

«УТВЕРЖДАЮ»

Первый проректор — проректор по научной работе  
ФГБОУ ВО «Московский государственный  
технический университет имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»,  
профессор, доктор технических наук

В.Н. Зимин

2017 г.



## ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

на диссертационную работу Дмитрущенко Дмитрия Валерьевича «Большие отклонения ветвящегося процесса в случайной среде с иммиграцией», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 — теория вероятностей и математическая статистика.

**Актуальность темы.** Начало математической теории случайных процессов с ветвлением положено работами акад. Колмогорова А.Н. конца 30-х–40-х гг. и было вызвано известными событиями в ядерной технической физике. Дальнейшее развитие математическая теория получила в школе по ветвящимся процессам, созданной чл.-корр. Севастьяновым Б.А., в ее рамках рассматривались задачи: исследование вероятности вырождения в фиксированный момент времени, нахождение асимптотики вероятности невырождения, получение предельных теорем, процессы с взаимодействием, и другие.

Диссертационная работа Дмитрущенко Д.В. посвящена изучению ветвящихся процессов в случайной среде (ВПСС), определенных в конце 60-х гг., в которой классическая модель обобщена введением общей для всех частиц одного поколения случайной среды, представляющей собой реализацию последовательности независимых и одинаково распределенных случайных величин. В частности, зарубежные специалисты Атрей К., Карлин С. (1971) опирались на стандартную для ветвящихся процессов техни-

ку суперпозиций производящих функций. Также стали изучаться случайные блуждания на прямой в случайной среде, и в случае простого блуждания оказалась существенной связь этого блуждания с ветвящимся процессом.

Изучение вероятностей больших уклонений для ВПСС является новым направлением в этой области. Диссертация посвящена исследованию ВПСС в одном частном случае, когда условное распределение вероятностей числа непосредственных потомков одной частицы является геометрическим. При этом модель дополнена иммиграцией в двух вариантах: с иммиграцией только в моменты вырождения и в каждый момент времени.

Таким образом, актуальность диссертационной работы Дмитрущенко Д.В. связана с развитием теории больших уклонений для ВПСС и с возможностью применения полученных результатов в других задачах о случайных процессах с ветвлением, например, нахождении функциональных предельных теорем, и на практике с возможным анализом тех или иных физических систем.

**Основные результаты диссертации и научная новизна.** Первая глава содержит обзор истории модели ветвящихся процессов в случайной среде. Приведены описания основных типов ВПСС, определения — используемые при дальнейшем изложении, и приведены предшествующие результаты об асимптотике вероятностей больших уклонений — полученные для случайных блужданий и ВПСС. Последние, полученные в работах Козлова М.В. (2006), Шкляева А.В. (2012), дают точные асимптотики больших уклонений, и служат основой двух следующих глав диссертации.

Во второй главе рассматривается ВПСС с иммиграцией, происходящей только в случае вырождения. Иммиграция задается последовательностью независимых одинаково распределенных случайных величин, которые принимают натуральные значения и не зависят ни от случайной среды, ни от процесса размножения частиц в каждом поколении процесса. В основе исследования лежит, как и в случае ВПСС без иммиграции, близость случайной динамики логарифма ВПСС и «вложенного» случайного блуждания, которое называют сопровождающим. Это дает возможность использовать



известный результат Петрова В.В. (1965) для случайных блужданий, который описывает точную асимптотику вероятностей больших отклонений в случае экспоненциального хвоста распределения шага блуждания (условие Крамера).

В силу того, что рассматривается геометрическое условное распределение числа непосредственных потомков одной частицы, суперпозиция случайных производящих функций записывается в явной форме, которая непосредственно включает в себя траекторию сопровождающего случайного блуждания. Это является ключом к получению точной асимптотики. Анализ траекторий и введенное ограничение для распределения числа иммигрантов позволяет свести задачу к процессу без иммиграции. Для рассматриваемого процесса получен результат, описывающий асимптотику вероятностей больших отклонений и показывающий, что отличие от асимптотики случая ВПСС без иммиграции заключается лишь в мультипликативной константе. С использованием полученного результата доказано, что рассматриваемый ВПСС с иммиграцией в момент вырождения и процесс без иммиграции ведут себя одинаково в конечной левой окрестности точки  $p$ .

В третьей главе рассматривается ВПСС с иммиграцией в каждый момент времени. Задание иммиграции происходит аналогично предыдущей главе. В отличие от случая второй главы не удастся свести задачу к анализу ВПСС без иммиграции. Для решения этой вопроса проводится анализ вклада в процесс всех иммигрантов. Ключевым является представление рассматриваемого процесса в сумму процессов без иммиграции, которые начинаются с различного (случайного) числа частиц и имеют различную длительности. В силу того, что условный закон больших чисел остается справедливым, вероятностный анализ траекторий процесса и ограничения, наложенные на иммиграцию, позволяют (как и во второй главе) свести исследование к процессу без иммиграции. Аналогично случаю предыдущей главы полученная асимптотика вероятностей больших отклонений отличается от случая ВПСС без иммиграции на мультипликативную константу. Утверждение об идентичности поведения траекторий процесса с иммиграцией и без иммиграции также доказано для рассматриваемого случая.

Все основные результаты для асимптотики вероятностей больших отклонений ВПСС с иммиграцией являются новыми. Проведенный автором в главах 2 и 3 оригинальный анализ асимптотик с помощью весьма тонких и неочевидных оценок неравенств свидетельствует о высокой математической подготовке соискателя.

**Обоснованность, достоверность, апробация и публикация результатов.** Изложенные в работе утверждения сформулированы в форме теорем и строго доказаны, с использованием методов теории вероятностей, теории случайных процессов, математического и функционального анализа. Результаты являются новыми, получены автором лично. Их достоверность обеспечивается использованием строгих математических методов.

Результаты, полученные в диссертации были представлены на 2 конференциях, апробировались на семинарах механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова. Основные результаты диссертации своевременно опубликованы в открытой печати в 2 статьях, опубликованных в журналах, рекомендованных ВАК.

Содержание автореферата дает полное представление об основных результатах диссертационной работы.

**Значимость полученных результатов, рекомендации по использованию.** Работа носит теоретический характер по постановке задач и методам исследования. Материалы диссертационной работы могут быть использованы в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова, Математическом институте им. В.А. Стеклова Российской академии наук, Новосибирском государственном университете, Московском государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана.

Указанные материалы могут быть рекомендованы к использованию в учебных курсах Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

**Замечания по диссертационной работе.** В обзорной главе диссертации не говорится о главной причине появления новых моделей ветвящихся



случайных процессов, в частности ВПСС, — предположение о независимости друг от друга эволюций отдельных частиц в классической модели. Независимость друг от друга эволюций отдельных частиц в природе и технике не наблюдается, частицы взаимодействуют друг с другом.

Использование усиленного закона больших чисел для получения заключения теоремы 2.2 следовало обосновать подробнее, имеющееся пояснение несколько лаконично.

Доказательство основного результата третьей главы очень объемное и перегружено ссылками на формулы предыдущих глав, которые даются без пояснений, — можно расширить изложение до более детального.

Список литературы оформлен не по требованиям ГОСТ. В частности, малоинформативно описание на с. 59 «Диссертация кандидата наук», должно быть «Автореферат дисс. на соискание учен. степени канд. физ.-мат. наук».

В тексте присутствуют ошибки в записи слов: Московский (с. 3); рекуррентное (с. 28); и ряд других. Ошибки в набивке формул: непарные квадратные скобки (с. 27); в интеграле при одном из символов дельта должен быть индекс  $m$  вместо  $0$  (с. 27); и другие.

Указанные замечания не снижают научной и практической ценности результатов исследований, проведенных диссертантом, и не влияют на итоговую положительную оценку выполненной работы. Они могут быть учтены в дальнейшей работе.

**Заключение.** Диссертация Дмитрущенко Д.В. является завершенной научно-квалификационной работой на актуальную тему, выполнена на высоком научном уровне, и содержит решения существенных для развития теории ветвящихся случайных процессов задач. На основании вышеизложенного можно утверждать, что диссертация Дмитрущенко Д.В. «Большие отклонения ветвящегося процесса в случайной среде» соответствует всем требованиям Положения о порядке присуждения ученых степеней, предъявляемых к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Ее автор Дмитрущенко Дмитрий Вале-

рьевич заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 — теория вероятностей и математическая статистика.

Отзыв рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-1 «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана 24 мая 2017 г., протокол № 8. Отзыв составил д.ф.-м.н., проф. Калинин А.В., кафедра ФН-1.

Заведующий кафедрой ФН-1 «Высшая математика»  
МГТУ им. Н.Э. Баумана,  
д.т.н., проф.



Н.И. Сидняев

Подпись заведующего кафедрой ФН-1 «Высшая математика»  
Н.И. Сидняева заверяю.



Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Почтовый адрес: 105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1  
Тел. (499) 263-63-91 Факс (499) 267-48-44  
E-mail: bauman@bmstu.ru