда.

На данном этапе моделирования показания ДУС и ньютонометров будем получать с помощью так называемого имитатора движения стенда, в котором есть возможность задавать требуемое программное движение платформы и на выходе получать показания датчиков. Движения платформы выбирались из здравого смысла с учетом особенностей процедуры калибровки.

Простое вращение

Вращение платформы осуществляется с постоянной угловой скоростью вокруг горизонтальной оси.

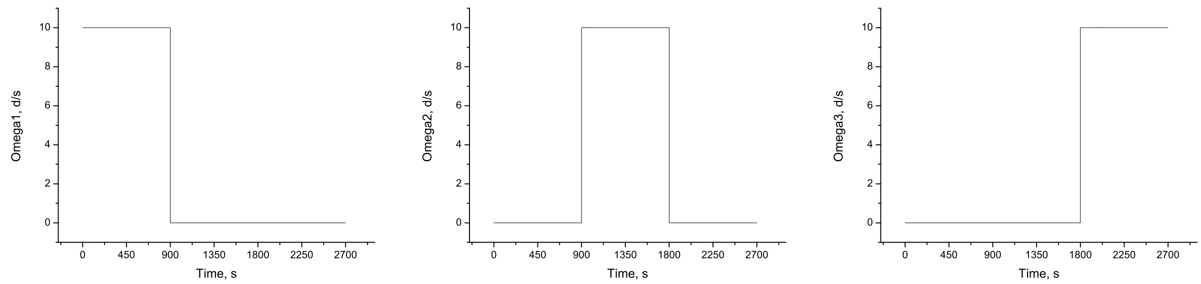

Рисунок 2.7: Угловые скорости ДУС, °/сек

Основной режим

Задается такая кусочно-постоянная скорость типа меандры. Период на одном цикле выбирается так, чтобы за равные промежутки времени происходило изменение угла Ψ с угловой скоростью Ω, далее изменение этого угла со скоростью $-\Omega$ и снова со скоростью Ω.

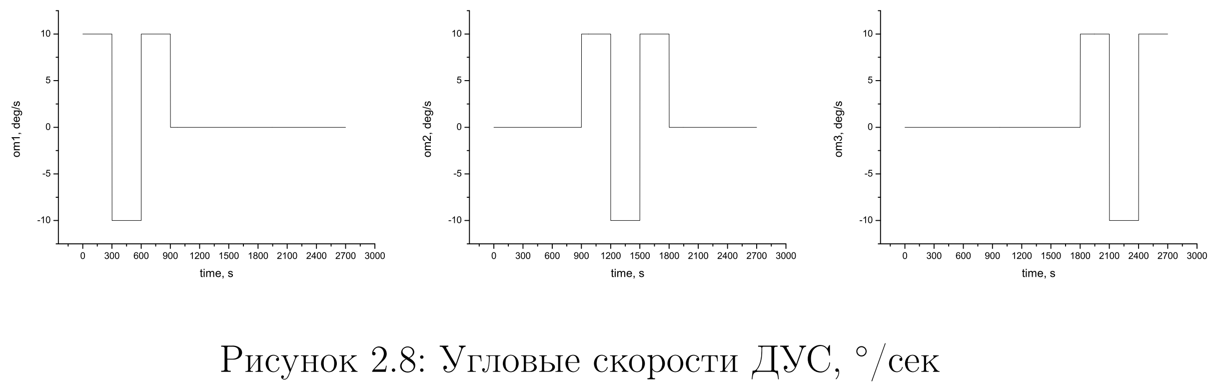

Рисунок 2.8: Угловые скорости ДУС, °/сек

Режим с частыми переключениями

В данном эксперименте изменение угловой скорости Ω на $-\Omega$ и обратно задавалось после одного полного оборота (то есть после изменения угла Ψ от $0°$ до $360°$)

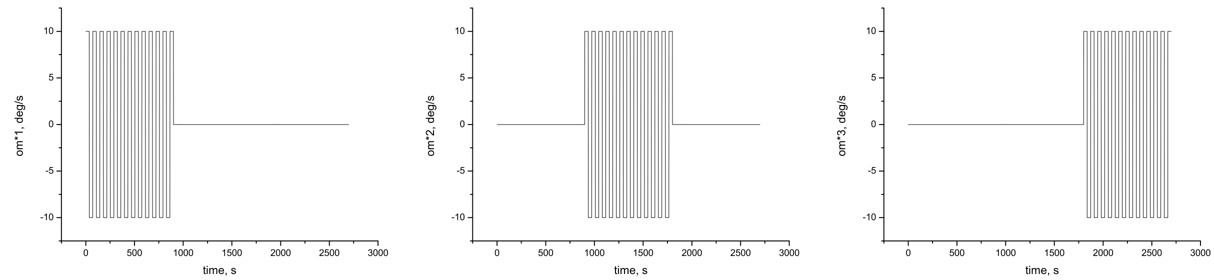

Рисунок 2.9: Угловые скорости ДУС, $°$/сек

Режим с переменным модулем

Задание угловой скорости как и в обычном режиме, однако изменение модуля Ω происходило по следующему плану: при очередной замене знака угловой скорости модуль увеличивался в ε раз.

$$\Omega \longrightarrow -\varepsilon\Omega \longrightarrow \varepsilon^2\Omega$$

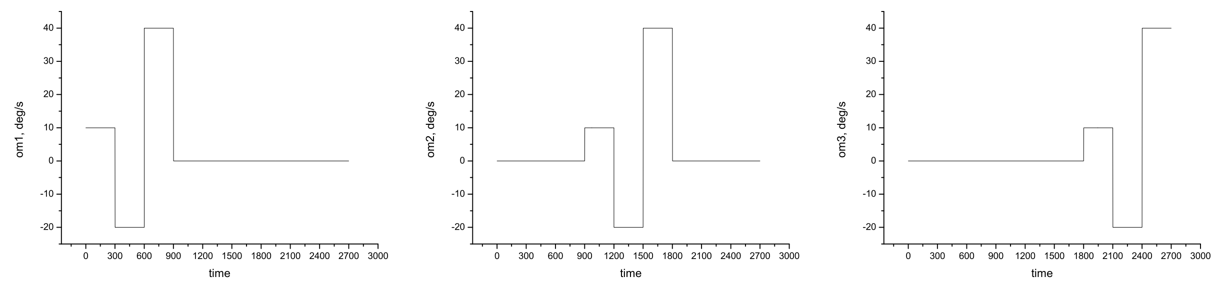

Рисунок 2.10: Угловые скорости ДУС, $°$/сек

Выбор такого программного движения связан с задачей оценки пространственного отнесения чувствительных масс ньютонометров от оси вращения, когда в составе действующих сил присутствуют силы инерции переносного движения [25].

Режим синусоиды

Изменение угловой скорости проходило со временем по закону синуса. Один цикл эксперимента соответствует одному полному периоду.

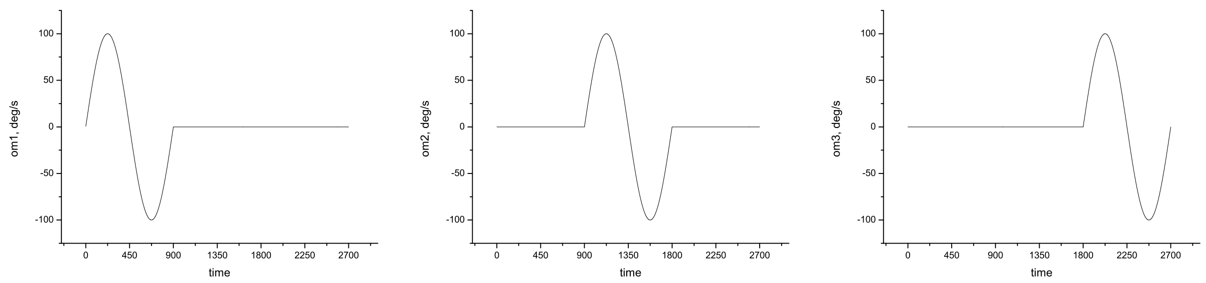

Рисунок 2.11: Угловые скорости ДУС, $^\circ$/сек

Сравнение результатов калибровки с различным программным движением стенда

При ковариационном анализе были выбраны следующие близкие к реальным априорные характеристики для параметров инструментальных погрешностей в виде их среднеквадратических значений: $\sigma_{\nu^0} = 0.5^\circ$/час, $\sigma_{\Delta f_z^0} = 0.02$ м/c^2, $\sigma_{\Gamma_{ii}} = 10^{-3}$, $\sigma_{\Gamma_{ij}} = 3'$, $\sigma_{\Theta_{ii}} = 10^{-3}$, $\sigma_{\Theta_{ij}} = 3'$. Предполагается, что между собой они не коррелированы. При моделировании стандартные отклонения белых шумов в ДУС σ_{ν^s} полагаются равной 0.1°/час, приведенные к частоте 1 Гц, а стандартные отклонения шумов ньютонометров $\sigma_{\Delta f_z^s}$ — $3 \cdot 10^{-3}$ м/c^2, приведенные к частоте 1 Гц. Полагаем, что стенд двустепенной. Это означает, что ковариационная матрица на втором и третьем цикле не реинициализируется в части ошибок определения ориентации.

Попарно сравним каждое из предложенных движений с основным режимом, который используется в решении задачи калибровки [23, 24].

Простое вращение и основной режим

Сравниваются два режима: простое вращение, когда угловая скорость с амплитудой 10 °/сек не меняется на протяжении всего цикла, и основной режим.

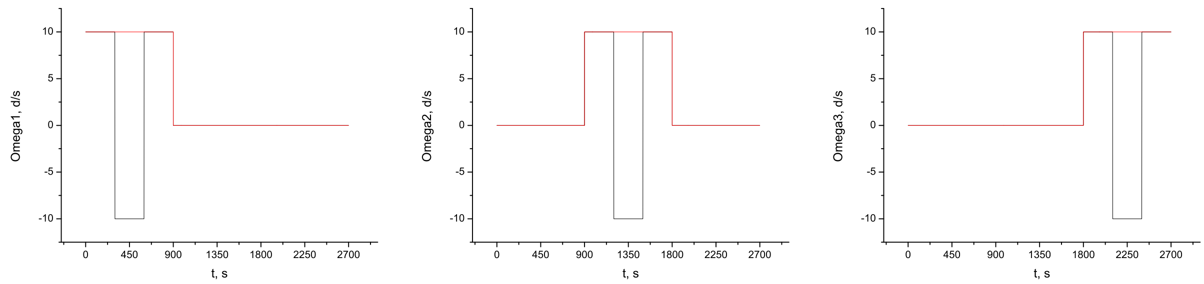

Рисунок 2.12: Угловые скорости ДУС, °/сек

В таблице представлено отношение СО ошибки оценки параметров инструментальных погрешностей к соответствующим начальным значениям:

$\Delta f^0_{z_1}$	$\Delta f^0_{z_2}$	$\Delta f^0_{z_3}$	Γ_{11}	Γ_{21}	Γ_{22}	Γ_{31}	Γ_{32}	Γ_{33}
0,067	0,077	0,065	0,014	0,014	0,035	0,014	0,036	0,014
0,066	0,077	0,065	0,014	0,014	0,035	0,014	0,034	0,014

$\nu^0_{z_1}$	$\nu^0_{z_2}$	$\nu^0_{z_3}$	θ_{11}	θ_{12}	θ_{13}	θ_{21}	θ_{22}	θ_{23}
1,000	1,000	1,000	0,067	0,014	0,015	0,061	0,014	0,015
0,082	0,082	0,082	0,009	0,002	0,006	0,008	0,002	0,005

θ_{31}	θ_{32}	θ_{33}
0,023	0,015	0,014
0,009	0,005	0,002

Таблица 2.5: Отношение СО ошибки оценки параметров к начальным значениям

Видно, что наличие переключений при управлении платформой имеет существенное значение, а именно позволяет повысить точность оценки всех параметров погрешностей ДУС, а некоторых — на порядок.

Основной режим и режим с частым переключением

Сравним результаты калибровки основного режима и режима с частыми переключениями. Далее на графиках представлено изменения угловой скорости вращения платформы с амплитудой 10 °/сек.

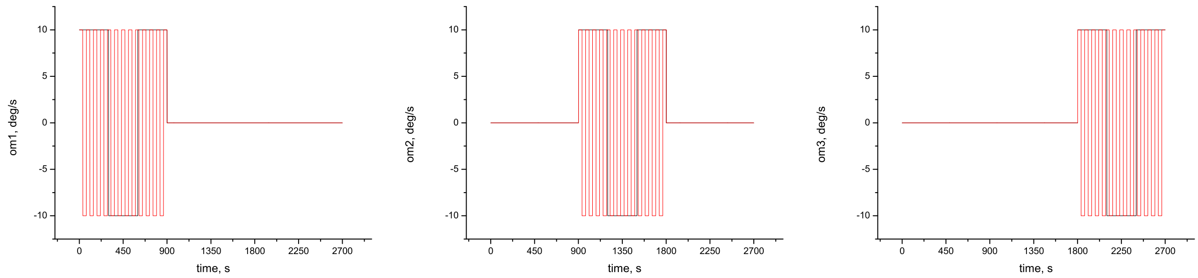

Рисунок 2.13: Угловые скорости ДУС, °/сек

Из графиков зависимостей СО ошибок оценок параметров инструментальных погрешностей ДУС видно, что значительное уменьшение СО ошибки оценки происходит после первого переключения угловой скорости, однако на результирующую точность это не влияет.

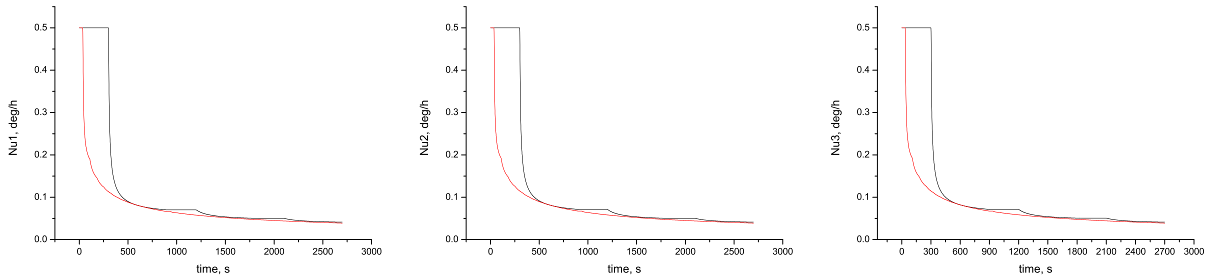

Рисунок 2.14: Зависимость СО ошибок оценок параметров инструментальных погрешностей ДУС

Другие параметры вектора состояния не зависят от числа переключений в цикле калибровки.

Основной режим и режим с переменным модулем

Рассмотрим режим с переменным модулем, где величина $\varepsilon = 2$ и основные режимы с наименьшей угловой скоростью $10°/$сек и наибольшей угловой скоростью $40°/$сек.

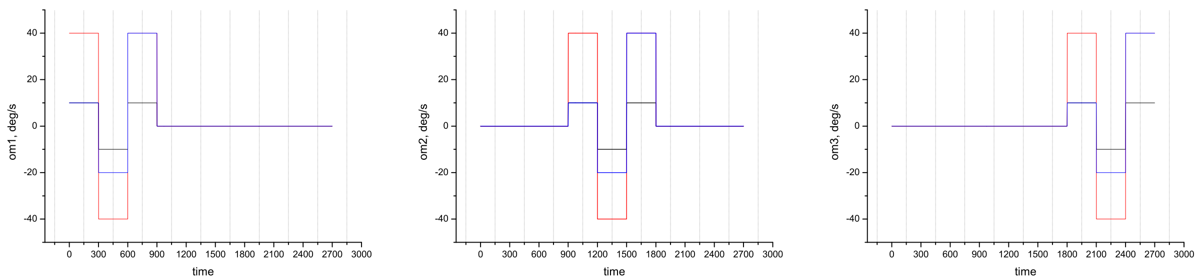

Рисунок 2.15: Угловые скорости ДУС, $°/$сек

При данной постановке задачи, когда не учитывается пространственное отнесение чувствительных масс ньютонометров от оси вращения, сравнение результатов не представляет особого интереса, так как изменения точности оценки параметров не происходит, и численное моделирование это подтверждает. Однако следует заметить, что вопрос учета разнесения ньютонометров очень важный и следует рассматривать режим с переменным модулем при дальнейшем исследовании.

Режим синусоиды и основной режим

Сравним режим синусоиды с амплитудой 100°/сек, когда за один цикл проходит один период синусоиды, и основной режим с амплитудой 50°/сек.

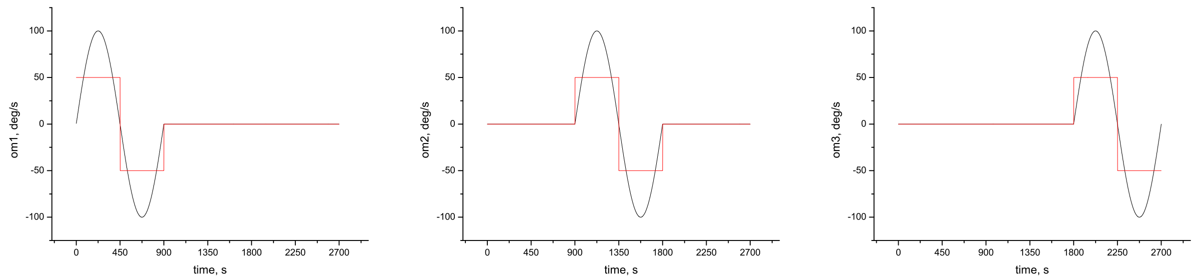

Рисунок 2.16: Угловые скорости ДУС, °/сек

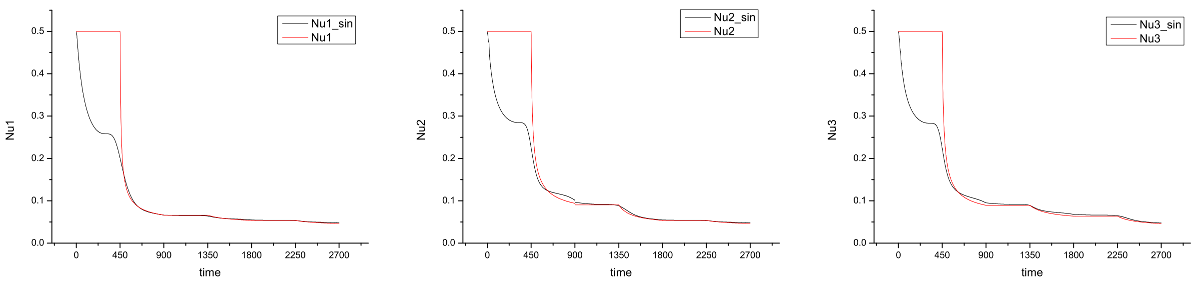

Рисунок 2.17: Зависимость СО ошибок оценок параметров инструментальных погрешностей ДУС

На этих графиках представлена зависимость СО ошибок оценок параметров инструментальных погрешностей ДУС. Характерным отличием для двух режимов является вид зависимости на первом цикле, что объясняется особенностями движения в разных случаях. На конечную точность режим управления платформой не влияет, однако режим синусоиды несколько сложнее для реализации. Остальные параметры оцениваются с одинаковой точностью.

Вывод

Таким образом, проведенное численное моделирование показывает, что при заданном времени калибровки можно задавать любые разумные типы движений (с наличием переключения), которые обеспечивают обусловленность задачи оценки. Точность оценки практически не зависит от режима движения.

2.3 Оценка качества калибровки БИНС на стенде путем моделирования режима автономной навигации БИНС на борту ЛА

На основе результатов исследований, представленных ранее в этой главе, проведем сравнение между собой результатов калибровки с использованием измерений от точного стенда и результатов без использования таковых с помощью моделирования дисперсионного уравнения ошибок автономной навигации.

Для этого решается задача калибровки БИНС на ковариационном уровне со следующими условиями:

Задаются программные движения стенда (основной режим) такие, что продолжительность каждого цикла 15 минут. Выбирается кусочно-постоянная угловая скорость. Период на одном цикле выбирается так, чтобы за половину длительности цикла происходило изменение угла с угловой скоростью $\Omega = 10°/$сек, далее изменение этого угла со скоростью $\Omega = -10°/$сек.

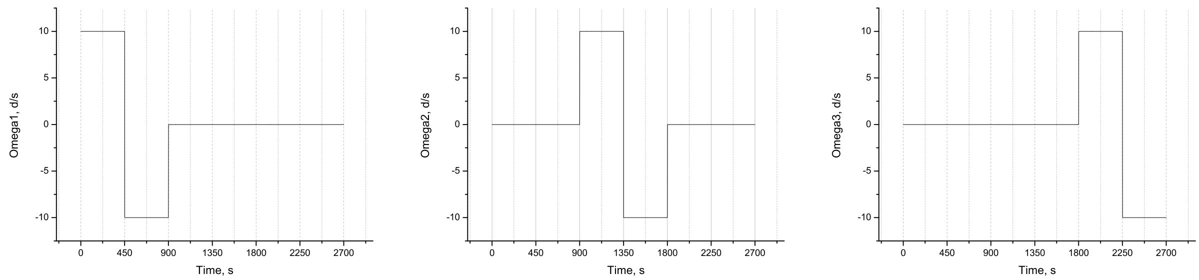

Рисунок 2.18: Угловые скорости ДУС, °/сек

При ковариационном анализе выбираются следующие близкие к реальным априорные характеристики для параметров инструментальных погрешностей в виде их среднеквадратических значений: $\sigma_{\nu^0} = 0.5°/$час, $\sigma_{\Delta f_z^0} = 0.02$ м$/c^2$, $\sigma_{\Gamma_{ii}} = 10^{-3}$, $\sigma_{\Gamma_{ij}} = 3'$, $\sigma_{\Theta_{ii}} = 10^{-3}$, $\sigma_{\Theta_{ij}} = 3'$. Предполагается, что между собой они не коррелированы. При моделировании стандартные отклонения белых шумов в ДУС σ_{ν^s} полагаются равной $0.1°/$час, приведенные к частоте 1 Гц, а стандартные отклонения шумов ньютонометров $\sigma_{\Delta f_z^s}$ — $3 \cdot 10^{-3}$ м$/c^2$, приведенные к частоте 1 Гц. Погрешности информации от стенда: $\sigma_{\delta_i} = 1°, \sigma_\tau = 0.05$ с, $\sigma_{\Delta\kappa_i{}^s} = 15''$, приведенные к частоте 1 Гц.

В таблице представлены результаты оценивания без использования информации от стенда и с ее использованием.

	$\nu_z^0, \circ/$час	Θ_{ii}	$\Theta_{ij},'$	Δf_z^0, м/c^2	Γ_{ii}	$\Gamma_{ij},'$
σ	0,01	$5,1 \cdot 10^{-7}$	0,1	$9 \cdot 10^{-5}$	$1,36 \cdot 10^{-5}$	0,1
σ^*	0,003	$9,7 \cdot 10^{-8}$	0,05	$7,7 \cdot 10^{-5}$	$1,36 \cdot 10^{-5}$	0,05

Таблица 2.6: СО ошибки оценки параметров

Для того чтобы провести сравнение между собой результатов калибровки с использованием измерений от точного стенда и результатов без использования таковых, проведено моделирование дисперсионного уравнения ошибок автономной навигации на траектории "змейка". В начальные условия для ковариационной матрицы ошибок БИНС в блоке инструментальных погрешностей подставлялись значения, полученные в результате калибровки, а ошибки выставки также определялись результатами калибровки. Моделировался полет самолета по данной траектории в течение 1 часа. Критерием качества калибровки, также как и в [34], была выбрана величина

$$\rho = a\sqrt{\sigma^2_{\Delta\lambda\cos\varphi} + \sigma^2_{\Delta\varphi}},$$

где а — длина большой полуоси навигационного эллипсоида, $\Delta\varphi$, $\Delta\lambda$ — ошибки в определении широты и долготы. После калибровки без использования измерений точного стенда ошибка автономной навигации составила 1890 м, при использовании новых измерений — 1100 м. Таким образом, использование новых измерений позволяет без усложнения плана калибровки и увеличения времени повысить качество калибровки БИНС и улучшить точность автономной навигации в 1.7 раза.

Заключение

В результате проведенного ковариационного анализа показано, что за счет привлечения информации, доставляемой точным стендом, точность оценивания погрешностей БИНС повышается почти в два раза как на одностепенных, так и на двустепенных стендах. Такое улучшение следует считать существенным.

В результате специального ковариационного анализа показано, что результаты калибровки слабо зависят от интенсивности в некоторых пределах шумов измерений от стенда.

Исследования также показали, что при наличии трех парциальных движений, называемых циклами, и хотя бы одного переключения угловой скорости вращения на цикле точность калибровки при заданном времени слабо зависит от закона изменения угловой скорости.

Глава 3

Калибровка БИНС при помощи вторичной информации

Калибровка БИНС по первичной информации, а именно по показаниям ДУС и акселерометров, требует разработки технологической программы регистрации данных, которая должна производится с высокой частотой порядка 200 Гц. С другой стороны, на выходе инерциальной навигационной системы со штатной бортовой программой имеются навигационные параметры, как результат решения в вычислителе модельных уравнений. Поэтому представляет интерес исследование задачи калибровки БИНС без привлечения первичной информации. Заранее ясно, что теоретическая точность оценок будет ниже, поскольку порядок системы возрастает, но важно получить именно количественную оценку.

В главе 3 описывается математическая модель задачи калибровки БИНС при помощи вторичной информации – уравнения ошибок БИНС, модели корректирующих измерений. Поставлена задача оценки вектора состояния погрешностей БИНС и параметров инструментальных погреш ностей, входящих в его состав, с целью последующей компенсации их в режиме автономной навигации. Кроме того, проведена редукция исходной задачи, позволяющая за счет части компонент корректирующего вектора понизить порядок исходной задачи оценивания. Приводится сравнительный ковариационный анализ точности оценки параметров инструментальных погрешностей при калибровке при помощи первичной и вторичной информации.

3.1 Математические модели задачи калибровки

Комбинированная форма уравнений ошибок

На практике используются различные модификации уравнений ошибок.

Рассмотрим вариант БИНС с относительно свободной ориентацией опорного трехгранника Mx в азимуте ($\Omega_3 = 0$). Предполагается, что вертикальный канал корректируется при помощи внешней информации, а величина V_3 много меньше V_1, V_2. Поэтому удобно выбрать следующий набор переменных:

- $\Delta y_1, \Delta y_2$ — полные ошибки местоположения;
- $\delta V_1, \delta V_2$ — динамические ошибки определения горизонтальных составляющих V_1, V_2 относительно скорости движения;
- $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ — кинематические ошибки;

Уравнения ошибок принимают вид [30]:

$$
\begin{aligned}
&\Delta \dot{y_1} = \delta V_1 + \beta_3 V_2, \\
&\Delta \dot{y_2} = \delta V_2 - \beta_3 V_1, \\
&\delta \dot{V}_1 = 2u_3 \delta V_2 - \omega_0^2 \Delta y_1 - \beta_2 g + \Delta f_1, \\
&\delta \dot{V}_2 = -2u_3 \delta V_1 - \omega_0^2 \Delta y_2 + \beta_1 g + \Delta f_2, \\
&\dot{\beta}_1 = \omega_3 \beta_2 - \omega_2 \beta_3 + \nu_1, \\
&\dot{\beta}_2 = -\omega_3 \beta_1 + \omega_1 \beta_3 + \nu_2, \\
&\dot{\beta}_3 = \omega_2 \beta_1 - \omega_1 \beta_2 + \nu_3,
\end{aligned}
\tag{3.1}
$$

где $\nu_x = (\nu_1, \nu_2, \nu_3)^T = L^T \nu_z, \Delta f_x = L^T \Delta f_z$, L – матрица ориентации трехгранника Mz относительно Mx, $w_0^2 = \frac{g}{R}$ – частота Шулера.

Дополнительная информация от стенда

На практике мы точно знаем, как и где установлен стенд. Информация о расположении стенда – координаты ϕ^c, λ^c, h^c и скорости V_N, V_E, V_h (нулевые) – может значительно упростить процедуру калибровки. Эти параметры измеряются с точностью до шумов.

Позиционные измерения:

$$
\begin{aligned}
z_1^{pos} &= \Delta\phi \sin\chi' + \Delta\lambda \cos\chi' = \Delta y_1 + r_1^{pos} \\
z_2^{pos} &= \Delta\phi \cos\chi' - \Delta\lambda \sin\chi' = \Delta y_2 + r_2^{pos},
\end{aligned}
\tag{3.2}
$$

где $\Delta\phi = (\phi' - \phi^c) R_N, \Delta\lambda = (\lambda' - \lambda^c) R_E \cos\widetilde{\phi}$.

Скоростные измерения:

$$
\begin{aligned}
z_1^{vel} &= V'_{y_1} - V^c_{y_1} = \delta V_1 + V_2 \beta_3 + r_1^{vel} \\
z_1^{vel} &= V'_{y_2} - V^c_{y_2} = \delta V_2 - V_1 \beta_3 + r_2^{vel}
\end{aligned}
\tag{3.3}
$$

при $V_N = 0, V_E = 0, V_h = 0$ имеют вид :

$$z_1^{vel} = \delta V_1 + r_1^{vel}$$
$$z_1^{vel} = \delta V_2 + r_2^{vel}$$

Редукция уравнений ошибок

Уравнения (3.1)-(3.3) можно упростить, воспользовавшись методом, предложенным в [35].

Пусть вектор состояния динамической системы ξ можно разбить на подвекторы $\xi = (\xi_I, \xi_{II}, \xi_{III})^T$, а вектор измерений z на подвекторы $z = (z_I, z_{II})^T$ таким образом, что динамические уравнения принимают вид:

$$\dot{\xi}_I = a_{11}\xi_I + a_{12}\xi_{II} + a_{13}\xi_{III} + q_1,$$
$$\dot{\xi}_{II} = a_{21}\xi_I + a_{22}\xi_{II} + a_{23}\xi_{III} + q_2,$$
$$\dot{\xi}_{III} = a_{33}\xi_{III} + q_3,$$

а уравнения измерений:

$$z_I = \xi_I + r_I,$$
$$z_{II} = h_2\xi_{II} + h_3\xi_{III} + r_{II}.$$

Пусть оценка подвектора ξ_I равна $\widetilde{\xi}_I = z_I$, а для построения оценок $\widetilde{\xi}_{II}$ и $\widetilde{\xi}_{III}$ подвекторов ξ_{II} и ξ_{III} используется следующий алгоритм:

$$\dot{\widetilde{\xi}}_{II} = a_{21}z_I + a_{22}\widetilde{\xi}_{II} + a_{23}\widetilde{\xi}_{III} + k_1(z_{II} - h_2\widetilde{\xi}_{II} - h_3\widetilde{\xi}_{III}),$$
$$\dot{\widetilde{\xi}}_{III} = a_{33}\widetilde{\xi}_{III} + k_2(z_{II} - h_2\widetilde{\xi}_{II} - h_3\widetilde{\xi}_{III}),$$

тогда уравнения ошибок оценки принимают вид:

$$\Delta\dot{\xi}_{II} = a_{21}r_I + a_{22}\Delta\xi_{II} + a_{23}\Delta\xi_{III} + l_1\Delta\xi_{II} + l_2\Delta\xi_{III} - q_2 + k_1r_{II}$$
$$\Delta\dot{\xi}_{III} = a_{33}\Delta\xi_{II} + t_1\Delta\xi_{II} + t_2\Delta\xi_{III} - q_3 + k_2r_{II}.$$

Если измерение z_I достаточно точно, величиной $a_{21}r_I$ можно пренебречь. Таким образом, можно уменьшить число уравнений на размерность вектора ξ_I.

В векторе состояния ξ можно выделить следующие подвекторы:

$$\begin{aligned}
&\xi_I = (\Delta y_1, \Delta y_2)^T,\\
&\xi_{II} = (\delta V_1, \delta V_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3)^T,\\
&\xi_{III} = (\nu^0_{z_1}, \nu^0_{z_2}, \nu^0_{z_3}, \vartheta_{ij}, \Delta f^0_{z_1}, \Delta f^0_{z_2}, \Delta f^0_{z_3}, \Gamma_{ij})^T.
\end{aligned}$$

Вектор измерений очевидным образом разбивается на позиционные и скоростные измерения.

Задача калибровки

С учетом дополнительной информации о положении стенда уравнения ошибок БИНС имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
\delta\dot{V}_1 &= 2u_3\delta V_2 - \beta_2 g + \Delta f_1\\
\delta\dot{V}_2 &= -2u_3\delta V_1 + \beta_1 g + \Delta f_2\\
\dot{\beta}_1 &= \omega_3\beta_2 - \omega_2\beta_3 + \nu_1\\
\dot{\beta}_2 &= -\omega_3\beta_1 + \omega_1\beta_3 + \nu_2\\
\dot{\beta}_3 &= \omega_2\beta_1 - \omega_1\beta_2 + \nu_3,
\end{aligned}$$

где Δf и ν — проекции инструментальных ошибок ньютонометров и ДУС на оси квазимодельного трехгранника:

$$\Delta f = L^T \Delta f_z, \qquad \nu = L^T \nu_z$$

Для Δf_z и ν_z принимается математическая модель описанная ранее.

После перепроектирования инструментальных погрешностей из осей приборного на оси квазиприборного трехгранника и учета принятой модели инструментальных погрешностей уравнения ошибок принимают вид:

$$\delta\dot{V}_1 = 2u_3\delta V_2 - g\beta_2 + l_{11}\Delta f^0_{z1} + l_{21}\Delta f^0_{z2} + l_{31}\Delta f^0_{z1} + l_{11}f_1\Gamma_{11} + l_{21}f_1\Gamma_{21} + \\ + l_{21}f_2\Gamma_{22} + l_{31}f_1\Gamma_{31} + l_{31}f_2\Gamma_{32} + l_{31}f_3\Gamma_{33}$$

$$\delta\dot{V}_2 = -2u_3\delta V_1 + g\beta_1 + l_{12}\Delta f^0_{z1} + l_{22}\Delta f^0_{z2} + l_{32}\Delta f^0_{z1} + l_{12}f_1\Gamma_{11} + l_{22}f_1\Gamma_{21} + \\ + l_{32}f_2\Gamma_{22} + l_{32}f_1\Gamma_{31} + l_{32}f_2\Gamma_{32} + l_{32}f_3\Gamma_{33}$$

$$\dot{\beta}_1 = \omega_3\beta_2 - \omega_2\beta_3 + l_{11}\nu^0_{z_1} + l_{21}\nu^0_{z_2} + l_{31}\nu^0_{z_3} + l_{11}\omega_{z1}\theta_{11} + l_{11}\omega_{z2}\theta_{12} + l_{11}\omega_{z3}\theta_{13} + \\ + l_{21}\omega_{z1}\theta_{21} + l_{21}\omega_{z2}\theta_{22} + l_{21}\omega_{z3}\theta_{23} + l_{31}\omega_{z1}\theta_{31} + l_{31}\omega_{z2}\theta_{32} + l_{31}\omega_{z3}\theta_{33}$$

$$\dot{\beta}_2 = -\omega_3\beta_1 + \omega_1\beta_3 + l_{12}\nu^0_{z_1} + l_{22}\nu^0_{z_2} + l_{32}\nu^0_{z_3} + l_{12}\omega_{z1}\theta_{11} + l_{12}\omega_{z2}\theta_{12} + l_{12}\omega_{z3}\theta_{13} + \\ + l_{22}\omega_{z1}\theta_{21} + l_{22}\omega_{z2}\theta_{22} + l_{22}\omega_{z3}\theta_{23} + l_{32}\omega_{z1}\theta_{31} + l_{32}\omega_{z2}\theta_{32} + l_{32}\omega_{z3}\theta_{33}$$

$$\dot{\beta}_3 = \omega_2\beta_1 - \omega_1\beta_2 + l_{13}\nu^0_{z_1} + l_{23}\nu^0_{z_2} + l_{33}\nu^0_{z_3} + l_{13}\omega_{z1}\theta_{11} + l_{13}\omega_{z2}\theta_{12} + l_{13}\omega_{z3}\theta_{13} + \\ + l_{23}\omega_{z1}\theta_{21} + l_{23}\omega_{z2}\theta_{22} + l_{23}\omega_{z3}\theta_{23} + l_{33}\omega_{z1}\theta_{31} + l_{33}\omega_{z2}\theta_{32} + l_{33}\omega_{z3}\theta_{33}$$

Таким образом, вектор состояния имеет вид:
$x = (\delta V_1, \delta V_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \nu^0_{z_1}, \nu^0_{z_2}, \nu^0_{z_3}, \theta_{ij}, \Delta f^0_{z_1}, \Delta f^0_{z_2}, \Delta f^0_{z_3}, \Gamma_{ij})^T$ (всего 26 компонент).

Вектор измерений:

$$z = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta V_1 \\ \delta V_2 \end{pmatrix}$$

Тем самым, задача сводится к построению оценок вектора состояния при помощи вектора измерений, линейно зависящего от компонент вектора состояния, если математическая модель инструментальных погрешностей линейно зависит от совокупности неизвестных параметров, полагаемых константами. Для этого будем использовать дискретный фильтр Калмана ([36], [37]), реализованный методом квадратного корня [23].

3.2 Ковариационный анализ: сравнение результатов моделирования калибровки при помощи первичной и вторичной информации

Цель моделирования — провести сравнительный ковариационный анализ точности оценки параметров инструментальных погрешностей при калибровке на точном стенде по первичным и вторичным данным.

Задаются программные движения стенда (демонстрационный вариант) такие, что продолжительность каждого цикла 15 минут. Выбирается кусочно-постоянная угловая скорость. Период на одном цикле выбирается так, чтобы за половину длительности цикла происходило изменение угла с угловой скоростью $\Omega = 10^\circ/\text{сек}$, далее изменение этого угла со скоростью $\Omega = 10^\circ/\text{сек}$.

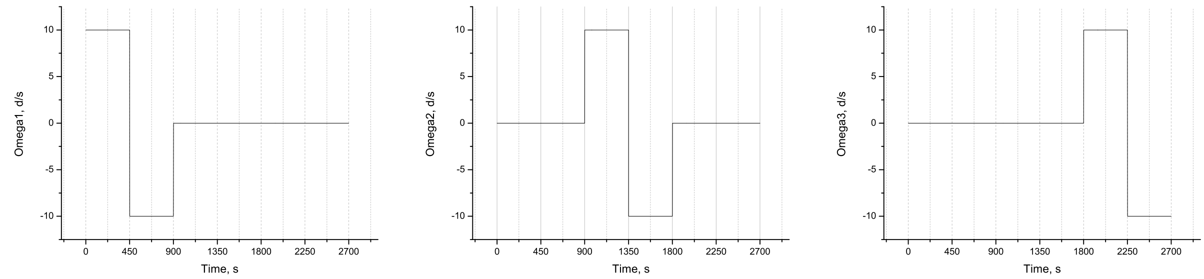

Рисунок 3.1: Угловые скорости ДУС, $^\circ$/сек

При ковариационном анализе были выбраны следующие близкие к реальным априорные характеристики для параметров инструментальных погрешностей в виде их среднеквадратических значений: $\sigma_{\nu^0} = 0.5^\circ$/час, $\sigma_{\Delta f_z^0} = 0.02$ м$/c^2$, $\sigma_{\Gamma_{ii}} = 10^{-3}$, $\sigma_{\Gamma_{ij}} = 3'$, $\sigma_{\Theta_{ii}} = 10^{-3}$, $\sigma_{\Theta_{ij}} = 3'$. Предполагается, что между собой они не коррелированы. При моделировании стандартные отклонения белых шумов в ДУС σ_{ν^s} полагаются равной 0.1°/час, приведенные к частоте 1 Гц, а стандартные отклонения шумов ньютонометров $\sigma_{\Delta f_z^s}$ — $3 \cdot 10^{-3}$ м$/c^2$, приведенные к частоте 1 Гц.

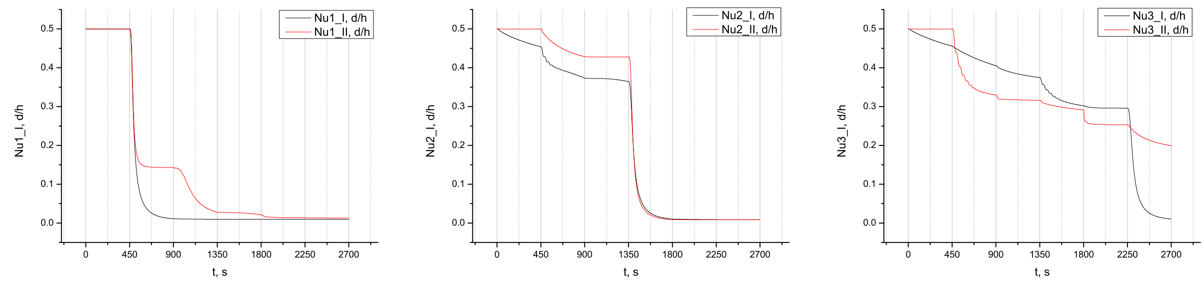

Рисунок 3.2: Зависимость СО кинематических ошибок ДУС

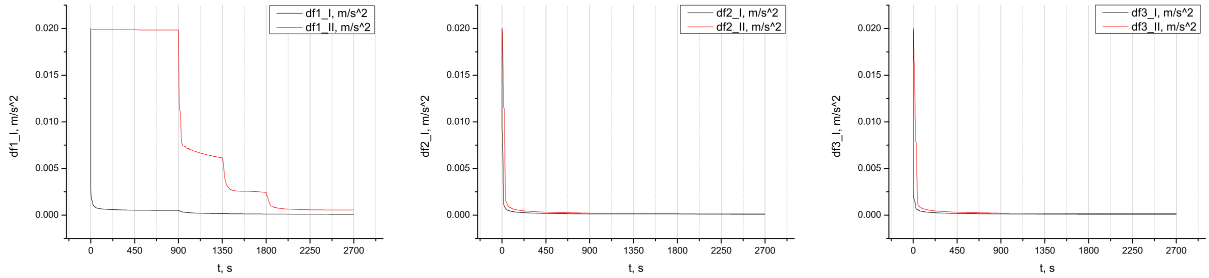

Рисунок 3.3: Зависимость СО ошибок оценок параметров инструментальных погрешностей ньютонометров

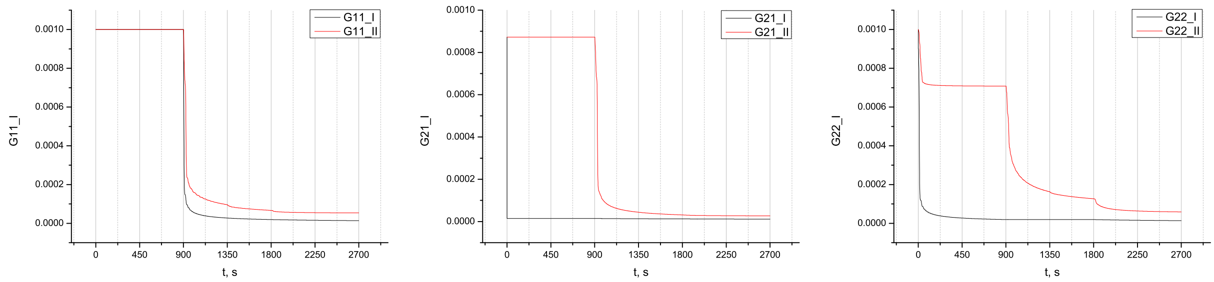

Рисунок 3.4: Зависимость СО ошибок оценок параметров инструментальных погрешностей ньютонометров

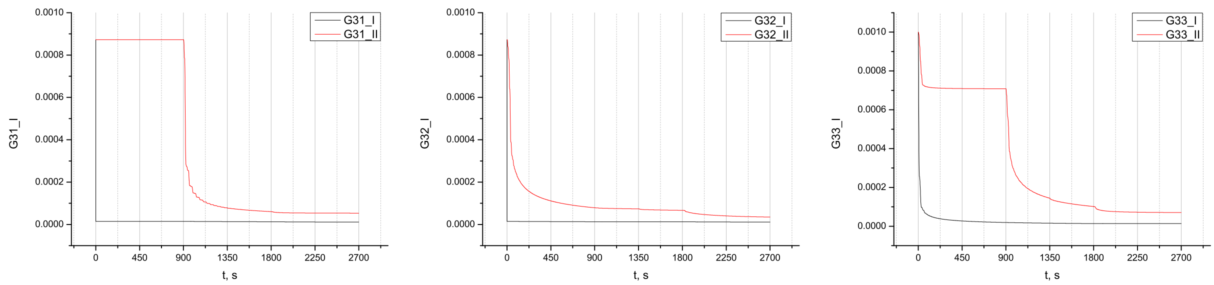

Рисунок 3.5: Зависимость СО ошибок оценок параметров инструментальных погрешностей ньютонометров

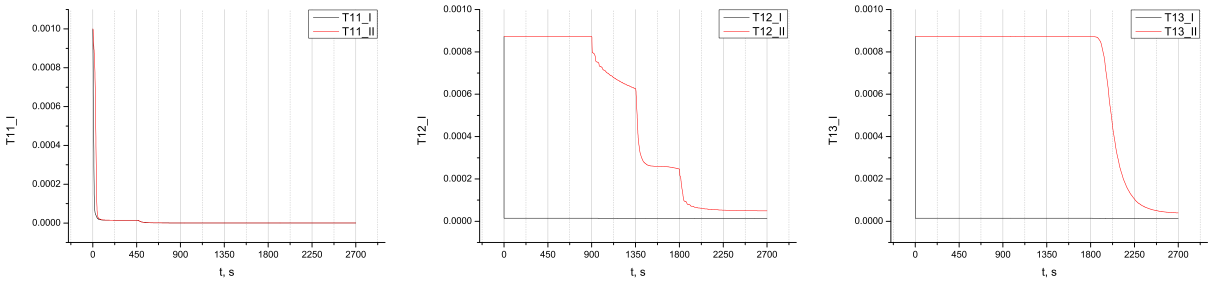

Рисунок 3.6: Зависимость СО кинематических ошибок ДУС

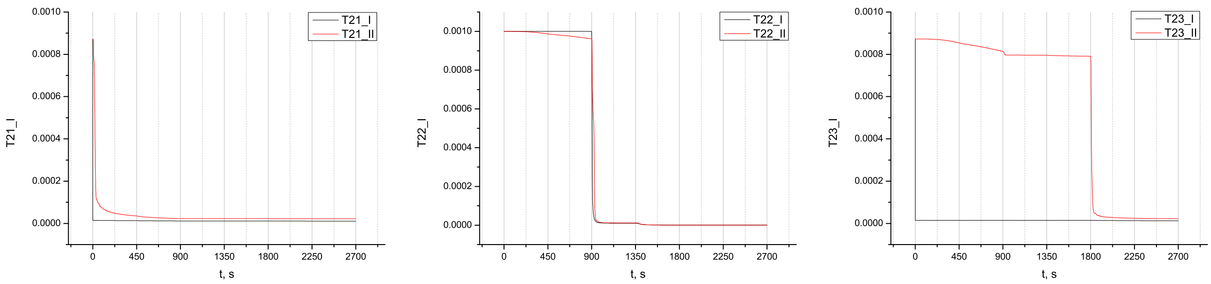

Рисунок 3.7: Зависимость СО кинематических ошибок ДУС

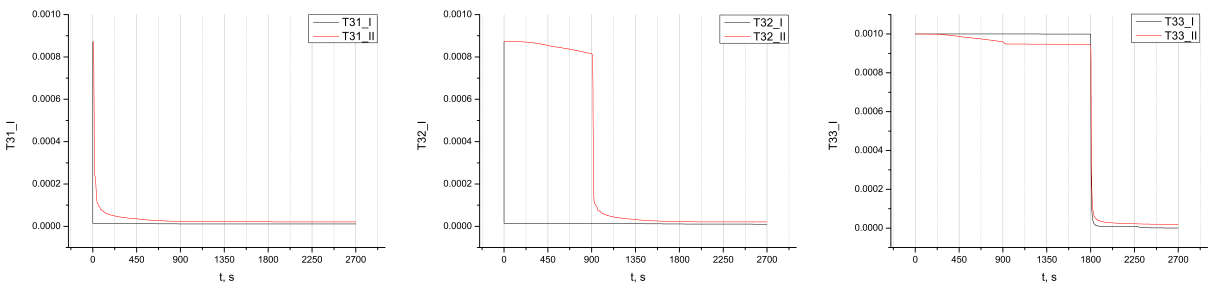

Рисунок 3.8: Зависимость СО кинематических ошибок ДУС

Заключение

В главе 3 показано, что использование при калибровке вторичной инерциальной информации (выходной информации БИНС в режиме навигации) достигается приемлемая точность за счет увеличения времени калибровки. При этом была использована возможность без потери точности воспользоваться упрощенными редуцированными алгоритмами оценивания.

Глава 4

Результаты обработки реальных данных

Предыдущее исследование показало, что алгоритм калибровки при помощи вторичной информации может обеспечить необходимую точность оценки.

Поэтому для проверки работоспособности метода были поставлены соответствующие эксперименты на трехосном прецизионным стенде. Данные были обработаны при помощи программы, в которой реализован алгоритм калибровки с использованием вторичной информации.

В 4 главе приводится план эксперимента, описание зарегистрированных данных, последующей обработки и ее результатов.

4.1 План эксперимента

На трехосном прецизионном стенде IXBlue EVO 30 L были проведены эксперименты из трех циклов длительностью 40 минут с использованием БИНС, разработанной в МИЭА, в каждом из которых соответствующая приборная ось БИНС становилась горизонтальной осью вращения. Угловая скорость вращения была кусочно-постоянной и принимала 2 значения – 2°/сек и 5°/сек.

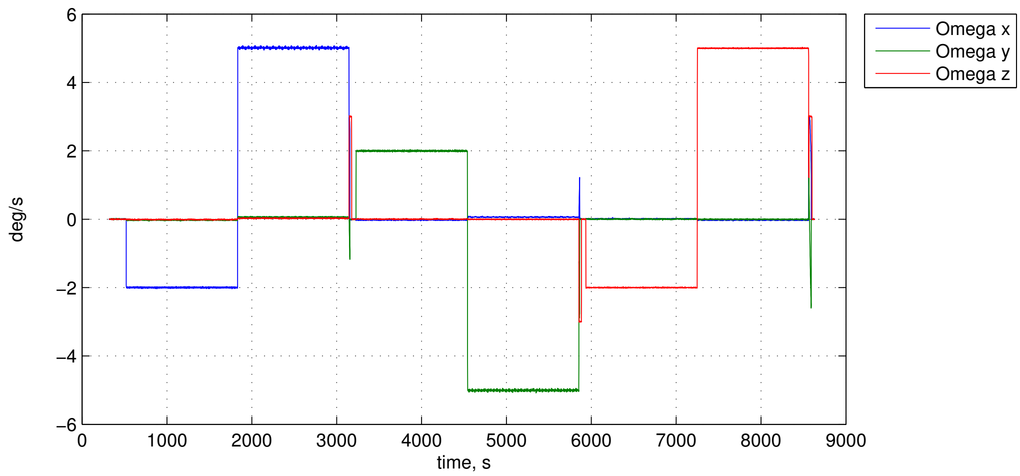

Рисунок 4.1: Угловые скорости ДУС, $^\circ$/сек

В экспериментах были зарегистрированы следующие выходные параметры БИНС:

- координаты - географические широта и долгота φ, λ;
- северная и восточная составляющие скорости V_N, V_E;
- углы ориентации БИНС γ, θ, ψ;
- угловые скорости приборного трехгранника БИНС $\omega_{z_1}, \omega_{z_2}, \omega_{z_3}$.

4.2 Результаты обработки

В обоих экспериментах система после выставки была переведена в навигацию. В первом эксперименте БИНС накопила порядка 15 км ошибки в определении координат, во втором – порядка 12 км.

Обработка экспериментов проводилась с использованием вторичной информации. При этом первый эксперимент использовался для оценки параметров инструментальных погрешностей, т.е. для калибровки, а второй – для компенсации погрешностей на основе оценок, полученных в первом эксперименте.

В результате обработки данных первого эксперимента были получены следующие оценки инструментальных погрешностей:

$\nu^0_{z_1}$, $\circ$/час	$\nu^0_{z_2}$, $\circ$/час	$\nu^0_{z_3}$, $\circ$/час	$\Delta f^0_{z_1}$, м/с^2	$\Delta f^0_{z_2}$, м/с^2	$\Delta f^0_{z_3}$, м/с^2
0,015	0,007	0,023	-7,8$\cdot 10^{-4}$	-5,8$\cdot 10^{-5}$	-2,4$\cdot 10^{-3}$

Γ_{11}	Γ_{21}	Γ_{22}	Γ_{31}	Γ_{32}	Γ_{33}
1$\cdot 10^{-4}$	1,3$\cdot 10^{-4}$	-2,8$\cdot 10^{-5}$	-9,6$\cdot 10^{-5}$	5,6$\cdot 10^{-5}$	-7$\cdot 10^{-5}$

θ_{11}	θ_{12}	θ_{13}	θ_{21}	θ_{22}	θ_{23}
7,6$\cdot 10^{-6}$	-1,3$\cdot 10^{-4}$	6,7$\cdot 10^{-5}$	-5,3$\cdot 10^{-5}$	9,4$\cdot 10^{-6}$	2,1$\cdot 10^{-5}$

θ_{31}	θ_{32}	θ_{33}
-2,3$\cdot 10^{-5}$	-7,8$\cdot 10^{-5}$	1,6$\cdot 10^{-6}$

Таблица 4.1: Оценки инструментальных погрешностей

Далее была проведена компенсация полученных погрешностей на данных второго эксперимента. Компенсация проводилась следующим образом: численно решались уравнения ошибок БИНС на данных второго эксперимента. В качестве значений инструментальных погрешностей принимались приведенные выше оценки, полученные в предыдущем эксперименте, остальные начальные значения задавались нулевыми. Из значений координат по данным БИНС вычитались погрешности координат, полученные в результате решения уравнений ошибок БИНС, в соответствующих размерностях.

Исходные координаты БИНС и поправленные сравнивались с эталонными параметрами – координатами стенда.

Ошибки БИНС определения координат до и после компенсации:

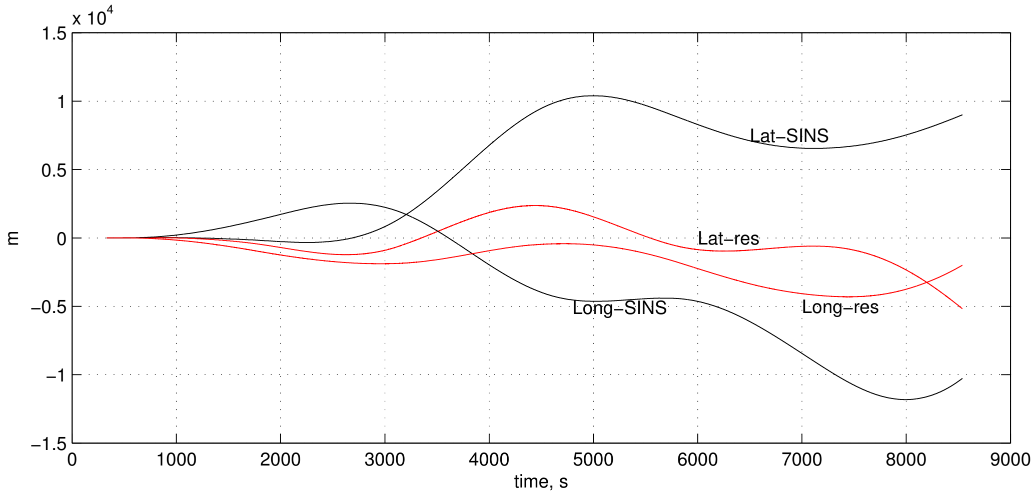

Рисунок 4.2: Ошибки БИНС определения координат до и после компенсации, м

Графики показывают, что исходные погрешности уменьшились, по крайней мере, в 3 раза.

Заключение

В главе 4 результаты ковариационного анализа подтверждены калибровкой на стенде одной из реальных серийных систем.

Создано программно-методическое обеспечение процесса калибровки, позволяющее по существу автоматизировать процесс калибровки БИНС в серийном производстве.

Заключение

В заключении перечислим основные результаты.

1. Формализована задача калибровки на точных стендах. А именно – в параметрах ошибок БИНС выведены уранения, описывающие информацию, доставляемую измерителями стенда с учетом инструментальных погрешностей стенда и несинхронностью информационных потоков БИНС и стенда.

2. В случае использования первичной информации

- В результате проведенного анализа наблюдаемости установлено, что наряду со всеми параметрами моделей инструментальных погрешностей БИНС наблюдается параметр несинхронности информации БИНС и стенда, а также параметры инструментальных погрешностей стенда по отдельности, за исключением двух неразделяемых комбинаций.

- В результате проведенного ковариационного анализа показано, что за счет привлечения информации, доставляемой точным стендом, точность оценивания погрешностей БИНС повышается почти в два раза как на одностепенных, так и на двустепенных стендах. Такое улучшение следует считать существенным.

- В результате специального ковариационного анализа показано, что результаты калибровки слабо зависят от изменения в некоторых пределах интенсивности шумов измерений от стенда.

- Исследования также показали, что при наличии трех парциальных движений, называемых циклами, и хотя бы одного переключения угловой скорости вращения на цикле точность калибровки при заданном времени слабо зависит от закона изменения угловой скорости.

3. Показано, что использование при калибровке вторичной инерциальной информации (выходной информации БИНС в режиме навигации) достигается приемлемая точность за счет увеличения времени калибровки. При этом была использована возможность без потери точности воспользоваться упрощенными редуцированными алгоритмами оценивания.

4. Результаты ковариационного анализа подтверждены калибровкой на стенде одной из реальных серийных систем.

5. Создано программно-методическое обеспечение процесса калибровки, позволяющее по существу автоматизировать процесс калибровки БИНС в серийном производстве.

Литература

1. Ермаков В.С. Автоматизация калибровки бесплатформенных инерциальных навигационных систем на волоконно-оптических гироскопах. Ph.D. thesis: Пермский гос. техн. университет. 2007.

2. Николаев С. Г., Ившина Ю. В. Калибровка бесплатформенных инерциальных навигационных систем по выходным сигналам модели ошибок // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. Выпуск 4(200). 2014. С. 95–105.

3. Болотин Ю. В., Матасов А. И., Деревянкин А. В. Итерационная схема калибровки блока акселерометров при помощи гарантирующего подхода // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2008. № 3. С. 48–61.

4. Алгоритмы калибровки платформенной инерциальной навигационной системы / Ю. В. Болотин, В. П. Голиков, С. В. Ларионов [и др.] // Гироскопия и навигация. 2008. № 3. С. 13–27.

5. Матасов А. И., Тихомиров В. В. Калибровка бесплатформенной инерциальной навигационной системы при повороте вокруг вертикальной оси // Электронный журнал "Труды МАИ". 2016. № 89.

6. Акимов А.П., Деревянкин А.В., Матасов А.И. Гарантирующий подход и l_1-аппроксимация в задачах оценивания параметров бесплатформенных инерциальных навигационных систем при стендовых испытаниях. МГУ, 2012. с. 292.

7. Емельянцев Г.И., Степанов А.П. Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации. 2016.

8. Ориентация и навигация подвижных объектов. Современные информационные технологии / Николай Животов, Борис Алёшин, Александр Афонин [и др.]. Litres, 2016.

9. Веремеенко К. К., Галай И. А. Разработка алгоритма калибровки инерциальной навигационной системы на двухосном испытательном стенде // Электронный журнал "Труды МАИ". 2013. № 63.

10. Пешехонов В.Г. Интегрированные инерциально-спутниковые системы навигации: сб. статей и докладов. 2001.

11. Климкович Б. В., Толочко А. М. Определение запаздываний в измерительных каналах при калибровке БИНС в инерциальном режиме // Гироскопия и навигация. 2015. № 4(91). С. 55–66.

12. Кухтевич С. Е., Рафельсон В. Ф., Фомичев А. В. О погрешностях БИНС, обусловленных несинхронностью тактов измерения угловых скоростей и линейных ускорений и геометрией блока акселерометров // Труды Московского института электромеханики и автоматики. Выпуск 3. М., 2011. С. 86–95.

13. Тювин А.В. Аналитическая юстировка и калибровка инерциального измерительного блока бесплатформенной инерциальной навигационной системы // Электронный журнал "Труды МАИ". 2013. № 71.

14. Быковский А. В. Калибровка бесплатформенной инерциальной навигационной системы в режиме Навигация // Авиакосмическое приборостроение. 2014. № 1. С. 18–25.

15. Savage Paul G. Introduction to strapdown inertial navigation systems. Strapdown Associates, 2010.

16. INS/CNS/GNSS Integrated Navigation Technology / Wei Quan, Jianli Li, Xiaolin Gong [и др.]. National Defense Industry Press, 2015.

17. Rogers R.M. Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems. AIAA, 2003.

18. Titterton D H, Weston J L. Strapdown inertial navigation technology. AIAA, 2004.

19. Парусников Н.А. Задача калибровки бескарданной инерциальной навигационной системы на стенде // Известия РАН. Механика твердого тела. 2009. № 4.

20. Вавилова Н. Б., Парусников Н. А., Сазонов И. Ю. Калибровка бескарданных инерциальных навигационных систем при помощи грубых одностепенных стендов // Современные проблемы математики и механики. 2009. Т. 1. С. 212–223.

21. Вавилова Н. Б., Сазонов И. В. Калибровка бескарданной инерциальной навигационной системы в сборе на грубых стендах с одной

степенью свободы // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. М., 2012. Т. 1, № 4. С. 64–66.

22. Сазонов И.Ю., Шаймарданов И.Х. Калибровка бесплатформенной инерциальной навигационной системы на микромеханических датчиках акселерометров и гироскопов // Вопросы оборонной техники: научно-технический сборник. Серия 9. 2010. Т. 9, № 3. С. 73–82.

23. Голован А. А., Парусников Н. А. Математические основы навигационных систем. Часть II. Приложения методов оптимального оценивания к задачам навигации. 2-е издание, испр. и доп. МАКС Пресс Москва, 2012. с. 172.

24. Сазонов И.Ю. Задача идентификации инструментальных погрешностей (калибровки) бескарданной инерциальной навигационной системы в сборе при помощи грубых одностепенных стендов. Ph.D. thesis: МГУ имени М.В.Ломоносова. 2012.

25. Козлов А. В., Сазонов И. Ю. Калибровка инерциальных навигационных систем на грубых стендах с учетом разнесения чувствительных масс ньютонометров // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. 2013. № 3 (189).

26. Калибровка инерциальных навигационных систем на грубых стендах с учетом разнесения чувствительных масс ньютонометров / А. В. Козлов, И. Ю. Сазонов, Н. Б. Вавилова [и др.] // XX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным

навигационным системам. ОАО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор г. Санкт-Петербург, 2013. С. 104–107.

27. Тарыгин И. Е., Козлов А. В. Анализ наблюдаемости в задаче калибровки температурных моделей погрешностей инерциальных датчиков авиационной навигационной системы // Электронный журнал "Труды МАИ". 2016. № 89.

28. Козлов А. В., Тарыгин И. Е., Голован А. А. Калибровка инерциальных измерительных блоков на грубых стендах с оценкой температурных зависимостей по эксперименту с переменной температурой // XXI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. ОАО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор г. Санкт-Петербург, 2014. С. 319–322.

29. Козлов А. В., Тарыгин И. Е., Голован А. А. Калибровка инерциальных измерительных блоков на грубых одноосных стендах: оценка коэффициентов зависимости от производной температуры // XXIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. ОАО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор г. Санкт-Петербург, 2016. С. 56–61.

30. Голован А. А., Парусников Н. А. Математические основы навигационных систем. Часть I. Математические модели инерциальной навигации. 3-е издание, испр. и. доп. МАКС Пресс Москва, 2011. с. 136.

31. Acutronic. http://www.acutronic.com/.

32. iXblue. https://www.ixblue.com/.

33. Александров В. В., Лемак С. С., Парусников Н. А. Лекции по механике управляемых систем. МАКС Пресс Москва, 2012. с. 240.

34. Кальченко А.О. Задача калибровки бескарданной инерциальной навигационной системы в полете при помощи информации от спутниковой навигационной системы. Ph.D. thesis: МГУ имени М.В.Ломоносова. 2017.

35. Голован А. А., Парусников Н. А. Стохастический анализ точности редуцированных моделей задач калмановской фильтрации // Научные труды МЭИ N655. Математическое моделирование динамики управляемых систем машин и механизмов. N655. Издательство МЭИ Москва, 1991.

36. Grewal Mohinder S., Andrews Angus P. Kalman filtering : theory and practice using MATLAB. New York, Chicester, Weinheim: Wiley, 2001.

37. Kalman R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems // Journal of basic Engineering. 1960. Т. 82, № 1. С. 35–45.