ФГБОУ ВО
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Механико-математический факультет

На правах рукописи
УДК 519.214.8 + 519.218.2

Дмитрущенков Дмитрий Валерьевич

Большие уклонения ветвящегося процесса в случайной среде с иммиграцией.

01.01.05 — теория вероятностей и математическая статистика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва
2017

Работа выполнена на кафедре математической статистики и случайных процессов механико-математического факультета Московоского государственного университета имени М.В. Ломоносова

Научный руководитель:
кандидат физико-математических наук,
доцент Козлов Михаил Васильевич

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук,
профессор Ватутин Владимир Алексеевич, ведущий научный сотрудник отдела дискретной математики ФГБУН «Математический институт им. В.А. Стеклова РАН»
кандидат физико-математических наук, Козлов Андрей Михайлович,
заместитель начальника центра розничных рисков Банка ГПБ (АО)
Ведущая организация:
ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

Защита диссертации состоится 23 июня 2017 года в 16 часов 45 минут на заседании диссертационного совета Д 501.001.85 на базе МГУ имени М.В. Ломоносова по адресу: 119234, ГСП-1, Москва, Ленинские Горы, МГУ, механико-математический факультет, аудитория 16-24.

С диссертацией можно ознакомиться в Фундаментальной библиотеке ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» по адресу: Москва, Ломоносовский проспект, 27, сектор А и на сайте механико-математического факультета:
http://mech.math.msu.su/ snark/index.cgi

Автореферат разослан « » мая 2017 года.

Ученый секретарь диссертационного
совета Д 501.001.85 на базе МГУ,
доктор физико-математических наук,
профессор Власов Виктор Валентинович

Общая характеристика работы

Диссертация посвящена исследованию вероятностей больших уклонений для ВПСС с иммиграцией в случае вырождения и в каждый момент времени.

Актуальность темы

Одной из классических областей теории вероятностей является теория больших уклонений для сумм независимых случайных величин, которая стала активно развиваться в середине 20 века. Важным направлением в ней являются большие уклонения различных функционалов от случайных блужданий, и основополагающими трудами в этой области являются работы Бахадура и Ранга Рао [1], Петрова [2], в которых для $\xi_1, \xi_2 \dots$ — последовательности н.о.р. сл.в., удовлетворяющих правостороннему условию Крамера

$$R(h) = Ee^{h\xi} < \infty,\ h \in (0, h^+),\ h^+ > 0, \tag{1}$$

была получена, соответственно, "грубая"асимптотика

$$\frac{\ln \mathbf{P}\left(S_n \geqslant \theta n\right)}{n} \to -\Lambda(\theta)$$

и "точная"асимптотика

$$\mathbf{P}\left(S_n \geqslant \theta n\right) \sim \frac{D(\theta)}{\sqrt{n}}\, e^{-\Lambda(\theta) n}, \quad \text{при}\, n \to \infty, \tag{2}$$

выполняющиеся равномерно по $\theta \in [\theta_1, \theta_2] \subset (\mu, m^+)$ в нерешетчатом случае, при этом функции $\Lambda(\theta)$ и $D(\theta)$ были указаны в явном виде. В решетчатом случае в правой части соотношения (2) добавляется постоянный множитель , включающий величину шага решетки.

Результаты для случайных блужданий широко применяются в статистической физике и финансовой математике, а также являются отправной точкой для исследований вероятностей больших уклонений других процессов, в частности,

[1] Bahadur R.R., Rango Rao R. On deviations of the sample mean. Ann. Math. Statist., (1960), **31**:4, 1015-1027.

[2] Петров В.В. О вероятностях больших уклонений сумм независимых случайных величин. Теория вероятностей и ее применения, (1965), 10, 310-322.

процессов массового обслуживания, случайных рекуррентных последовательностей и ветвящихся процессов в случайной среде.

В классической теории ветвящихся процессов, представленной в монографиях таких известных авторов, как Т.Е. Харрис [3], Б.А. Севастьянов [4], К. Атрея и П. Ней [5], в основном рассматриваются процессы, для которых закон размножения частиц не изменяется во времени. Переход к более сложным моделям, в которых законы размножения изменяются от поколения к поколению, привел в конце шестидесятых, начале семидесятых годов двадцатого века к появлению ряда новых направлений в теории ветвящихся процессов.

Одним из них является теория ветвящихся процессов в случайной среде (ВПСС). В рамках этой модели предполагается, что размножение частиц зависит от изменяющейся с течением времени среды, которая является реализацией некоторой последовательности случайных величин. Наиболее изученной и активно используемой является обощение модели Смита-Вилкинсона [6], когда законы размножения частиц различных поколений полагаются формирующимися независимо друг от друга. Опишем ее подробнее.

Пусть $\eta = (\eta_1, \ldots, \eta_n, \ldots)$ — последовательность независимых одинаково распределенных (н.о.р.) невырожденных случайных величин (сл.в.) и $\{f_y(s)\}$, $y \in \mathbb{R}$, — семейство вероятностных производящих функций (п.ф.).

ВПСС Z_n определяется, как однородная марковская цепь с условной относительно среды η п.ф. переходных вероятностей вида $\mathbf{E}\left(s^{Z_{n+1}} \mid Z_n, \eta\right) = f_{\eta_{n+1}}(s)^{Z_n}$ п.н.

Как видно из определения, если случайную среду зафиксировать, то частицы n-ого поколения размножаются независимо друг от друга и от предшествующего процесса в соответствии с законом размножения, задаваемым случайной производящей функцией $f_{\eta_{n+1}}(s)$.

Следующим шагом в развитии теории ВПСС стало использование связи между ветвящимися процессами в случайной среде и случайными блуждани-

[3] Харрис Т.Е., Теория ветвящихся процессов. Мир, Москва, 1966.

[4] Севастьянов Б.А., Ветвящиеся процессы. Наука, Москва, 1971.

[5] Athreya K.B., Ney P.E., Branching Processes. Springer-Verlag, Berlin, 1972.

[6] Smith W.L., Wilkinson W.E., On branching processes in random environments, Ann. Math. Statist., (1969), **40**:3, 814-827.

ями, что позволило использовать новые методы исследований и опираться на важные результаты, полученные для случайных блужданий. Одним из важных направлений исследований в области ВПСС является задача нахождение точной асимптотики вероятностей больших уклонений.

Далее полагаем:

$$Z_0 = 1,\ \xi_i = \ln f'_{\eta_i}(1),\ S_n = \sum_{i=1}^{n} \xi_i,\ S_0 = 0,\ U_n = e^{-S_n},$$

$$V_n = \sum_{i=0}^{n-1} e^{-S_i},\ M_n = \max\left(S_i,\ i \leqslant n\right),$$

Случайное блуждание S_n называется *сопровождающим* для ВПСС. Блуждание S_n может иметь положительный, нулевой и отрицательный снос, соответствующий ветвящийся процесс в случайной среде является надкритическим, критическим и докритическим.

Также определим следующие функции от h:

$$m(h) = \left(\ln R(h)\right)',\ \sigma^2(h) = m'(h) > 0,\ m^+ = \lim_{h \to h^+} m(h), \mu_0 = \max(\mu, 0).$$

Функция $m(h)$ непрерывна и монотонно возрастает при $h \in (0, h^+)$, $m(0) = \mu$, откуда следует, что при любом $\theta \in (\mu, m^+)$ найдется $h_\theta \in (0, h^+)$, такое что $m(h_\theta) = \theta$. Введем функцию уклонений $\Lambda(\theta) = \theta h_\theta - \ln R\left(h_\theta\right)$, которая является преобразованием Лежандра над функцией $\ln R\left(h\right)$.

Сопряженным к S_n блужданием назовем блуждание $S_n^{(h)} = \sum\limits_{i=1}^{n} \xi_i^{(h)}$, $S_0^{(h)} = 0$, где $\xi_i^{(h)}$ — последовательность н.о.р. сл.в. с функцией распределения

$$F^{(h)}(x) = R(h)^{-1} \int\limits_{-\infty}^{x} e^{hy} dF(y).$$

Важным и одним из наиболее изученных частных случаев ВПСС является случай, когда условное распределение числа непосредственных потомков частицы при условии среды является геометрическим, так что

$$\mathbf{E}\left(s^{Z_1} \mid Z_0 = 1,\, \eta_1\right) = 1 - \left(1 + e^{-\xi_1}(1-s)^{-1}\right)^{-1} \quad \text{п.н..} \tag{3}$$

Одним из основных результатов задачи по нахождению вероятностей больших уклонений для ветвящихся процессов в случайной среде является асимптотика, полученная в работе [7]:

$$\mathbf{P}\left(\ln Z_n \geqslant \theta n\right) \sim I(\theta)\,\mathbf{P}\left(S_n \geqslant \theta n\right), \quad n \to \infty. \tag{4}$$

Это соотношении установлено для ВПСС Z_n с п.ф. вида (3), при выполненном правостороннем условии Крамера (1).

При $\mu \geqslant 0$ указанная асимптотика равномерна по $\theta \in [\theta_1, \theta_2] \subset (\mu,\, m^+)$. При $\mu < 0$ дополнительно требуется предположение, чтобы $m^+ > 0$. Тогда при $h_0 \leqslant 1$ соотношение (4) имеет место равномерно по $\theta \in [\theta_1, \theta_2] \subset (0,\, m^+)$. При $h_0 > 1$ в предположении, что существует такое (единственное) $h^* \in (1,\, h^+)$, что $R(h^*) = R(1)$, соотношение (4) так же выполняется равномерно по $\theta \in [\theta_1, \theta_2] \subset (\theta^*,\, m^+)$, где $\theta^* = m(h^*)$.

Для случая, когда $\mu < 0$, а $\theta \in [\theta_1, \theta_2] \subset (0,\, \theta^*)$ асимптотика имеет качественно другой характер, ее описание можно найти в работе [8].

В работе [9] эта асимптотика перенесена на случай ВПСС с произвольным начальным числом частиц. Для тех же ограничений, при которых выполняется соотношение (4), для любого натурального l равномерно по указанным выше θ выполняется следующая асимптотика:

$$\mathbf{P}\left(\ln Z_n \geqslant \theta n + \ln l \mid Z_0 = l\right) \sim I_l(\theta)\mathbf{P}(S_n \geqslant \theta n), \text{ при } n \to \infty. \tag{5}$$

В диссертации результаты (4) и (5) переносятся на случай ВПСС с иммиграцией в двух вариантах: только в случае вырождения и в каждый момент времени.

[7]Козлов М.В. О больших уклонениях ветвящихся процессов. Дискретная математика, (2006), **18**:2, 29-47.

[8]Козлов М.В. О больших уклонениях строго докритических ветвящихся процессов в случайной среде с геометрическим распределением числа потомков. Теория вероятностей и ее применения, (2009), **54**:3, 439-465.

[9]Шкляев А.В. Большие уклонения ветвящегося процесса в случайной среде с произвольным начальным числом частиц. Дискретная математика, (2012), **24**:4, 114-130.

Цель работы. Исследование вероятностей больших уклонений для ветвящихся процессов в случайной среде со случайной иммиграцией, представляющей собой последовательность из независимых, одинаково распределенных случайных величин и происходящей в моменты вырождения, либо в каждый момент времени.

Научная новизна. Все результаты работы являются новыми. В диссертации получены следующие основные результаты:

- Для случая геометрического условного распределения числа непосредственных потомков частицы получены асимптотики вероятности больших уклонений ветвящихся процессов в случайной среде для случаев иммиграции при вырождении и иммиграции в каждый момент времени.

- При тех же условиях доказано, что оба рассматриваемых процесса и ветвящийся процесс в случайной среде без иммиграции ведут себя идентично в левой окрестности точки n, и получено распределение отрезков траекторий в области больших уклонений.

Основные методы исследования. В работе используются общие методы теории вероятностей, функционального анализа и теории случайных процессов, а также новые достижения в области теории ветвящихся процессов в случайной среде.

Теоретическая и практическая значимость. Работа носит теоретический характер. Полученные результаты могут быть использованы при дальнейших исследованиях в области больших уклонений ветвящихся процессов в случайной среде, а также могут иметь приложения в различных физических и биологических задачах.

Апробация работы. По теме диссертации были сделаны доклады на следующих семинарах механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова:

- Семинаре «Случайные блуждания и ветвящиеся процессы в случайной среде» под руководством доц. М.В. Козлова, в.н.с. Н.А. Толмачева, с.н.с. А.В. Шкляева. (2014-2015 гг., неоднократно).

Результаты диссертации докладывались на:

- Научной конференции «Ломоносовские чтения», Москва, Россия, 14.04.2014 – 23.04.2014
- Научной конференции «Ломоносовские чтения», Москва, Россия, 18.04.2016 – 27.04.2016

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы 2 работах (из них 2 в жураналах из перечня ВАК), список которых приведен в конце автореферата.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы, включающего 27 наименований. Общий объем диссертации составляет 59 страниц.

Краткое содержание работы.

Во **введении** к диссертации описывается актуальность рассматриваемой задачи, цели работы и кратко формулируются полученные результаты.

Первая глава является обзорной, в ней описана история и предпосылки возникновения модели ветвящихся процессов в случайной среде. Дан обзор некоторых результатов теории больших уклонений для случайных блужданий и ВПСС. Приведена первоначальная классификация ветвящихся процессов в случайной среде, указаны основные определения и обозначения, которые будут использоваться в работе.

Вторая глава посвящена изучению ветвящегося процесса в случайной среде (Z_n^*) с условным геометрическим распределением числа непосредственных потомков и с иммиграцией, происходящей в моменты его вырождения. Определим последовательность н.о.р. сл. в. $\zeta = (\zeta_0, \ldots, \zeta_n, \ldots)$, элементы которой принимают натуральные значения и не зависят ни от случайной среды η, ни от закона размножения частиц в каждом поколении процесса.

ВПСС (Z_n^*) с иммиграцией в моменты вырождения определяем, как однородную марковскую цепь со следующими п.ф. переходных вероятностей:

$$\mathbf{E}\left(s^{Z^*_{n+1}} \mid Z^*_n = k,\, \eta\right) = f_{\eta_{n+1}}(s)^k \text{ п.н. при } k > 0,$$

$$\mathbf{E}\left(s^{Z^*_{n+1}} \mid Z^*_n = 0,\, \eta\right) = \mathbf{E}s^{\zeta_{n+1}} \text{ п.н.}$$

Таким образом, ζ_n из вышеопределенной случайной последовательности представляет собой число иммигрантов в момент n при условии, что в этот момент процесс вырождается. Частицы n-ого поколения, также как в случае обычного ВПСС, размножаются условно независимо друг от друга и от предшествующего процесса в соответствии с законом размножения, задаваемым случайной производящей функцией $f_{\eta_{n+1}}(s)$. Далее полагаем, что $\zeta_0 = 1$, $Z^*_{-1} = 0$ п.н., откуда следует, что и $Z^*_0 = 1$ п.н.

Для определенного таким образом ВПСС доказывается следующий результат, который показывает, что при определенных ограничениях на иммиграцию асиптотика больших уклонений для ВПСС с иммиграцией в случае вырождения отличается от аналогичных результатов для ВПСС и случайного блуждания на мультипликативную константу.

Теорема 2.1 Пусть ВПСС (Z^*_n) удовлетворяет условиям (1), (3), при всех$h > 0$ выполнено условие $\mathbf{E}\zeta_1^h < \infty$, и $\sup\left(R(h), h > 0\right) > 1$. Тогда соотношение

$$\mathbf{P}(\ln Z^*_n \geqslant \theta n) \sim I^*(\theta)\,\frac{1}{\sqrt{n}}\,e^{-\Lambda(\theta)n} \qquad \text{при } n \to \infty$$

выполнено равномерно по $\theta \in [\theta_1, \theta_2] \subset (\mu, m^+)$ при $\mu \geqslant 0$ и равномерно по $\theta \in [\theta_1, \theta_2] \subset (m^*, m^+)$ при $\mu < 0$, где $m^* = m(h^*), R(h^*) = R(1)$,

$$I^*(\theta) = \left(\sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{P}(Z^*_{k-1} = 0)\, R(h_\theta)^{-k}\right)\left(\sum_{l=1}^{\infty} l^{h_\theta}\, \mathbf{P}(\zeta_k = l)\, I_l(\theta)\right),$$

а величины $I_l(\theta)$ определены в теореме 1 работы .

Кроме того, полученное в теореме 2.1 выражение для асимптотики больших уклонений позволяет получить результат, описывающий поведение траекторий в левой окрестности точки n при условии совершения процессом большого уклонения.

Теорема 2.2 Для стандартного ВПСС без иммиграции, для которого выполнены условия (1), (3) имеет место следующая асимптотика распределения вероятностей отрезка траекторий процесса в области большого уклонения $\ln Z_n$:

$$\mathbf{P}(\ln Z_{n-m} - \theta n \in [x_0, x_0 + \Delta_0, \ ..., \ln Z_n - \theta n \in [x_m, x_m + \Delta_m])$$
$$\to \frac{I(\theta)}{\sqrt{n}} e^{-\Lambda(\theta)} R(h_\theta)^{-m} \int\limits_{x_0}^{x_0+\Delta_0} \int\limits_{x_1}^{x_1+\Delta_1} ... \int\limits_{x_m}^{x_m+\Delta_0} e^{-h_\theta y_o} h_\theta \mathrm{d}y_o \prod_{k=1}^{m} \mathbf{P}(\xi_{n-k} + y_{m-k-1} \in \mathrm{d}y_{m-k}).$$

Для ВПСС с иммиграцией в случае вырождения в условиях теоремы 2.1 асимптотика верна в области большого уклонения $\ln Z_n^*$ с учетом замены константы $I(\theta)$ на $I^*(\theta)$.

В **третьей главе** постановка задачи второй главы распространяется на процесс (Z_n^{**}), которой опеределяется следующим образом. Определяется последовательность н.о.р. сл.в. $\chi = (\chi_1, \ldots, \chi_n, \ldots)$ с натуральными значениями. ВПСС Z_n^{**} с иммиграцией в каждый момент времени определим, как однородную марковскую цепь с условной п.ф. переходных вероятностей:

$$\mathbf{E}\left(s^{Z_{n+1}^{**}} \mid Z_n^{**}, \eta, \chi\right) = g_{\eta_{n+1}}(s)^{Z_n^{**}} \tilde{g}_{\eta_{n+1}}(s) \ \text{ п.н.}, Z_0^{**} = 1$$

где $\{\tilde{g}_y(s)\}$ — семейство производящих функций, описывающих иммиграцию. Зададим Z_n^{**} в явной форме. Введем бесконечную матрицу $(\zeta_{i,j})$ случайных величин, строки которой независимы, а в пределах i-й строки элементы н.о.р. при условии η с условной п.ф. $g_{\eta_i}(s)$. Реккурентное соотношение

$$Z_{n+1}^{**} = \sum_{j=1}^{Z_n^{**}} \zeta_{n+1,j} + \chi_{n+1}$$

определяет ту же марковскую цепь, что и задаваемую соотношением (6). Здесь сл.в. $\zeta_{i,j}$ обозначает число непосредственных потомков j-й частицы i-го поколения, а сл.в. χ_n обозначает число иммигрантов в момент n. При условии среды η сл.в. χ_n имеют производящую функцию $\tilde{g}_{\eta_n}(s)$ и независимы между собой. Для удобства положим $\chi_0 = 1$ п.н.

В основе дальнейшего анализа лежит представление

$$Z_n^{**} = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=1}^{\chi_i} Z_{i,n}^{(j)},$$

где $Z_{i,n}^{(j)}$ обозначает число частиц n-го поколения, являющихся потомками j-го из мигрантов i-го поколения, $Z_{0,n}^{(1)}$ — число потомков исходной частицы в n-м поколении. Фактически, процесс (Z_n^{**}) разлагается в сумму связанных через среду процессов без иммиграции разной длительности. Или, иначе говоря, все сводится к ВПСС без иммиграции, начинающимся со случайного числа частиц и случайной длительности.

Полагаем, что иммиграция χ_i удовлетворяет условию

$$\mathbf{E}\chi_1^h < \infty, 0 < h < \max(h^+, 1). \tag{6}$$

Как и ранее, величины ξ_i являются шагами сопровождающего к ВПСС случайного блуждания (S_n), а $\xi_i^{(h)}$, соответственно, шагом сопряженного к нему блуждания $S_n^{(h)}$.

Определим оператор $\mathbf{E}^{(h)}$ для случайной величины X, измеримой относительно сигма-алгебры $\sigma(\xi_1, ...)$, $X = f(\xi_1, \xi_2, ..)$, равенством

$$\mathbf{E}^{(h)}X = \mathbf{E}f(\xi_1^{(h)}, \xi_2^{(h)}, ...).$$

Для произвольной случайной величины Y с $\mathbf{E}|Y| < \infty$ положим

$$\mathbf{E}^{(h)}Y = \mathbf{E}^{(h)}\left(\mathbf{E}(Y|\xi_1, \xi_2, ...)\right).$$

Теорема 3.1. Пусть ВПСС с иммиграцией Z_n^{**} и сопровождающим блужданием S_n удовлетворяет условиям (1), (3), (6) и $\sup(R(h),\ h > 0) > 1$. Тогда соотношение

$$\mathbf{P}(\ln Z_n^{**} \geq \theta n) \sim I^{**}(\theta)\,\frac{D(\theta)}{\sqrt{n}}\,e^{-\Lambda(\theta)n} \qquad \text{при } n \to \infty$$

выполнено равномерно по $\theta \in [\theta_1, \theta_2] \subset (\mu, m^+)$ в случае $\mu \geq 0$ и равномерно по $\theta \in [\theta_1, \theta_2] \subset (\gamma, m^+)$ в случае $\mu < 0$,

$$I^{**}(\theta) = \lim_{m\to\infty} \lim_{k\to\infty} E^{(h_\theta)} \left(\sum_{i=0}^{m} e^{-S_i} \sum_{j=1}^{\chi_i} \frac{Z_{i,k}^{(j)}}{\exp(S_{i,k})} \right)^{h_\theta} .$$

$S_{i,k} = S_k - S_i$, $Z_{i,k}^{(j)}$ — число частиц k-го поколения, являющихся потомками j-й частицы, иммигрировавшей в i-м поколении.

Аналогично подходу главы 2 получена следующая

Теорема 3.2 Для ВПСС с иммиграцией в каждый момент времени в условиях теоремы 3.1 в области больших уклонений $\ln Z_n^{**}$ остается справедливым заключение теоремы 2.2 с учетом замены константы на $I^{**}(\theta)$.

Заключение. В настоящей диссертационной работе были изучены ветвящиеся процессы в случайной среде с условным геометрическим распределением числа непосредственных потомков. Были рассмотрены случаи с иммиграцией в момент вырождения и в каждый момент времени. Для обоих случаев были получены новые асимптотические оценки для вероятностей больших уклонений таких ветвящихся процессов. При установленных ограничениях на сам процесс и иммиграцию было показано, что они отличаются от случая стандартного ветвящегося процесса в случайной среде на мультипликативную константу.

На основании этого факта было показано, что при условиях больших уклонений соответствующих процессов различия в асимптотическом поведении траекторий процессов с иммиграцией и без проявляются только на начальных участках траекторий, а поведение процессов идентично в левой окрестности точки n, т.е. отрезки соответствующих процессов сходятся по распределению к отрезку некоторого случайного блуждания.

Дальнейшее исследование темы диссертации может быть связано с перенесением полученных результатов на случай распределений более общего вида, а также дальнейшим изучением свойств траекторий рассматриваемых процессов и получением целого ряда функциональных предельных теорем.

Благодарности. Автор благодарен своему научному руководителю доценту Михаилу Васильевичу Козлову за постановку задач и обсуждение результатов. Автор также благодарен старшему научному сотруднику Александру Викторовичу Шкляеву, принявшему деятельное участие в разработке рассматриваемой в диссертации тематики.

Публикации автора по теме диссертации

[1] Дмитрущенков Д.В. О больших уклонениях ветвящегося процесса в случайной среде с иммиграцией в моменты вырождения. *Дискретная математика*, $(2014), \mathbf{26}, 4, 36 - 42$.

[2] Дмитрущенков Д.В., Шкляев А.В. Большие уклонения ветвящихся процессов с иммиграцией в случайной среде. *Дискретная математика*, $(2016), \mathbf{28}, 3, 34 - 54$. [Несколько вспомогательных результатов, принадлежат А.В. Шкляеву. Основные результаты получены Д.В. Дмитрущенковым]