

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертационной работе

Дулиной Ксении Михайловны

«Асимптотическая классификация решений

**дифференциальных уравнений типа Эмдена–Фаулера второго порядка»,
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-
математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные
уравнения, динамические системы и оптимальное управление**

Актуальность темы диссертационной работы

Диссертационная работа К.М. Дулиной является исследовательской работой в области качественной теории нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений и посвящена изучению качественных свойств и асимптотического поведения решений уравнений типа Эмдена–Фаулера второго порядка. Уравнение типа Эмдена–Фаулера второго порядка является обобщением известного уравнения Эмдена–Фаулера, впервые возникшего в начале XX века в работах Р. Эмдена, описывающего изменение плотности звезды по мере удаления от ее центра масс. Огромный вклад в изучение уравнения Эмдена–Фаулера и его обобщений внесли Р. Фаулер, Р. Беллман, Дж. Сансоне, Ф. Хартман, А. Кнезер, Ф. Аткинсон, И.Т. Кигурадзе, Т.А. Чантурия, В.А. Кондратьев, Н.А. Изобов, Л.А. Беклемишева, А.В. Костин, В.М. Евтухов, И.В. Асташова и многие другие. Автор диссертационной работы продолжает многочисленные исследования и рассматривает случай общего потенциала, зависящего от независимой и всех фазовых переменных. Следует отметить, что задача получения асимптотической классификации всех максимально продолженных решений уравнений типа Эмдена–Фаулера второго порядка, у которых потенциал может зависеть от независимой и всех фазовых переменных, изучена впервые. Поэтому тема диссертационной работы Дулиной Ксении Михайловны представляется актуальной.

Новизна проведенных исследований и полученных результатов

Основные положения диссертации, отличающиеся научной новизной, заключаются в следующем:

1. В случае регулярной нелинейности получена асимптотическая классификация всех максимально продолженных решений уравнения типа Эмдена–Фаулера второго порядка с ограниченным и отделенным от нуля отрицательным потенциалом. В частности, доказано, что все нетривиальные решения определены или на полупрямой, или на конечном интервале и имеют степенную асимптотику вблизи границ области определения. При этом прямая, проходящая через конечную границу области определения, является вертикальной асимптотой

- решения, а на бесконечности все решения стремятся к нулю вместе с производной. Получены оценки расстояния до вертикальной асимптоты; показана непрерывная зависимость положения вертикальной асимптоты от начальных условий.
2. В случае сингулярной нелинейности получена асимптотическая классификация всех μ -решений уравнения типа Эмдена–Фаулера второго порядка с ограниченным и отделенным от нуля отрицательным потенциалом: в частности, доказано, что все μ -решения или определены на всей числовой прямой, или на полупрямой и имеют степенную асимптотику вблизи границ области определения. При этом установлено, что все μ -решения имеют либо ровно один нуль, либо ровно один экстремум, либо вместе со своей производной стремятся к нулю в конечной граничной точке области определения со степенной асимптотикой; получены оценки расстояния до нуля, точки экстремума и конечной граничной точки области определения, соответственно; показана непрерывная зависимость положения нуля, точки экстремума, конечной граничной точки области определения от начальных условий.
 3. В случаях регулярной и сингулярной нелинейности установлено, что все максимально продолженные решения уравнения типа Эмдена–Фаулера второго порядка и их первые производные с ограниченным и отделенным от нуля положительным потенциалом являются колеблющимися, причем нули решений и их первых производных чередуются. Получены достаточные условия, при которых решения определены на всей числовой прямой, исследовано их асимптотическое поведение в случае выполнения или невыполнения этих достаточных условий.
 4. В случаях регулярной и сингулярной нелинейности исследовано асимптотическое поведение решений уравнения типа Эмдена–Фаулера второго порядка при различных условиях на неограниченный отрицательный потенциал: получены условия на потенциал, при которых все нетривиальные максимально продолженные решения уравнения типа Эмдена–Фаулера второго порядка имеют вертикальную асимптоту, установлены достаточные условия на потенциал, при которых решения являются black hole решениями, и достаточные условия, при которых решения могут быть продолжены на всю числовую прямую.

Степень обоснованности и достоверности научных положений, выводов, рекомендаций и заключений

Обоснованность и достоверность научных положений, выводов, рекомендаций и заключений, полученных в диссертации, подтверждается корректным использованием методов качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений, функционального анализа. Диссертационная работа написана четким и ясным языком. Материалы изложены в строгой логической последовательности. Все утверждения строго доказаны. Полученные в диссертации результаты хорошо согласуются с известными

результатами других исследователей и являются их обобщением. Достоверность полученных результатов подтверждается также апробацией основных результатов на международных и всероссийских конференциях и семинарах и в опубликованных работах.

Теоретическая и практическая значимость

Полученные в диссертационной работе результаты вносят значительный вклад в развитие качественной теории нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений.

Замечания по диссертационной работе

1. Существование одинаковых пределов при $v \rightarrow -\infty$ и $v \rightarrow +\infty$ в пунктах 3) и 4) в формулировке теоремы 1.2 (страница 16) необязательно. Возможно, автору следовало бы это отметить в замечании.
2. В диссертации изучаются свойства нетривиальных максимально продолженных решений, но в некоторых местах в тексте пропущено слово «нетривиальное»: на странице 35 (второй абзац), на странице 53 (перед следствием 2.1), на странице 88 (в формулировке теоремы 3.3), на странице 93 (второй абзац).
3. Когда в тексте диссертации автор пишет «в граничной точке области определения», то, очевидно, что рассматривается конечная граничная точка, следовало бы писать именно так (страницы 53, 59).
4. На страницах 37 и 54 нет пояснения, почему существует обратная функция к $t(x)$.
5. В тексте работы встречаются опечатки. Так, в Замечании 2.2 на странице 63 имеется опечатка: написано «...максимально продолженных решений...», а должно быть «... μ -решений...». Опечатка на странице 80: написано уравнения (1), а должно быть (3.1).

Указанные замечания не снижают ценности работы, являются незначительными и не влияют на общую положительную оценку диссертации.

Общая характеристика диссертационной работы

Тема диссертация является актуальной, а полученные результаты вносят значительный вклад в развитие качественной теории нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Считаю, что диссертационная работа Дулиной К. М. является законченным научным исследованием, полностью соответствующим специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, по которой она представлена к защите. Выносимые на защиту результаты новы, достоверны, выводы и заключения обоснованы. Основные результаты исследований апробированы в виде выступлений автора на международных и всероссийских научных конференциях и опубликованы в виде 20 работ автора, среди которых 11 статей, из них 3 статьи – в журналах перечня ВАК Минобрнауки России,

3 работы опубликованы в журнале «Дифференциальные уравнения» (Хроника «О семинаре по качественной теории дифференциальных уравнений в Московском университете»). Автореферат диссертации полно и правильно отражает ее содержание.

Все выше изложенное позволяет заключить, что диссертационная работа Дулиной К.М. «Асимптотическая классификация решений дифференциальных уравнений типа Эмдена–Фаулера второго порядка» соответствует требованиям, предъявляемым ВАК Минобрнауки России к кандидатским диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление и пункту 9 Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации № 842 от 24.09.2013 г. (дополненное от 21.04.2016 г.), а ее автор — Дулина Ксения Михайловна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по указанной специальности.

Официальный оппонент,
профессор кафедры
дифференциальных уравнений и
теории управления ФГАОУ ВО
«Самарский национальный
исследовательский университет
имени академика С.П. Королева»,
доктор физико-математических наук
профессор

ЕЩ

Щепакина Елена Анатольевна
15 мая 2017 г.



Почтовый адрес: 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Телефон: +7(846) 334-54-38

Адрес электронной почты: shchepakina@yahoo.com, shchepakina@ssau.ru