

Отзыв официального оппонента

Козлова Андрея Михайловича

на диссертационную работу Дмитрущенко Дмитрия Валерьевича

"Большие отклонения ветвящегося процесса

в случайной среде с иммиграцией",

представленную к защите на соискание ученой степени кандидата физико-

математических наук по специальности

01.01.05 - Теория вероятностей и математическая статистика

В диссертации Д.В. Дмитрущенко исследуются вероятности больших отклонений для ВПСС со случайной иммиграцией.

Изучение ВПСС охватывает широкий спектр задач, среди основных можно отметить нахождение асимптотики вероятности невырождения и вероятности вырождения в конкретный момент времени, получение функциональных предельных теорем для различных типов ВПСС. К сравнительно новому направлению можно отнести изучение асимптотики вероятностей больших отклонений для ВПСС. При выполнении определенных условий для ВПСС имеет место условный закон больших чисел, который позволяет сделать вывод о том, что в удаленной области фазового пространства процесс $\ln Z_n$ ведет себя приближенно, как случайное блуждание, поэтому основой для исследований в этой области служат результаты, полученные для случайных блужданий.

Диссертация Д.В. Дмитрущенко является продолжением ряда работ М.В. Козлова и А.В. Шкляева и посвящена исследованию асимптотики вероятностей больших отклонений для ВПСС с иммиграцией в двух вариантах: в момент вырождения и в каждый момент времени. Исследование ограничено случаем геометрического условного распределения числа непосредственных потомков для каждой частицы. Случайная среда определяется последовательностью независимых одинаково распределенных случайных величин. Предполагается, что шаг сопровождающего случайного блуждания удовлетворяет правостороннему условию Крамера, также как и случайные числа иммигрантов, которые также образуют последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин, независимых от среды и закона размножения частиц в каждом поколении процесса.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы.

Во введении обозначены цели и описаны основные результаты работы, также обоснована актуальность темы исследований, научная новизна поставленной задачи.

В первой главе приводятся сведения об истории возникновения модели ВПСС, сформулированы определения, используемые в диссертации, приведены некоторые результаты из теории больших уклонений для случайных блужданий и ВПСС, которые используются в исследовании. Также представлена краткая классификация подтипов ВПСС.

Во второй главе рассмотрен ВПСС с иммиграцией в моменты вырождения. Основным результатом этой главы описывает асимптотику вероятностей больших уклонений и показывает, что отличие от асимптотики в случае ВПСС без иммиграции заключается лишь в мультипликативной константе. Как известно, большое уклонение $S_n > \theta n$ случайного блуждания при любом математическом ожидании μ его шагов реализуется на траекториях, которые приближенно ведут себя как линейная функция, на которую наложен случайный шум. При $\theta > 0$ такие траектории содержат ограниченный по вероятности начальный отрезок, после которого блуждание уже не возвращается в окрестность нуля (то есть остается строго положительным). Это позволяет использовать утверждение о том, что после большого по вероятности значения времени τ отрезок процесса $(\ln Z_\tau^*, \ln Z_{\tau+1}^*, \dots, \ln Z_n^*)$, стартующий с некоторого ограниченного по вероятности значения $\ln Z_\tau^*$ и приводящий к большому уклонению $\ln Z_n^* > \theta n$, ведет себя также, как процесс без иммиграции. Тем самым, ключевым оказывается результат для асимптотики вероятностей больших уклонений логарифма ВПСС без иммиграции $\ln Z_n$, стартующий с некоторого начального числа частиц. Этот факт и ограничение на правые хвосты распределения числа иммигрантов позволяет свести задачу к процессу без иммиграции. На основании полученной асимптотики также доказано утверждение об идентичном поведении ВПСС с иммиграцией в момент вырождения и процесса без иммиграции в конечной левой окрестности точки n .

В третьей главе рассмотрен случай ВПСС с иммиграцией в каждый момент времени. Также, как и в главе 2, асимптотика вероятностей больших уклонений отличается от случая ВПСС без иммиграции на мультипликативную константу. Рекуррентное соотношение

$$Z_{n+1}^{**} = \sum_{j=1}^{Z_n^{**}} \zeta_{n+1,j} + \chi_{n+1}$$

определяющее рассматриваемый процесс, позволяет сделать вывод о том, что условный закон больших чисел остается справедливым, а иммиграция не влияет на него. Аналогично рассуждениям предыдущей главы, существует конечный случайный момент времени, после которого соответствующие траектории не возвращаются в нуль. Тем не менее, отрезок траектории после этого момента уже не идентичен ВПСС без иммиграции. Это приводит к более трудоемкому выводу асимптотики вероятностей больших уклонений. В основе доказательства лежит представление

$$Z_n^{**} = \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^{\chi_i} Z_{i,n}^{(j)}$$

где $Z_{i,n}^{(j)}$ обозначает число частиц n -ого поколения, являющихся потомками j -ого из мигрантов i -ого поколения, $Z_{0,n}^{(1)}$ - число потомков исходной частицы в n -ом поколении.

Фактически, процесс Z_n^{**} разлагается в сумму связанных через среду процессов без иммиграции разной длительности. Иначе говоря, задача сводится к набору ВПСС без иммиграции, начинающимся со случайного числа частиц и случайной длительности. Анализ показывает, что вклад мигрантов, поступивших после любого фиксированного момента t есть $o(1)(P(S_n > \theta n))$ если брать t сколь угодно большим. Данное утверждение и ограничение, наложенное на иммиграцию снова позволяет свести исследование к процессу без иммиграции. Утверждение об идентичности поведения траекторий процесса с иммиграцией и без также доказано для рассматриваемого случая.

В качестве замечаний отмечу следующее:

- 1) В историческом обзоре главы 1 стоило было бы полнее отразить достижения отечественной школы в области ветвящихся процессов в случайной, тем более, что результаты таких ученых, как В.И. Афанасьев, В. А. Ватулин, Е.Е. Дьяконова внесли основополагающий вклад в современную теорию процессов в случайной среде.
- 2) В процессе довольно трудоемких доказательств иногда делаются ссылки на материал предыдущих глав в форме номера соответствующей формулы, тогда как небольшое словесное пояснение по содержанию ссылки могло бы облегчить чтение.
- 3) Присутствует ряд замечаний технического характера: при доказательстве теоремы 2.2 следовало бы более подробно обосновать переход от условного закона больших чисел (2.23) к асимптотическому заключению (2.24) в основном рассуждении, относящееся к процессу без иммиграции, а также использование УЗБЧ для процесса с иммиграцией.

4) Также есть текстуальная неточность: результат (2.24), полученный в теореме 2.2 асимптотический, в тексте об этом сказано позже.

5) В тексте присутствуют погрешности в знаках препинания, на стр. 27 слово доказав надо читать, как доказано.

Имеющиеся замечания не влияют на общую положительную оценку диссертации.

Автореферат верно и со всей полнотой отражает содержание диссертации. Тема диссертация является актуальной, решаемые задачи имеют важное значение для современной теории случайных процессов. Диссертация носит преимущественно теоретический характер. Основные утверждения и положения, выносимые на защиту, строго математически обоснованы и доказаны автором лично. Основные результаты диссертации опубликованы в двух печатных работах в журналах из перечня ВАК.

Считаю, что диссертация Дмитрущенко Д.В. "Большие отклонения ветвящегося процесса в случайной среде" соответствует всем требованиям Положения о порядке присуждения ученых степеней, предъявляемых к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор Дмитрущенко Дмитрий Валерьевич несомненно заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 - Теория вероятностей и математическая статистика.

Официальный оппонент:

кандидат физико-математических наук (01.01.05),

Заместитель начальника Центра розничных рисков Банка ГПБ (АО)

Подпись Козлова А. М.
удостоверяю.
Начальник Отдела трудовых отношений
и мониторинга персонала Управления кадров
Департамента по работе с персоналом
Банка ГПБ (АО)
Н.Ю. Гаврикова
30 05 2017 г.

Козлов Андрей Михайлович

30 мая 2017 г.

Место работы:

Банк ГПБ (АО), 117420, ул. Наметкина д.16, корп.1,

тел. +7(499) 270-17-73, эл. почта andrey.m.kozlov@gazprombank.ru