

На правах рукописи

Кривоносова Ольга Эрленовна

ПЕРЕХОД К СТОХАСТИЧНОСТИ В ШИРОКОМ СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ  
ПРИ ВСТРЕЧНОМ  
ВРАЩЕНИИ ГРАНИЦ: ПРЯМОЙ РАСЧЕТ И ЭКСПЕРИМЕНТ

(01.02.05 - механика жидкости, газа и плазмы)

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук

Москва – 2007

Работа выполнена в Институте механики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

Научные руководители - доктор физико-математических наук,  
профессор С.Я. Герценштейн  
- доктор физико-математических наук  
Н.В. Никитин

Официальные оппоненты - доктор физико-математических наук  
А.Г. Зацепин,  
- доктор физико-математических наук,  
профессор А.В. Уваров

Ведущая организация - Южный федеральный университет

Защита состоится « 19 » октября в \_\_\_\_\_ час. на заседании диссертационного совета Д.501.001.89 при МГУ им. М.В. Ломоносова по адресу: 119992, г. Москва, Воробьевы горы, главное здание МГУ, аудитория\_\_\_\_\_.

Автореферат разослан «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2007 года.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова.

Ученый секретарь диссертационного совета  
доктор физико-математических наук

А.Н. Осипцов

## **ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ.**

**Актуальность темы.** Гидродинамические процессы в природе, в том числе крупномасштабные течения в геофизических и астрофизических объектах, таких как океаны, атмосферы и недра Земли и других планет, чрезвычайно сложны. Исследование таких объектов требует одновременного учета многих факторов. Именно поэтому на протяжении долгого времени сохраняется устойчивый интерес к модельным течениям, в которых влияние одного или нескольких параметров отделено от влияния остальных. Несмотря на свою ограниченность, изучение модельных систем на основе численного и лабораторного моделирования, в том числе с изменением нескольких управляющих параметров, позволяет выделить характерные стороны явления и, тем самым, облегчить продвижение к пониманию закономерностей в реальных природных многопараметрических процессах.

В данной работе рассматривается одно из модельных течений - сферическое течение Куэтта - сдвиговое течение вязкой несжимаемой жидкости между двумя сферическими границами, возникающее под действием вращения сфер вокруг общей оси. Изотермические течения в сферических слоях позволяют рассмотреть влияние двух факторов в реальных природных объектах - сферической геометрии течения и вращения. В последние несколько лет наблюдается всплеск активности в изучении течений в сферических слоях, связанный с исследованиями зарождения магнитного поля и конвекции в неизотермических условиях. Однако, до сих пор остается открытым вопрос о формировании и дальнейшей эволюции стохастических режимов течения в изотермических сферических слоях.

Предметом исследования данной работы является численное и экспериментальное изучение переходов к хаосу на примере вращающегося изотермического сферического слоя. Переходы рассматриваются в слое с толщиной, равной радиусу внутренней сферы при встречном вращении сферических границ. Проводятся прямой численный расчет перехода к

стохастичности при изменении одного управляющего параметра - скорости вращения внутренней сферы, и экспериментальное исследование перехода с одновременным изменением двух параметров – скоростей вращения обеих сферических границ.

**Цель работы** состоит в численном и экспериментальном исследовании формирования и эволюции трехмерных пространственно-временных структур, развивающихся при переходе к стохастичности в сферическом слое.

**Методика исследования.** Для получения изложенных в диссертации численных результатов используются конечно-разностные методы решения уравнений Навье-Стокса как в линейной постановке, так и в нелинейной трехмерной постановке для нестационарных уравнений Навье-Стокса. Для получения экспериментальных данных используется метод одновременного совмещения визуализации течения и измерения скорости лазерным доплеровским анемометром.

**Научная новизна:**

- впервые рассчитан ламинарно-турбулентный переход, происходящий под действием изменения скорости внутренней сферы в слое с толщиной, равной радиусу внутренней сферы, при встречном вращении сферических границ;
- впервые экспериментально исследован сценарий перехода к стохастичности при одновременном изменении скоростей обеих сферических границ.

**Практическая ценность.** Результаты, полученные в диссертации, важны для теории гидродинамической устойчивости и перехода к стохастичности, и могут быть использованы при моделировании течений во вращающихся природных системах и в различных технических устройствах.

**Апробация.** Результаты работы докладывались и получили положительную оценку на семинаре под руководством академика Г.Г. Черного в 2006 г., на международной школе-семинаре «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность» (Москва, 2006), на международном семинаре «GeoFlow» (Коттбус, Германия, 2006), на

Ломоносовских чтениях (Москва, МГУ, 2006, 2007), на IX Всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике (Н. Новгород, 2006), на «15th International Couette-Taylor Workshop» (Гавр, Франция, 2007).

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, шести глав и заключения. Общий объем диссертации – 128 стр., в том числе 33 рисунка и 2 таблицы. Список литературы состоит из 115 наименований.

**Публикации.** По результатам диссертации опубликовано 10 работ, из них 2 работы в научных журналах из списка ВАК.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** дано обоснование актуальности работы и определены цели исследования.

**В первой главе** проведен обзор результатов работ, связанных с проблемами, рассматриваемыми в данной диссертации.

В разделе 1.1 анализируются результаты теоретических и экспериментальных исследований, посвященных изучению переходов к стохастичности для течений вязкой несжимаемой жидкости во вращающихся сферических слоях. Течение характеризуется следующими параметрами подобия: числами Рейнольдса для внутренней  $Re_1 = \Omega_1 r_1^2 / \nu$  и внешней сфер  $Re_2 = \Omega_2 r_2^2 / \nu$ , а также относительной толщиной слоя  $\delta = (r_2 - r_1) / r_1$ . Приняты обозначения:  $r_i$  - радиус,  $\Omega_i$  - угловая скорость вращения соответствующей сферической границы (1 - внутренней, 2 - внешней),  $\nu$  - кинематическая вязкость жидкости в слое. Основное течение, симметричное относительно плоскости экватора и оси вращения, имеет три ненулевые компоненты скорости, и теряет устойчивость с увеличением параметров подобия. По виду вторичного течения на пределе устойчивости при вращении только внутренней сферы слои принято разделять на тонкие и широкие. В широких слоях вторичные течения не симметричны относительно оси вращения и плоскости экватора.

Основные результаты исследования стохастичности в сферических слоях получены к настоящему времени экспериментально. Большой вклад в экспериментальные исследования переходов к хаосу внесли результаты, полученные в Институте механики МГУ Ю.Н. Беляевым и И.М. Яворской с сотрудниками.

Как в тонких, так и в широких слоях измерения проводились с изменением одного управляющего параметра –  $Re_1$ , в широких слоях также с последовательным изменением двух параметров –  $(Re_1, Re_2)$  и  $(Re_1, e)$ , где  $e$  – эксцентриситет внутренней сферы вдоль оси вращения. Показано, что как в тонких, так и в широких слоях вторичные течения в процессе перехода к хаосу становятся не симметричными относительно оси вращения, и чем больше толщина слоя  $\delta$ , тем меньшее количество бифуркаций наблюдается перед потерей осевой симметрии. Поэтому расчеты в осесимметричной постановке являются недостаточными для моделирования переходов к хаосу.

В разделе 1.2 анализируются результаты численных исследований, направленных на изучение неосесимметричных вторичных течений во вращающихся сферических слоях. Показано, что полученные до настоящего времени результаты прямого расчета ограничиваются следующим: в тонких слоях режимы течения и положение границ переходов между ними получены только после первых двух бифуркаций, в широких слоях получены положение границ устойчивости и режимы течения только после первой бифуркации.

В разделе 1.3 сформулирована постановка задачи исследования.

**Во второй главе** рассматривается метод численного решения, и приводятся обоснования для выбора конфигурации расчетной сетки.

В разделе 2.1 приведены уравнения, описывающие изотермическое течение вязкой несжимаемой жидкости в сферическом слое, это уравнения Навье-Стокса и неразрывности с условиями прилипания и непротекания на границах. Для данной задачи уравнения записаны в сферической системе координат.

Приводятся основные положения разработанного Н.В. Никитиным консервативного вычислительного алгоритма, основанного на центрально-разностной дискретизации второго порядка точности по пространству и полуявном методе третьего порядка точности для интегрирования по времени. Метод интегрирования по времени включает в себя алгоритм оценки локальной погрешности счета и автоматического выбора шага по времени, что эффективно для учета изменения характерных временных масштабов в процессе ламинарно-турбулентного перехода. В данной работе этот вычислительный алгоритм используется с небольшим дополнением, а именно для дискретизации по пространству используется сгущение узлов расчетной сетки не только вблизи сферических границ, но и вблизи плоскости экватора, что позволяет заметно экономить время счета. Приведена используемая в данной работе система дискретных уравнений.

Для получения численных результатов используется как система полных трехмерных нестационарных уравнений, так и расчет стационарных осесимметричных и экваторосимметричных течений, подобных основному, с последующим анализом их линейной устойчивости. Во всех случаях режимы течения определяются по виду решения при  $t \rightarrow \infty$ .

В разделе 2.2 анализируется влияние количества узлов расчетной сетки на результаты расчета и проводится тестирование метода. Показано, что в линейной задаче при увеличении количества узлов, величины инкремента нарастания стремятся к своему предельному значению, и, начиная с определенных величин, результат расчета практически не зависит от количества узлов. То же самое наблюдается и в нелинейной задаче. Для рассматриваемых в данной работе параметров течения в линейной задаче достаточно использовать сетку с 60 узлами в радиальном направлении и 120 узлами - в меридиональном (для угла  $\pi/2$ ). В нелинейной задаче при  $Re_1 \leq 500$  достаточным признано использование  $0.6 \times 10^6$  узлов, с возможностью уменьшения этого количества при снижении надкритичности. Для

тестирования метода проведены методические расчеты в широких слоях  $\delta=1.27$  и  $\delta=1.33$  вблизи предела устойчивости при вращении только внутренней сферы. Полученные результаты согласуются с ранее полученными результатами, как экспериментов, так и вычислений, как по пространственной структуре вторичного течения, так и по величине предела устойчивости.

**В третьей главе** представлена методика проведения эксперимента.

В разделе 3.1 приводится описание экспериментальной установки, используемой для исследования течений в сферических слоях начиная с 70-ых гг. Установка создана Ю.Н. Беляевым с сотрудниками при поддержке академика Г.И. Петрова. Сферический слой в установке образован двумя концентрически расположенными прозрачными сферическими оболочками с диаметрами 150мм и 300мм, каждая из которых снабжена независимым приводом. Зазор между оболочками заполняется прозрачным раствором силиконовых масел ПМС с добавлением небольшого количества алюминиевой пудры. Это позволяет сохранить оптическую прозрачность сферического слоя, достаточную для проведения как визуализации течения внутри слоя, так и измерений пульсаций скорости. Система управления скоростями вращения сфер модернизирована к настоящему времени таким образом, что позволяет выдерживать постоянные значения не только для скорости, но и для ускорения каждой сферы. В системе управления использованы современные технологии, включающие отдельный цифровой сигнальный процессор (DSP) и программируемый контроллер для управления шиной обмена данными между центральным процессором и DSP. Система управления движением и система стабилизации температуры в слое обеспечивают постоянные значения скорости, ускорения и температуры с отклонением не более  $\pm 0.1\%$ .

В разделе 3.2 рассматривается методика проведения эксперимента, основанная на сочетании процессов визуализации и измерения пульсаций скорости в одной точке. Измерения проводятся на основе последовательного усиления сигнала процессорами двух лазерных доплеровских измерителей

скорости. В оптической схеме измерения скорости использовался метод двойного луча с прямым рассеянием. По сравнению с предыдущими экспериментами изменено местоположение точки измерения. Лучи расположены в плоскости, перпендикулярной оси вращения, так что измеряется только азимутальная компонента скорости. Течение в слое для визуализации подсвечивалось щелевыми источниками света как в меридиональной, так и в параллельной экватору плоскостях.

**В четвертой главе** рассматриваются результаты прямого расчета осесимметричных течений и анализ их линейной устойчивости при параметрах, соответствующих параметрам ранее проведенных экспериментов:  $v=5 \times 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $r_1=0.075\text{м}$ ,  $r_2=0.15\text{м}$ ,  $\Omega_2=-2\text{с}^{-1}$  ( $Re_2=-900$ ),  $2.67\text{с}^{-1} < \Omega_1 < 4.0\text{с}^{-1}$ .

Изучена структура меридиональной циркуляции стационарных двумерных течений, симметричных относительно оси вращения и плоскости экватора. При вращении только внешней сферы ( $Re_2 = -900$ ) в меридиональной плоскости формируется один вихрь с циркуляцией по часовой стрелке, заполняющий весь зазор, это т.н. внешняя циркуляция. При вращении внутренней сферы появляется второй вихрь с противоположным направлением циркуляции, вихрь внутренней меридиональной циркуляции, который при небольших  $Re_1$  располагается вблизи полюса внутренней сферы. С увеличением  $Re_1$  интенсивность внутренней циркуляции возрастает, область, которую она занимает, увеличивается, и при  $Re_1 = 280$  достигает плоскости экватора, т.е. линия раздела циркуляций касается внутренней сферы на экваторе. Во внутренней циркуляции при  $Re_1 > 375$  появляется перетяжка, т.е. появляются два максимума завихренности. Такой вид меридиональной циркуляции сохраняется до  $Re_1=425$ , когда рассматриваемое двумерное течение перестает быть стационарным.

Линейная устойчивость полученных двумерных решений исследовалась по отношению к трехмерным возмущениям с азимутальными числами  $m=1,2,\dots,6$ . Малые возмущения задавались как симметричными (далее

обозначаются индексом  $s$ ), так и антисимметричными (далее -  $as$ ) относительно плоскости экватора. В качестве граничных условий использовалось равенство нулю величины малых возмущений для всех компонент скорости на сферических границах. Устойчивость течения к данному возмущению определялась по величине показателя экспоненты в зависимости решения от времени  $\exp(\sigma t)$  при  $t \rightarrow \infty$ . Действительная часть показателя определяет величину инкремента нарастания, а мнимая часть величину частоты или фазовой угловой скорости рассматриваемой моды.

Проведенные расчеты показали, что при  $Re_1 < 315$  течение устойчиво по отношению ко всем рассматриваемым видам возмущений. При  $315 < Re_1 < 357$  инкремент положителен только для одной моды  $m=3,s$ , и соответствующие этой моде бегущие азимутальные волны распространяются в направлении вращения внешней сферы. При  $Re_1 = 357$  направление распространения моды  $m=3,s$  изменяется на противоположное; при этом величина частоты рассматриваемой моды проходит через нулевое значение. Инкременты нарастания еще двух мод,  $m=2,s$  и  $m=2,as$ , при  $Re_1=357$  также становятся положительными. Обе моды распространяются в направлении вращения внутренней сферы, с очень близкими значениями величин инкремента нарастания и фазовой скорости. При увеличении числа  $Re_1 > 374$  течение становится неустойчивым по отношению и к другим модам, а при  $Re_1 = 414$  инкременты нарастания уже всех рассматриваемых мод положительны.

Начиная с  $Re_1 = 378$ , наблюдается сближение фазовых скоростей мод  $m=2,s$ ,  $m=2,as$ ,  $m=3,s$ . При  $Re_1 > 400$  тенденция к сближению фазовых скоростей наблюдается для всех мод, при этом симметричные моды  $m=2-6$  с близкими фазовыми скоростями распространяются в направлении вращения внутренней сферы, а антисимметричные моды  $m=3-6$  - в противоположном направлении.

**В пятой главе** представлены результаты прямого численного расчета в полной нелинейной постановке для параметров течения, приведенных ранее в

4 главе. При решении полной нелинейной системы уравнений Навье-Стокса в качестве начальных условий задавалось либо течение Стокса с возмущением небольшой амплитуды, несимметричным относительно экватора и оси вращения, либо решение при близком значении  $Re_1$ , с возмущением или без него. Сопоставление с результатами экспериментов проводилось по сравнению экспериментальных и расчетных спектров пульсаций скорости, по виду пространственных структур, положению границ существования и областей гистерезиса каждого из рассчитанных режимов течения.

Анализ полученных в расчете пространственных структур нестационарных режимов течения проводился в основном по контурам скорости и завихренности в координатах  $\varphi$ – $\theta$ . Граница перехода от основного течения к одночастотному и от одночастотного к двухчастотному определялись из анализа линейной устойчивости. Все последующие границы, в том числе и областей гистерезисов, определены по результатам нелинейного расчета, а именно, по зависимости момента сил трения, передаваемого на внутреннюю сферу, от величины и направления изменения  $Re_1$ .

В диапазоне изменения чисел Рейнольдса  $315 < Re_1 < 357$  решением нелинейной задачи является периодическое по времени течение, симметричное относительно плоскости экватора. Три вихря в верхней и нижней полусферах равноудалены от полюса и экватора, и распространяются в направлении вращения внешней сферы. При  $Re_1 < 320$  течение соответствует единственной растущей по линейной теории моде  $m=3,s$ , о чем свидетельствует сходство между собственной функцией линейной задачи и нелинейным решением. Величина единственной частоты в спектре скорости  $f_1$  уменьшается с увеличением надкритичности, что согласуется как с результатами линейного анализа, так и с экспериментальными данными.

При переходе к двухчастотному режиму ( $Re_1=357$ ) структура течения становится несимметричной относительно плоскости экватора и распространяется в направлении вращения внутренней сферы. В спектре

сигнала скорости наблюдаются две частоты, одна из которых ( $f_1$ ) соответствует медленному движению, а другая ( $f_2$ ) - более быстрому движению. Для анализа пространственной структуры течения проведена его декомпозиция. Поскольку  $f_1 \ll f_2$ , и амплитуда колебаний на частоте  $f_1$  существенно выше чем на частоте  $f_2$ , пространственную структуру течения (поле меридиональной компоненты скорости) можно усреднить за период  $1/f_2$ . В результате усреднения остается экваторосимметричное движение на частоте  $f_1$  с тремя вихрями, аналогичное периодическому режиму течения. Разность между полным и усредненным значениями меридиональной скорости свидетельствует о том, что движение на частоте  $f_2$  представляет собой два несимметричных относительно экватора вихря. Таким образом, рассматриваемый режим течения представляет собой комбинацию азимутальных волн  $m=3,s$  и  $m=2,as$ , величины частот которых соответствуют как результатам линейного анализа, так и результатам эксперимента.

При  $Re_1=375$  на зависимости момента от  $Re_1$  наблюдается излом, свидетельствующий о смене режима течения: в спектре скорости появляется третья частота. Течение остается несимметричным относительно экватора, и распространяется в направлении вращения внутренней сферы. Как и в предшествующем режиме течения, наблюдаются три пары экваторосимметричных вихрей и несимметричное относительно экватора движение. Из сравнения величин частот различных мод в линейной задаче и аналогичных величин, полученных в нелинейной задаче, можно предположить, что новая, по сравнению с двухчастотным режимом, частота  $f_3$  соответствует экваторосимметричному движению с двумя вихрями. Таким образом, рассматриваемый трехчастотный режим течения представляет собой комбинацию азимутальных волн  $m=3,s$ ,  $m=2,as$  и  $m=2,s$ .

Переход к следующему режиму течения происходит с гистерезисом, о чем свидетельствует скачкообразное возрастание момента при увеличении числа  $Re_1$  ( $Re_1=412$ ) и такое же уменьшение момента при уменьшении числа

$Re_1$  ( $Re_1=404$ ). Течение становится симметричным относительно экватора. В каждой из полусфер в направлении вращения уже внешней сферы распространяются по три равноотстоящих по азимутальному углу сложных вихря. Вблизи плоскости экватора это парные вихри с противоположным направлением вращения, по мере удаления от экватора появляются одиночные вихри с большим углом наклона. В спектре пульсаций скорости наблюдается одна частота  $f_4$  с гармониками. Сравнение с результатами линейного анализа показало, что ни у одной из мод нет частоты, близкой к  $f_4$ . Тот факт, что в линейной задаче при  $Re_1 > 400$  наблюдается сближение фазовых скоростей различных мод, позволяет предположить, что рассматриваемый режим течения образуется вследствие синхронизации движений на частотах  $f_1, f_2, f_3$ .

При дальнейшем увеличении  $Re_1$  происходит переход к стохастичности, который сопровождается гистерезисом. В отличие от предшествующего перехода здесь с возрастанием  $Re_1$  наблюдается скачкообразное снижение средней величины момента сил трения. Установление стохастичности в расчете определялось по потере регулярности во временном поведении скорости, по подъему уровня непрерывного фона в спектре. Также, как и в экспериментах, спектр скорости является сплошным, без выделенных частот. Установление стохастичности приводит и к изменению пространственной структуры течения: оно теряет экваториальную симметрию, но сохраняет элементы структуры предшествующего режима.

**В шестой главе** представлены результаты экспериментального исследования перехода к стохастичности при одновременном изменении скорости сферических границ.

Переход к хаосу изучен для случая, когда скорости вращения сфер начинают изменяться одновременно из состояния покоя. При этом в каждый момент времени (как при изменении скорости вращения сфер, так и при их вращении с постоянной скоростью) выполняется условие равенства чисел  $Re_1 = -Re_2$ . При этом частоты вращения сфер связаны условием  $f_1 = 4f_2$ . При таком

соотношении чисел  $Re$  положение линии раздела внутренней и внешней циркуляций основного течения остается неизменным. А именно, линия раздела циркуляций удалена от обеих сферических границ везде за исключением экватора внешней сферы. На экваторе происходит соприкосновение линии раздела и внешней сферы, при этом вихрь внешней циркуляции оттеснен от экватора к полюсу. Именно условие сохранения неизменной структуры осесимметричного течения при увеличении чисел  $Re$  является основным отличием от случая, рассматриваемого в главах 4 и 5.

При увеличении скорости вращения сфер основное течение теряет устойчивость при  $Re = 172 \pm 1$ . Визуализация закритических режимов течений показывает, что они несимметричны относительно плоскости экватора во всем исследованном диапазоне изменения чисел  $172 < Re < 500$ . В меридиональной плоскости наблюдается периодическое смещение вихрей внутренней циркуляции, пересекающих плоскость экватора, с минимальной амплитудой смещения вблизи внутренней сферы и максимальной – вблизи внешней сферы.

Проведенные лазерным доплеровским анемометром измерения пульсаций скорости позволили установить, что после периодического и квазипериодического режимов течения ( $172 < Re < 250$ ) устанавливается одночастотный режим, существующий вплоть до перехода к стохастичности ( $250 < Re < 467$ ). Очень слабая зависимость относительной величины частоты этого режима от надкритичности позволяет предположить, что образование данного режима течения вызвано синхронизацией. При увеличении числа  $Re$  уровень шума в спектре пульсаций скорости непрерывно возрастает (при одних и тех же условиях измерения). Наблюдается два участка с линейной зависимостью соотношения сигнал-шум от числа  $Re$ . На первом участке ( $250 < Re < 454$ ) это соотношение снижается в 5 раз, на втором ( $454 < Re < 467$ ) – на 2 порядка. При  $Re > 467$  сигнал скорости становится полностью нерегулярным, но в спектре остается выделенная частота. То, что величина этой частоты остается постоянной при дальнейшем увеличении  $Re$ , свидетельствует о том,

что переход к стохастичности происходит без полного разрушения предшествующего режима. Таким образом, рассматриваемый стохастический режим существенно отличается от стохастического режима, образующегося при встречном вращении сфер при условии  $Re_2 = \text{const}$ .

### ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Впервые в результате прямого расчета воспроизведен сценарий ламинарно-турбулентного перехода в широком сферическом слое.
2. Полученные при прямом расчете результаты находятся в хорошем количественном соответствии с экспериментальными данными по пространственной структуре течений, по положению границ переходов между режимами, а также по величинам частот в спектре пульсаций скорости.
3. Установлено, что пространственная структура рассчитанного двухчастотного режима течения является суперпозицией двух движений, каждое из которых соответствует одной из неустойчивых мод линейной задачи.
4. Показано, что пространственные структуры всех рассчитанных ламинарных режимов течения, вплоть до установления стохастичности, представляют собой результат нелинейного развития и/или взаимодействия одной, двух или трех азимутальных волн с волновыми числами 2 и/или 3.
5. Проведенные расчеты продемонстрировали, что до наступления стохастичности симметричные относительно плоскости экватора вторичные течения распространяются в направлении вращения внешней сферы, антисимметричные – в направлении вращения внутренней сферы.
6. Показано, что формирование режима локализованных вихрей и хаотического режима течения, так же как и в эксперименте, происходит с гистерезисом. Обнаружено, что переход к хаотическому режиму сопровождается уменьшением средней по времени величины момента сил трения.
7. Обнаружено, что, так же как в эксперименте, в хаотическом режиме течения

нарушается экваториальная симметрия. Спектр скорости, полученный при расчете хаотического режима течения, является сплошным, без выделенных частот. Это также соответствует эксперименту.

8. Экспериментально установлено, что при одновременном увеличении скорости вращения границ в разные стороны из состояния покоя, с условием равенства чисел Рейнольдса по абсолютной величине, переходу к хаосу предшествует периодический режим течения. Переход к стохастичности в этом случае происходит с постепенным повышением уровня шума и сохранением выделенной частоты в спектре.

**Основные результаты опубликованы в следующих работах:**

1. Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э., Никитин Н.В. Пространственные структуры при переходе к хаосу в широком сферическом слое. Сравнение результатов эксперимента и прямого расчета // Современные проблемы аэрогидродинамики: Тез. докл. XIII школы – семинара под руководством академика РАН Г.Г. Черного. - г.Сочи, 5-15 сентября 2005г. - М., 2005. - С.40.
2. Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э., Никитин Н.В. Прямой численный расчет трехмерных структур в широком сферическом слое // Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность: Матер. междунар. конференции. - Моск. обл., 26февраля - 5марта 2006г. - М., 2006. - С. 44-45.
3. Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э., Никитин Н.В. Нестационарные трехмерные структуры в сферическом течении Куэтта – прямой расчет и сравнение с экспериментом // Ломоносовские чтения: тез. докл. научной конференции. Секция механики; г. Москва, апрель 2006г. - М., 2006. С.65.
4. Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э. Прямое численное моделирование нестационарных, неосесимметричных структур в сферическом течении Куэтта // IX Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике: аннот. докл. в 3 Т. – г. Н. Новгород, 22-28 августа 2006г. – Н. Новгород, 2006. - Т.2. - С.84.

5. Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э., Никитин Н.В. Развитие пространственных структур течения при ламинарно-турбулентном переходе в широком сферическом слое // Докл. РАН. 2007. т. 414. №1. С.39-43.
6. Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э., Никитин Н.В. Прямой расчет ламинарно-турбулентного перехода в широком сферическом слое // Изв. РАН. МЖГ. 2007. №6. С.
7. Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э., Никитин Н.В. Прямой расчет областей гистерезисов и стохастического режима течения в широком сферическом слое // Ломоносовские чтения: тез. докл. научной конференции. Секция механики; г. Москва, апрель 2007г. - М., 2007. - С.71-72.
8. Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э. Экспериментальное исследование перехода к стохастичности при одновременном изменении скорости границ в широком сферическом слое // Ломоносовские чтения: тез. докл. научной конференции. Секция механики; г. Москва, апрель 2007г. - М., 2007. - С.72.
9. Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э. Переход к стохастичности в широком сферическом слое при одновременном изменении скорости вращения сфер – эксперимент // Современные проблемы аэрогидродинамики: Тез. докл. XV школы–семинара под руководством академика РАН Г.Г.Черного. - г.Сочи, 5-15 сентября 2007г. - М., 2007. - С.48-49.
- 10.Кривоносова О.Э. Сценарий перехода к стохастичности при изменении скорости вращения внутренней сферы в широком слое – прямой расчет // Современные проблемы аэрогидродинамики: Тез. докл. XV школы – семинара под руководством академика РАН Г.Г. Черного. - г.Сочи, 5-15 сентября 2007г. - М., 2007. - С.64.