

ОТЗЫВ НАУЧНОГО РУКОВОДИТЕЛЯ
на диссертационную работу
Сысоевой Любови Николаевны
«Об одном подходе к автоматной реализации булевых функций»,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.09 —
дискретная математика и математическая кибернетика

Актуальность темы диссертации. Диссертация Л. Н. Сысоевой относится к математической теории функциональных систем — одному из важнейших разделов дискретной математики и математической кибернетики. Дискретные функциональные системы используются для описания различных моделей функционирования сложных устройств; они естественным образом интерпретируются в виде систем функций многозначной логики. Таким образом, изучение многозначных логик является одним из центральных направлений исследований в этой области.

Изучение функций многозначной логики основывается на их классификации согласно различным базовым свойствам, в частности, согласно функциональным свойствам, инвариантным относительно операции суперпозиции. Поэтому особое значение для функций многозначной логики имеет задача описания всех классов функций, замкнутых относительно операции суперпозиции. Эта задача была полностью решена Э. Постом для функций двузначной логики. Вместе с тем решение данной задачи для функций k -значной логики при $k \geq 3$ сталкивается с принципиальными сложностями, обусловленными существованием континуальных семейств замкнутых относительно операции суперпозиции классов функций k -значной логики при всех $k \geq 3$. В связи с этим приобрела актуальность задача фрагментарного описания решетки замкнутых классов функций k -значной логики за счет усиления операции суперпозиции. В многочисленных работах, посвященных данному подходу, рассматривались различные варианты усиления этой операции с целью построения более «просто» устроенных решеток замкнутых классов.

Подобный подход широко применяется также в исследованиях еще одной важной функциональной системы, имеющей большое число приложений в математической кибернетике, теории алгоритмов, теоретической информатике и других областях — семейства ограничено-детерминированных (автоматных) функций с операциями суперпозиции и обратной связи. Из результатов М. И. Кратко и В. Б. Кудрявцева следует, что проблема распознавания полноты для конечных систем автоматных функций алгоритмически неразрешима и что семейство предполных классов автоматных функций имеет континуальную мощность. Поэтому для автоматных функций в ряде работ предлагаются различные подходы к исследованию семейств функций, связанные с ослаблением, или, наоборот, усилением понятия полноты.

Представленная работа Л. Н. Сысоевой находится на стыке описанных направлений исследований. В ней рассматривается усиление операции суперпозиции, основанное на автоматной реализации булевых функций. На множестве булевых функций

вводится операция автоматного замыкания: рассматриваются автоматные формулы — формулы над конечным множеством автоматов, таких, что функции выхода всех состояний автоматов содержатся в некотором исходном множестве булевых функций. Автоматная формула реализует булеву функцию, если при последовательной подстановке в некотором порядке всех наборов значений переменных функции в каждый момент времени значение формулы совпадает со значением булевой функции на текущем входном наборе значений переменных. Полученную функциональную систему, с одной стороны, можно рассматривать как семейство булевых функций с операцией, являющейся усилением суперпозиции, с другой стороны, как семейство автоматных функций специального вида (автоматов без памяти) со специальными операциями. Данный подход дает возможность сочетать методы, применяемые для изучения логических функций, с методами теории автоматных функций, поэтому он представляется весьма перспективным для исследований. Следует отметить, что вопросы реализации булевых функций автоматами и логическими схемами над множествами автоматов рассматривались в различных постановках в работах В. А. Кузьмина, То Суан Зунга, В. А. Орлова и др., однако в этих работах автоматная реализация булевых функций изучалась с точки зрения сложности. Целью диссертационной работы Л. Н. Сысоевой является исследование вопросов полноты и выразимости, возникающих при реализации булевых функций автоматами в различных постановках.

Таким образом, тематика диссертации Л. Н. Сысоевой, безусловно, является актуальной.

Содержание диссертации. В диссертации исследуется семейство булевых функций с операцией автоматного замыкания. Получено описание всех автоматно замкнутых классов булевых функций. Помимо операции автоматного замыкания в диссертации рассматривается ее ослабленный вариант — операция обобщенного замыкания. Для замкнутых классов булевых функций, сохраняющих константы, найдены конечные системы функций, полные в рассматриваемом классе обобщенных формул. Еще одним вариантом операции автоматного замыкания, изучаемым в диссертации, является реализация булевых функций от n переменных булевыми автоматами с константными состояниями. Получены оценки мощности множества булевых функций, реализуемых одним инициальным автоматом с константными состояниями, а также получено описание автоматов с константными состояниями, реализующих максимально возможное число булевых функций.

Работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы.

Во введении приведен обзор результатов по тематике диссертации и дано краткое изложение работы.

В первой главе изучается операция автоматного замыкания на множестве булевых функций. Получено описание всех автоматно замкнутых множеств булевых функций: это класс P_2 всех булевых функций, классы T_0 , T_1 , $T_0 \cap T_1$ функций, сохраняющих константы, и классы, содержащие только константы: $\{0\}$ и $\{1\}$.

Во второй главе вводится понятие обобщенных формул, являющихся в выразительном плане ослабленным вариантом автоматных формул. В определении авто-

матного замыкания базисные функции, которые являются функциями выхода во всех состояниях автоматов, рассматриваются с точностью до введения и удаления фиктивных переменных, тогда как обобщенные формулы можно интерпретировать как формулы над конечным множеством автоматов, функции выхода которых содержатся в исходном множестве базисных функций, зависящих от одних и тех же фиксированных переменных. Кроме того, вводится ограничение на структуру формул, а именно, рассматриваются обобщенные α -формулы, то есть такие формулы, в которых каждая подформула имеет не более одной подформулы, отличной от символа переменной. В работе для замкнутых классов булевых функций T_0 , T_1 и $T_0 \cap T_1$ найдены конечные системы булевых функций, полные в рассматриваемом классе обобщенных α -формул. Известно что, для стандартной операции суперпозиции не существует конечных α -полных систем для множества P_2 и для ряда замкнутых классов, в частности, для классов T_0 , T_1 и $T_0 \cap T_1$. Поэтому результаты, полученные в диссертации, показывают, что обобщенное замыкание в выразительном плане является более сильной операцией, чем обычное замыкание.

В третьей главе исследуется частный случай операции автоматного замыкания. Изучается реализация булевых функций от n переменных булевыми автоматами с n входами с константными состояниями, то есть автоматами с входным и выходным алфавитами $\{0, 1\}$, у которых в каждом состоянии функция выхода является n -местной константой $0(x_1, \dots, x_n)$ или $1(x_1, \dots, x_n)$. Рассматривается задача определения максимальной мощности множества булевых функций, которые могут быть реализованы одним автоматом такого типа при условии возможности произвольного порядка подачи наборов значений входных переменных на входы автомата. Следует отметить, что в определении операции автоматного замыкания допускается возможность произвольного порядка подачи наборов входных переменных, но при получении описания автоматно замкнутых классов булевых функций она по существу не используется. В диссертации получено точное значение максимальной мощности множества булевых функций от n фиксированных переменных для любого достаточно большого n , которые могут быть реализованы одним начальным булевым автоматом с двумя или тремя константными состояниями ($\frac{5}{8}2^{2^n}$ и $2^{2^n} - 2^n$ соответственно). Установлено, что максимальное число булевых функций от n фиксированных переменных, реализуемых одним начальным автоматом с произвольным количеством константных состояний, равно $2^{2^n} - 2$. Исследован ряд свойств начальных булевых автоматов с константными состояниями, реализующих максимальное возможное число булевых функций от n фиксированных переменных, в частности, получено полное описание таких автоматов с двумя и тремя состояниями.

В заключении подводятся итоги исследования.

Таким образом, в диссертационной работе достигнуты поставленные цели. Работа является существенным продвижением в исследовании вопросов полноты и выразимости при реализации булевых функций автоматами. Все результаты диссертации являются новыми и интересными и получены автором самостоятельно. При их получении автором был преодолен ряд серьезных трудностей. Материал изложен, ясно и полно, результаты работы оформлены в виде строгих математических до-

казательств. В диссертации используются методы теории функциональных систем, а также методы комбинаторного анализа и математического анализа. Основные результаты диссертации своевременно опубликованы в 9 печатных работах, из них 4 в научных журналах из перечня, рекомендованного ВАК, а также были доложены на ряде научных семинаров и конференций. Работ, написанных в соавторстве, нет. Результаты диссертации могут найти применение в дальнейших исследованиях по теории функциональных систем, а также в теории синтеза управляющих систем. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертационная работа Л. Н. Сысоевой «Об одном подходе к автоматной реализации булевых функций» отвечает современным требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика, а ее автор, Любовь Николаевна Сысоева, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Научный руководитель,
кандидат физико-математических наук

Судачок
09.02.17г О. С. Дудакова

Подпись О. С. Дудаковой удостоверяю

И. о. декана
механико-математического факультета
МГУ им. М. В. Ломоносова,
профессор



В. Н. Чубариков