


"УТВЕРЖДАЮ"

И.о. декана Механико-математического факультета  
ФГБОУ ВО «Московский государственный  
университет имени М. В. Ломоносова»  
доктор физико-математических наук, профессор  
В. Н. Чубариков  
« 14 » 2017 г.



### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

**кафедры дискретной математики Механико-математического факультета  
ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В.  
Ломоносова» по диссертации Сысоевой Любови Николаевны «Об одном  
подходе к автоматной реализации булевых функций» на соискание учёной  
степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 —  
дискретная математика и математическая кибернетика**

**Диссертация** Сысоевой Любови Николаевны «Об одном подходе к автоматной реализации булевых функций» выполнена на кафедре дискретной математики Механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова».

**В период подготовки диссертации** соискатель работала с сентября 2016 г. на полставки преподавателем в Национальном исследовательском университете «Высшая школа экономики», г. Москва, ул. Мясницкая, д. 20.

**В 2012 г.** окончила ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова» по специальности «Математика».

**В 2015 г.** окончила очную аспирантуру по кафедре дискретной математики Механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова».

**Удостоверение № 2689 о сдаче кандидатских экзаменов выдано в 2016 году** отделением математики Механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова».

**Научный руководитель** Дудакова Ольга Сергеевна, к.ф.-м.н., доцент кафедры дискретной математики Механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова».

**Присутствовали:** заведующий кафедрой, д.ф.-м.н., профессор О.М. Касим-Заде, д.ф.-м.н., профессор С.Б. Гашков, д.ф.-м.н., профессор М.Д. Ковалёв, д.ф.-м.н., профессор Р.М. Колпаков, д.ф.-м.н. профессор В.В. Кочергин, д.ф.-м.н., профессор А.В. Чашкин, к.ф.-м.н., доцент О.С. Дудакова, к.ф.-м.н., доцент Ю.В. Таранников, к.ф.-м.н., ассистент Ю.А. Комбаров.

**Повестка дня:** обсуждение диссертационной работы выпускницы аспирантуры кафедры дискретной математики Механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова» Сысоевой Любови Николаевны «Об одном подходе к автоматной реализации булевых функций», представленной на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика.

**Слушали:** доклад диссертанта Сысоевой Любови Николаевны.

Представленная диссертационная работа является исследованием в области дискретной математики и математической кибернетики.

**Основной целью настоящей работы** является исследование вопросов полноты и выразимости, возникающих при реализации булевых функций автоматами в различных постановках. В частности, описание классов булевых функций, замкнутых относительно различных вариантов операции автоматного замыкания; получение оценок мощности множества булевых функций, реализуемых одним инициальным автоматом с константными



состояниями; описание автоматов с константными состояниями, реализующих максимально возможное число булевых функций.

**Диссертация состоит** из введения, трех глав, заключения и списка литературы.

Во введении приведена краткая история задачи и изложен обзор основных результатов, обоснована актуальность темы и научная новизна полученных результатов, а также сформулированы основные результаты, представленные в диссертационной работе.

В первой главе рассматривается задача описания автоматов замкнутых классов булевых функций. Введены основные понятия, в частности понятие автоматного замыкания множества булевых функций. Доказано, что для оператора автоматного замыкания выполняются все аксиомы замыкания, и описаны все автоматы замкнутые классы в  $P_2$ .

Во второй главе рассматривается задача о реализации булевых функций обобщенными формулами. Введены основные понятия, в частности понятия обобщенной формулы и обобщенного замыкания. Показано, что обобщенное замыкание любого множества булевых функций содержится в автоматном замыкании этого множества, то есть обобщенное замыкание является более слабой операцией, чем автоматное замыкание. Установлены некоторые свойства обобщенных формул. Доказано, что обобщенными  $\alpha$ -формулами (то есть такими формулами, любая подформула которых содержит не более одной нетривиальной главной подформулы) над  $\{x \vee y, x \& y\}$  можно реализовать любую функцию из замкнутого класса  $T_{01}$  с линейной сложностью и глубиной. Получен аналогичный результат для замкнутых классов  $T_0$  и  $T_1$ .

В третьей главе исследуется реализация булевых функций автоматами с константными состояниями и  $n$  входами, то есть такими автоматами с входным и выходным алфавитами  $\{0, 1\}$ , у которых в каждом состоянии функция выхода — это одна из функций  $0(x_1, x_2, \dots, x_n)$  или  $1(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Получено точное значение максимальной мощности множества булевых функций, которые могут быть реализованы автоматом с двумя и тремя константными состояниями ( $\frac{5}{8} \cdot 2^{2^n}$  и  $2^{2^n} - 2^n$  соответственно). Описаны все автоматы, для которых достигается данное значение. Описано множество всех функций, которые может реализовать квазиуниверсальный булев автомат с двумя и тремя константными состояниями. Найдены некоторые необходимые условия квазиуниверсальности инициальных автоматов с  $k$  константными состояниями. Получена оценка максимального числа булевых функций от  $n$  фиксированных переменных, реализуемых инициальным булевым автоматом с произвольным количеством константных состояний  $(2^{2^n} - 2)$ , где  $n > 1$ .

В заключении сформулированы полученные в работе результаты, а также возможные направления дальнейших исследований.

**В качестве рецензента** выступил д.ф.-м.н., профессор В. В. Кочергин. Он подчеркнул актуальность решенных задач, высказал мнение, что диссертация удовлетворяет требованиям, предъявляемым к диссертациям, и поддержал рекомендацию диссертации к защите.

В дискуссии принял участие д.ф.-м.н., профессор С. Б. Гашков. Он отметил интерес к тематике данной работы, а также новизну и содержательность представленных результатов. С. Б. Гашков поддержал рекомендацию диссертации к защите.

Научный руководитель к.ф.-м.н. О. С. Дудакова отметила актуальность тематики и высокую степень самостоятельности диссертанта.

**По итогам обсуждения принято следующее заключение:**

Представленная диссертация является самостоятельно выполненной, законченной научно-исследовательской работой, посвященной решению актуальных задач в области одного из основных разделов дискретной математики и математической кибернетики — теории функциональных систем.

Научные результаты диссертации, выносимые на защиту, получены автором лично, являются новыми и обоснованы в виде строгих математических доказательств. Результаты других авторов, упомянутые в тексте диссертации, отмечены соответствующими ссылками.



**В диссертации получены следующие основные результаты:**

1. Получено описание всех классов булевых функций, замкнутых относительно введенного в работе оператора автоматного замыкания.
2. Для замкнутых классов  $T_0$ ,  $T_1$  и  $T_0 \cap T_1$  найдены конечные системы булевых функций, полные в классе обобщенных  $\alpha$ -формул.
3. Для любого достаточно большого  $n$  найдено максимальное возможное число булевых функций от  $n$  фиксированных переменных, реализуемых одним инициальным булевым автоматом с двумя и тремя константными состояниями ( $\frac{5}{8} \cdot 2^{2^n}$  и  $2^{2^n} - 2^n$  соответственно).
4. Описаны все инициальные булевы автоматы с двумя и тремя константными состояниями, реализующие максимально возможное число булевых функций от  $n$  фиксированных переменных для любого достаточно большого  $n$ .
5. Для любого  $n$  найдено максимально возможное число  $2^{2^n} - 2$  булевых функций от  $n$  фиксированных переменных, реализуемых одним инициальным булевым автоматом с произвольным числом константных состояний.

**Методы исследования:** в диссертации используются методы дискретной математики и математической кибернетики, комбинаторного анализа, а также методы математического анализа.

**Апробация диссертации.** Основные результаты по теме диссертации докладывались автором на следующих научно-исследовательских семинарах Механико-математического факультета МГУ имени М. В. Ломоносова и всероссийских и международных конференциях:

- 1) семинар «Функции многозначной логики и смежные вопросы» под руководством профессора А. Б. Угольникова, профессора Р. М. Колпакова, профессора С. Б. Гашкова, доцента О. С. Дудаковой (МГУ, 2012, 2016 гг.);
- 2) семинар «Синтез и сложность управляющих систем» под руководством профессора О. М. Касим-Заде (МГУ, 2016 г.);
- 3) XI и XII Международные семинары «Дискретная математика и ее приложения» им. академика О. Б. Лупанова (Москва, 2012, 2016 гг.);
- 4) конференции «Ломоносовские чтения» (Москва, 2013, 2016 гг.);
- 5) Международные научные конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2013», «Ломоносов-2014», «Ломоносов-2015» (Москва, 2013, 2014, 2015 гг.);
- 6) XVII Международная конференция «Проблемы теоретической кибернетики» (Казань, 2014 г.);
- 7) IX Международная конференция «Дискретные модели в теории управляющих систем» (Москва и Подмосковье, 2015 г.);
- 8) X «Молодежная научная школа по дискретной математике и ее приложениям» (Москва, 2015 г.);
- 9) XI Международная конференция «Интеллектуальные системы и компьютерные науки» (Москва, 2016 г.).



Тема диссертации входит в координационный план РАН. Регистрационный номер 01.200.1 17247 «Дискретная математика и математическая кибернетика», шифр 1.1.16.1 «Теория функциональных систем».

**Утверждение темы диссертации** состоялось 28 ноября 2014 года, протокол № 8.

**Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах автора:**

1. Сысоева Л. Н. О некоторых свойствах обобщенных  $\alpha$ -формул // Вестник МГУ. Серия 1. Математика. Механика. 2013. № 4. С. 51–55. (Перевод: Sysoeva L. N. Certain properties of generalized  $\alpha$ -formulas / Пер. с рус. // Moscow University Mathematics Bulletin. 2013. V. 68, № 4. P. 211–214.)
2. Сысоева Л. Н. О реализации булевых функций обобщенными  $\alpha$ -формулами // Ученые записки Казанского университета. Физико-математические науки. 2014. Т. 156, № 3. С. 116–122.
3. Сысоева Л. Н. Максимальное число булевых функций, реализуемых инициальным булевым автоматом с двумя константными состояниями // Вестник МГУ. Серия 1. Математика. Механика. 2016. № 4. С. 12–17. (Перевод: Sysoeva L. N. Maximal number of Boolean functions realized by an initial Boolean automaton with two constant states / Пер. с рус. // Moscow University Mathematics Bulletin. 2016. V. 71, № 4. P. 140–145.)
4. Сысоева Л. Н. Максимальные множества булевых функций, реализуемых инициальным булевым автоматом с двумя или тремя константными состояниями // Интеллектуальные системы. Теория и приложения. 2016. Т. 20, вып. 4. С. 95–99.
5. Сысоева Л. Н. Универсальные множества обобщенных формул // Материалы XI Международного семинара «Дискретная математика и ее приложения», посвященного 80-летию со дня рождения академика О. Б. Лупанова (Москва, МГУ, 18–23 июня 2012 г.). / Под редакцией О. М. Касим-Заде. М. : Изд-во механико-математического факультета МГУ, 2012. С. 218–220.
6. Сысоева Л. Н. О реализации булевых функций обобщенными формулами // Проблемы теоретической кибернетики. Материалы XVII международной конференции (Казань, 16–20 июня 2014 г.). / Под редакцией Ю. И. Журавлева. Казань : Отечество, 2014. С. 268–270.
7. Сысоева Л. Н. Максимальное число булевых функций, порождаемых инициальным автоматом с двумя константными состояниями // IX Международная конференция, Москва и Подмосковье, 20–22 мая 2015 г.: Труды / Отв. ред. В. Б. Алексеев, Д. С. Романов, Б. Р. Данилов. М. : МАКС Пресс, 2015. С. 239–241.
8. Сысоева Л. Н. Оценки на число булевых функций, реализуемых инициальным константным булевым автоматом с тремя состояниями // Материалы X молодежной научной школы по дискретной математике и ее приложениям (Москва, 5–11 октября 2015 г.). / Под редакцией А. В. Чашкина. М. : ИПМ им. М. В. Келдыша, 2015. С. 74–78.
9. Сысоева Л. Н. Квазиуниверсальные инициальные булевы автоматы с константными состояниями // Материалы XII Международного семинара «Дискретная математика и ее приложения», имени академика О. Б. Лупанова (Москва, МГУ, 20–25 июня 2016 г.). / Под редакцией О. М. Касим-Заде. М. : Изд-во механико-математического факультета МГУ, 2016. С. 229–232.

Работ, написанных в соавторстве, нет.

Диссертация к защите представляется впервые.




Диссертация является научно-квалификационной работой и удовлетворяет требованиям пункта 9 «Положения о порядке присуждения учёных степеней» ВАК Минобрнауки РФ.

**Диссертация** «Об одном подходе к автоматной реализации булевых функций» Сыроевой Любови Николаевны **рекомендуется к защите** на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика — к защите на диссертационном совете Д 501.001.84 на базе ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова».

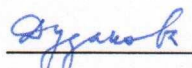
Заключение принято на заседании кафедры дискретной математики Механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова».

Присутствовали на заседании 9 чел. Результаты голосования: «за» — 9 чел., «против» — нет, «воздержалось» — нет, протокол № 1 от 14 февраля 2017 года.

Заведующий кафедрой дискретной математики, д.ф.-м.н, профессор

  
О. М. Касим-Заде

Учёный секретарь кафедры дискретной математики,  
к.ф.-м.н, доцент

  
О. С. Дудакова