На правах рукописи

УДК 517.91

Рожин Александр Феодосьевич

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ КЛАССИФИКАЦИИ БЭРА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЛЯПУНОВА

Специальность 01.01.02 — дифференциальные уравнения

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Москва 2007

Работа выполнена на кафедре дифференциальных уравнений механико-математического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук,
профессор И. Н. Сергеев.

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук,
профессор Е. А. Гребеников;

кандидат физико-математических наук,
доцент О. И. Морозов.

Ведущая организация:
Институт Математики НАН Беларуси.

Защита диссертации состоится 18 мая 2007 г. в 16 часов 15 минут на заседании диссертационного совета Д.501.001.85 в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова по адресу: 119992, ГСП-2, Москва, Ленинские Горы, МГУ, механико-математический факультет, аудитория 16-24.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке механико-математического факультета (Главное здание, 14 этаж)

Автореферат разослан 18 апреля 2007 года.

Ученый секретарь диссертационного
совета Д.501.001.85 в МГУ,
доктор физико-математических
наук, профессор Т. П. Лукашенко

Общая характеристика работы

Актуальность темы.

Одним из основных направлений качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений является изучение характеристических показателей[1,2], которые были введены А. М. Ляпуновым в связи с исследованием устойчивости по первому приближению. Библиография в обзорах Н. А. Изобова[3,4] по изучению теории показателей Ляпунова и связанных с ними характеристик насчитывает несколько сотен наименований.

Важным вопросом теории показателей Ляпунова является вопрос об их зависимости от правой части системы дифференциальных уравнений. Перрон показал[5], что старший показатель Ляпунова, рассматриваемый как функционал на пространстве линейных однородных систем, наделенном топологией равномерной сходимости коэффициентов на положительной полуоси, является разрывной функцией. Усилиями Р. Э. Винограда[6], В. М. Миллионщикова[7], Н. А. Изобова[8] и И. Н. Сергеева[9,10] для каждого из показателей Ляпунова был получен критерий его

---

[1]Ляпунов А. М. *Общая задача об устойчивости движения.* М.–Л., Гостехиздат, 1950.

[2]Былов Б.Ф., Виноград Р.Э., Гробман Д.М., Немыцкий В.В. *Теория показателей Ляпунова и ее приложения к вопросам устойчивости.* М.: Наука, 1966.

[3]Изобов Н.А. *Линейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений.* В кн.: ВИНИТИ, 1974, Т. 12, С. 71–146.

[4]Изобов Н.А. *Исследования в Беларуси по теории характеристических показателей Ляпунова и ее приложениям.* Дифференц. уравнения, 1993, Т. 29, №12, С. 2034–2055.

[5]Perron O. *Die Ordnungzahlen der Differentialgleichungen.* Math. Z. 1930. 32. S. 703 — 728.

[6]Виноград Р.Э. *О центральном характеристическом показателе системы дифференциальных уравнений.* Матем. сборник, 1957, Т. 42, вып. 2, С. 207–222.

[7]Миллионщиков В.М. *Доказательство достижимости центральных показателей.* Сибирск. мат. журнал. 1969. Т.10, №1. С.99–104.

[8]Изобов Н.А. *Минимальный показатель двумерной линейной дифференциальной системы.* Дифференц. уравнения. 1977. Т.13, №5. С.848–858.

[9]Сергеев И. Н. *Инвариантность центральных показателей относительно возмущений, стремящихся к нулю на бесконечности.* Дифференц. уравнения. 1980. Т.16, №9. С. 1719.

[10]Сергеев И.Н. *Критерий полунепрерывности снизу показателей Ляпунова трехмерных линейных систем.* Успе-

полунепрерывности сверху в данной точке, а в не более чем трехмерном случае — и критерий полунепрерывности снизу.

В. М. Миллионщиков предложил[11] для описания свойств характеристик асимптотического поведения решений дифференциальных уравнений использовать классификацию Бэра[12] разрывных функций, установив, что показатели Ляпунова, как функционалы на пространстве систем с топологией равномерной сходимости коэффициентов на компактах, принадлежат второму классу Бэра. Затем М. И. Рахимбердиев доказал[13], что эти показатели не принадлежат первому классу Бэра даже на пространстве систем с равномерной топологией.

Свойства показателей изучались на пространствах не только с перечисленными выше топологиями. Так, М. И. Рахимбердиев и Н Х. Розов[14] рассматривали пространство линейных однородных систем с топологией сходимости в среднем. В пространстве систем с такой топологией для каждого из показателей Ляпунова И. Н. Сергеев получил[15] критерий его полунепрерывности сверху и снизу в отдельности, а также доказал [16], что он не принадлежит никакому классу Бэра.

В. М. Миллионщиков распространил определение[17] показателей Ляпунова на линейные неоднородные системы, что естественным образом привело к изучению свойств этих характеристик в рамках теории Бэра

хи мат. наук. 1994. Т.49, вып.4. С.142.

[11]Миллионщиков В.М. *Бэровские классы функций и показатели Ляпунова.* Диффренц. уравнения. 1980. Т.16, №8. С.1408–1416.

[12]Бэр Р. *Теория разрывных функций. М.–Л.: ГТТИ, 1932.*

[13]Рахимбердиев М.И. *О бэровском классе показателей Ляпунова.* Мат. заметки. 1982. Т.31. №6. С.925–931.

[14]Рахимбердиев М.И., Розов Н.Х. *Распределение показателей Ляпунова линейных систем с периодическими коэффициентами, близкими в среднем к постоянным.* Дифференци. уравнения, 1978, Т.14, №9. С.1710–1714.

[15]Сергеев И.Н. *Точные границы подвижности показателей Ляпунова линейных систем при малых в среднем возмущениях.* Тр. семинара им. И.Г. Петровского. 1986, вып.11. С.32–73.

[16]Сергеев И.Н. *О классах Бэра показателей Ляпунова линейных систем с топологией сходимости в среднем.* Успехи мат. наук. 1996. Т.51, вып.5. С.188.

[17]Миллионщиков В.М. *Показатели Ляпунова неоднородных линейных систем.* Дифференц. уравнения. 1988. Т.24, №12. С.2179–2180.

разрывных функций. О. И. Морозов нашел[18] критерий полунепрерывности сверху старшего показателя, рассматриваемого как функционал на пространстве линейных неоднородных систем, наделенном равномерной топологией, а также доказал[19], что показатели Ляпунова на этом пространстве являются функциями второго класса Бэра.

Впоследствии И. Н. Сергеев[20] начал изучать локальные свойства характеристических показателей с точки зрения все той же теории Бэра разрывных функций. Оказалось, что если понимать локализацию, как сужение на некоторую окрестность системы в пространстве с топологией равномерной сходимости коэффициентов на компактах, то каждый из показателей Ляпунова по отношению к любой точке имеет второй класс Бэра, а для пространства с равномерной на положительной полуоси топологией младший показатель Ляпунова локально по отношению к любой точке либо имеет нулевой класс, либо не имеет и первого. Позже был предложен[21] еще один вариант локализации, идея которой заимствована у К. Куратовского[22], так появилось определение принадлежности показателя какому-либо классу Бэра в точке. В дальнейшем это определение было модифицировано В .В. Быковым[23], который установил[24], что на пространстве линейных однородных не менее чем двумерных систем с равномерной топологией каждый из показателей Ляпунова принадлежит первому классу Бэра в точке тогда и только тогда, когда он полунепрерывен снизу в этой точке.

[18]Морозов О.И. *Показатели Ляпунова неоднородных линейных систем дифференциальных уравнений.* Дисс. 1991.

[19]Морозов О.И. *О Бэровском классе показателей Ляпунова неоднородных линейных систем.* Вестник МГУ. Серия 1. Математика, механика. 1991, №6. С.22–30.

[20]Сергеев И.Н. *О локальных классах Бэра показателей Ляпунова.* Дифференц. уравнения. 1996. Т.32, №11. С.1577.

[21]Сергеев И.Н. *Определение класса Бэра показателя в точке.* Дифференц. уравнения. 2000. Т.36, №11. С.1570.

[22]Куратовский К. *Топология.* Т.1. М.: Мир, 1966.

[23]Быков В.В. *Модификация определения класса Бэра показателя в точке.* Дифференц. уравнения. 2003. Т.39, №11. С.1577.

[24]Быков В.В. *Локальная Бэровская классификация показателей Ляпунова.* Тр. семинара им. И.Г.Петровского. Вып.27. В печати.

Цель работы.

Настоящая диссертационная работа посвящена исследованию свойств показателей Ляпунова неоднородных линейных систем дифференциальных уравнений. Помимо этого в ней также изучаются свойства характеристических показателей линейных однородных систем с точки зрения локальной бэровской классификации.

Научная новизна.

Все основные результаты диссертации являются новыми и состоят в следующем:

1. Установлен критерий полунепрерывности сверху старшего показателя Ляпунова на пространстве линейных неоднородных систем с топологией, заданной семейством норм, а при некотором дополнительном условии на однородную часть системы получен критерий полунепрерывности сверху для каждого из показателей Ляпунова.

2. Найдена полунепрерывная сверху мажоранта старшего показателя Ляпунова на пространстве линейных неоднородных систем с альфа-экспоненциальной топологией. А при некотором дополнительном условии на неоднородность получен критерий полунепрерывности сверху для старшего показателя Ляпунова.

3. Описаны все возможные случаи принадлежности тому или иному классу Бэра в точке показателей Ляпунова на пространстве линейных однородных систем с топологией сходимости в среднем.

4. Для каждого показателя Ляпунова, как функционала на множестве линейных систем с равномерной топологией, указана точка, в которой он является функцией в точности первого класса Бэра.

Методы исследования.

При доказательстве утверждений использованы методы математического и функционального анализа, в частности методы теории Бэра разрывных функций и теории борелевских множеств, а также характерный для данной тематики метод верхних функций.

Теоретическая и практическая ценность.

Работа носит теоретический характер. Ее результаты могут быть полезны специалистам, занимающимся теорией показателей Ляпунова и ее приложениями к вопросам устойчивости.

Апробация работы.

Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на семинаре по качественной теории дифференциальных уравнений под руководством профессоров В. А. Кондратьева, В. М. Миллионщикова и Н. Х. Розова в Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова.

Публикации.

Основные результаты диссертации опубликованы в 3 работах автора, список которых приведен в конце автореферата.

Структура и объем диссертации.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, состоящих из 8 параграфов, и списка литературы. Объем работы составляет 74 страницы, включая 4 страницы списка литературы, содержащего 34 наименования.

Краткое содержание работы

Во введении приводится краткий обзор работ по теме диссертации, дана ее структура и сформулированы основные результаты.

Для заданного $n \in \mathbb{N}$ рассмотрим:

1) множество $\mathcal{M}_n$ линейных однородных систем

$$\dot{x} = A(t)x, \qquad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \in \mathbb{R}^+ = [0, +\infty), \tag{1}$$

с ограниченными кусочно-непрерывными функциями $A\colon \mathbb{R}^+ \to \operatorname{End}\mathbb{R}^n$, которые и считаем точками множества $\mathcal{M}_n$;

2) множество $\mathcal{M}_n^0$ всех линейных неоднородных систем

$$\dot{x} = A(t)x + f(t), \qquad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \in \mathbb{R}^+, \tag{2}$$

с теми же оператор-функциями A и кусочно-непрерывными неоднородностями $f\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^n$, имеющими неположительный характеристический показатель[25]

$$\chi(f) = \overline{\lim_{t\to\infty}} \frac{1}{t} \ln |f(t)| \leqslant 0.$$

Множество $\mathcal{M}_n^0$ превратим в топологическое пространство, задав топологию с помощью семейства норм

$$\|(A, f)\|_\alpha = \sup_{t\in\mathbb{R}^+} (\|A(t)\| + e^{-\alpha t}|f(t)|), \quad (A, f) \in \mathcal{M}_n^0,$$

где параметр α пробегает множество $\mathbb{R}_*^+ = (0, +\infty)$.

Определение 1[26]. *Показателями Ляпунова однородной* системы $A \in \mathcal{M}_n$ называются

$$\lambda_i(A) = \inf_{L\in\mathcal{G}_i} \sup_{x\in L} \overline{\lim_{t\to\infty}} \frac{1}{t} \ln \|X_A(t, 0)x\|, \quad i = 1, \ldots, n,$$

где $\mathcal{G}_i$ — множество всех i-мерных подпространств L *векторного* пространства $\mathbb{R}^n$, а X_A — оператор Коши системы (1). Аналогично, *показателями Ляпунова неоднородной* системы $(A, f) \in \mathcal{M}_n^0$ называются

$$\lambda_i(A, f) = \inf_{L\in\mathcal{A}_i} \sup_{x\in L} \overline{\lim_{t\to\infty}} \frac{1}{t} \ln \|X_{A,f}(t, 0)x\| \in \overline{\mathbb{R}}, \quad i = 0, 1, \ldots, n,$$

[25] Демидович Б.П. *Лекции по математической теории устойчивости.* М.: Изд-во Моск. ун-та, 1998.

[26] Миллионщиков В.М. *Формулы для показателей Ляпунова неоднородных линейных систем.* Дифференц. уравнения. 1988. Т.24, №12. С.2183.

где $\mathcal{A}_i$ — множество всех i-мерных подпространств L *аффинного* пространства $\mathbb{R}^n$, а $X_{A,f}$ — оператор Коши системы (2).

Набор показателей Ляпунова однородной системы $A \in \mathcal{M}_n$, *дополненный* показателем

$$\lambda_0(A) = \chi(0) = -\infty,$$

совпадает с набором показателей соответствующей неоднородной системы $(A, 0) \in \mathcal{M}_n^0$, а связь между показателями однородной и неоднородной систем описывается равенствами

$$\lambda_i(A, f) = \max\{\lambda_i(A), \lambda_0(A, f)\}, \qquad i = 0, \ldots, n, \quad (A, f) \in \mathcal{M}_n^0.$$

В первой главе диссертации исследуется поставленная В. М. Миллионщиковым[27]

Задача. *Для каждого $i = 0, \ldots, n$ найти условие на решения системы $(A, f) \in \mathcal{M}_n^0$, необходимое и достаточное для того, чтобы эта система была точкой полунепрерывности сверху i-го показателя Ляпунова, рассматриваемого как функция на $\mathcal{M}_n^0$.*

Определение 2. *Верхним центральным*[6] показателем и *верхним центральным неоднородным*[18] показателем системы $A \in \mathcal{M}_n$ называются

$$\Omega(A) = \lim_{T\to\infty} \overline{\lim_{m\to\infty}} \frac{1}{mT} \ln \sum_{k=0}^{m-1} D(A, T, k)$$

и

$$\varkappa(A) = \lim_{T\to\infty} \overline{\lim_{m\to\infty}} \frac{1}{mT} \ln \sum_{k=0}^{m-1} \prod_{j=k}^{m-1} H(A, T, k, j),$$

[27] Миллионщиков В.М. *Две задачи о показателях Ляпунова неоднородных линейных систем.* Дифференц. уравнения. 1992. Т.28, №6. С.1085.

где при всех $T > 0$ обозначено

$$H(A,T,k,j) = \begin{cases} T \cdot \dfrac{D(A,T,k)-1}{\ln D(A,T,k)}, & j = k,\ D(A,T,k) \neq 1, \\ T, & j = k,\ D(A,T,k) = 1, \\ D(A,T,j), & j > k, \end{cases}$$

$D(A,T,k) = \|X_A((k+1)T, kT)\|$, а X_A — оператор Коши системы (1).

Для всякой системы $(A,f) \in \mathcal{M}_n^0$ обозначим

$$\overline{\lambda_i}(A,f) = \varlimsup_{(B,g)\to(A,f)} \lambda_i(B,g), \quad i = 0,\dots,n. \tag{3}$$

Основной результат первой главы устанавливает

Теорема 1. *Для любой системы $(A,f) \in \mathcal{M}_n^0$ выполнено равенство*

$$\overline{\lambda_n}(A,f) = \varkappa(A).$$

Таким образом, старший показатель Ляпунова неоднородной системы полунепрерывен сверху в точке $(A,f) \in \mathcal{M}_n^0$ тогда и только тогда, когда

$$\lambda_n(A,f) = \varkappa(A).$$

Для остальных показателей Ляпунова критерий полунепрерывности сверху приводится лишь в частном случае и формулируется, как

Теорема 2. *Если для системы $(A,f) \in \mathcal{M}_n^0$ выполнено неравенство*

$$\Omega(A) \neq \varkappa(A),$$

то справедливы равенства

$$\overline{\lambda_i}(A,f) = \varkappa(A), \quad i = 0,1,\dots,n.$$

Во второй главе для произвольного фиксированного $\alpha > 0$ рассматривается топологическое пространство $\mathcal{M}_n^\alpha$, получаемое из множества

$\mathcal{M}_n^0$ введением в нем *α-экспоненциальной* топологии, задаваемой нормой

$$\|(A,f)\|_\alpha = \sup_{t\in\mathbb{R}^+}\left(\|A(t)\| + e^{\alpha t}|f(t)|\right), \quad (A,f)\in\mathcal{M}_n^\alpha$$

(в некоторых точках эта норма принимает бесконечное значение, что однако не мешает ей задавать окрестности и таких точек).

Определение 3. *Верхним центральным α-неоднородным показателем* системы $A\in\mathcal{M}_n$ называется

$$\varkappa^\alpha(A) = \lim_{T\to\infty}\overline{\lim_{m\to\infty}}\frac{1}{mT}\ln\sum_{k=0}^{m-1}\prod_{j=k}^{m-1}H_\alpha(A,T,k,j),$$

где в обозначениях определения 2

$$H_\alpha(A,T,k,j) = \\ = \begin{cases} e^{-\alpha kT}T\cdot\dfrac{D(A,T,k)-e^{-\alpha T}}{\ln D(A,T,k)+\alpha T}, & j=k,\ \ln D(A,T,k)\neq-\alpha T,\\ e^{-\alpha(k+1)T}T, & j=k,\ \ln D(A,T,k)=-\alpha T,\\ D(A,T,j), & j>k. \end{cases}$$

Перенесем обозначение (3) на топологическое пространство $\mathcal{M}_n^\alpha$.

Теорема 3. *Если для системы $(A,f)\in\mathcal{M}_n^\alpha$ выполнено неравенство*

$$\chi(f) < -\alpha,$$

то справедливо равенство

$$\overline{\lambda_n}(A,f) = \max\{\Omega(A),\varkappa^\alpha(A)\}.$$

Последнее равенство дает, в частности, критерий полунепрерывности сверху старшего показателя Ляпунова однородной системы, рассматриваемой как точка пространства $\mathcal{M}_n^\alpha$. Для всех же вообще точек этого пространства в диссертации указана лишь полунепрерывная сверху (не минимальная) мажоранта старшего показателя Ляпунова неоднородной системы.

Теорема 4. *Для любой системы* $(A, f) \in \mathcal{M}_n^\alpha$ *справедливо неравенство*

$$\lambda_n(A, f) \leqslant \max\{\Omega(A),\ \varkappa^\alpha(A),\ \varkappa^{-\chi(f)}(A)\}.$$

Третья глава посвящена изучению локальных бэровских классов показателей Ляпунова на пространстве $\mathcal{M}_n$, наделенном топологией *сходимости в среднем*, задаваемой полунормой

$$\|A\|_{\mathcal{J}} = \varlimsup_{t-s\to\infty} \frac{1}{t-s} \int\limits_s^t \|A(\tau)\|\, d\tau, \quad A \in \mathcal{M}_n.$$

Определение 4[21, 23]**.** Скажем, что показатель $\lambda\colon \mathcal{M}_n \to \mathbb{R}$ *в точке* $A \in \mathcal{M}_n$ *принадлежит* k*-му* ($k \in \mathbb{N}\bigcup\{0\}$) *классу Бэра*, если для любого интервала $I \subset \mathbb{R}$, содержащего число $\lambda(A)$, существует такая окрестность $U \subset \mathcal{M}_n$ точки A, что $\lambda^{-1}(I) \bigcap U$ — есть множество аддитивного класса k[28]. Если, кроме того, показатель λ в точке A не принадлежит $(k-1)$-му ($k \in \mathbb{N}$) классу, то скажем, что он в той же точке принадлежит *в точности* k-му классу Бэра.

Помимо показателей Ляпунова и верхнего центрального показателя системы $A \in \mathcal{M}_n$, рассмотрим также показатели[7, 15]

$$\omega(A) = \lim_{T\to\infty} \varlimsup_{m\to\infty} \frac{1}{mT} \ln \sum_{k=0}^{m-1} d(A, T, k), \qquad \omega_n(A) = \varlimsup_{t\to\infty} \frac{1}{nt} \int\limits_0^t \operatorname{tr} A(\tau)\, d\tau,$$

где $d(A, T, k) = \|X_A^{-1}((k+1)T, kT)\|^{-1}$.

Теорема 5. *Для любой системы* $A \in \mathcal{M}_n$ *справедливы утверждения:*

---
[28] Куратовский К. *Топология. Т.1.* М.:"Мир", 1966.

a) *если*

$$\omega(A) = \omega_n(A) = \Omega(A),$$

то в точке A показатели Ляпунова и все показатели ω, ω_n, Ω принадлежат нулевому классу Бэра;

b) *если*

$$\omega(A) = \omega_n(A) < \Omega(A),$$

то в точке A показатели Ляпунова не принадлежат никакому классу Бэра, показатели ω и ω_n принадлежат нулевому, а Ω — в точности первому классу Бэра;

c) *если*

$$\omega(A) < \omega_n(A) < \Omega(A),$$

то в точке A показатели Ляпунова не принадлежат никакому классу Бэра, показатель ω_n принадлежит нулевому, а ω и Ω — в точности первому классу Бэра.

В этой теореме отображено все многообразие возможных вариантов, а именно, справедлива

Теорема 6. *Все возможные соотношения между $\omega(A)$, $\omega_n(A)$ и $\Omega(A)$ описываются условиями* a), b) *и* c) *теоремы* 5, *причем каждое из этих условий задает в $\mathcal{M}_n$ непустое подмножество.*

Доказательство теорем 5, 6 опирается на ряд фактов, установленных И. Н. Сергеевым[15].

С каждым показателем $\lambda : \mathcal{M}_n \to \mathbb{R}$ свяжем функцию

$$\Lambda : \mathcal{M}_n \to \mathbb{R}^2,$$

действующую по следующему правилу

$$\Lambda(A) = (\underline{\lambda}(A), \overline{\lambda}(A)), \quad A \in \mathcal{M}_n,$$

где, вопреки обозначению (3),

$$\underline{\lambda}(A) = \inf_{\|B-A\|_{\mathcal{J}}=0} \lambda(B), \qquad \overline{\lambda}(A) = \sup_{\|B-A\|_{\mathcal{J}}=0} \lambda(B).$$

Определение 5. Скажем, что показатель $\Lambda : \mathcal{M}_n \to \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ *в точке* $A \in \mathcal{M}_n$ *принадлежит* k*-му* (и даже *в точности* k-му) *классу Бэра*, если для любых интервалов $I_1, I_2 \subset \mathbb{R}$, удовлетворяющих условию $\Lambda(A) \in I_1 \times I_2$, существует такая окрестность U точки A, что $\Lambda^{-1}(I_1 \times I_2) \bigcap U$ есть множество аддитивного класса k (и если, соответственно кроме того, показатель Λ в точке A не принадлежит $(k-1)$-му классу Бэра).

Для модифицированного таким образом определения локального бэровского класса доказана

Теорема 7. *Для любого* $i = 1, \ldots, n$ *показатель* $\Lambda_i = (\underline{\lambda_i}, \overline{\lambda_i})$ *в точке* $A \in \mathcal{M}_n$ *в случае равенства* $\underline{\lambda_i}(A) = \overline{\lambda_i}(A)$ *принадлежит нулевому классу Бэра, в противном случае — в точности первому.*

Наконец, в четвертой главе диссертации речь идет также о локальных классах Бэра показателей Ляпунова на множестве $\mathcal{M}_n$, но наделенном равномерной топологией, задаваемой нормой

$$\|A\| = \sup_{t \in \mathbb{R}^+} \|A(t)\|.$$

Для этого пространства И. Н. Сергеевым[21] была поставлена

Задача. *Может ли какой-либо из показателей Ляпунова, рассматриваемый как функционал на пространстве* $\mathcal{M}_n$ *принадлежать первому классу Бэра в точке, не будучи непрерывным в этой точке?*

Положительный ответ на поставленный в этой задаче вопрос дает

Теорема 8. *При* $n > 1$ *для любого* $i = 1, \ldots, n$ *существует точка* $A \in \mathcal{M}_n$*, в которой показатель Ляпунова* λ_i *принадлежит в точности первому классу Бэра.*

Автор выражает глубокую благодарность профессору В. М. Миллионщикову за постановку задачи, своему научному руководителю профессору И. Н. Сергееву за постановку задач и постоянное внимание к работе, а также кандидату физико-математических наук В. В. Быкову за полезные обсуждения.

Работы автора по теме диссертации

1. Рожин А.Ф. *К задаче о классе Бэра в точке для показателей Ляпунова.* Дифференц. уравнения. 2003. Т.39, №11. С.1577.

2. Рожин А.Ф. *О классах Бэра в точке показателей Ляпунова в топологии сходимости в среднем.* Дифференц. уравнения. 2006. Т.42, №6. С.853–854.

3. Рожин А.Ф. *О полунепрерывности сверху старшего показателя Ляпунова неоднородной системы.* Дифференц. уравнения. 2006. Т.42, №11. С.1573–1574.