

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**имени М.В. Ломоносова**  
**Механико-математический факультет**

УДК 531.3.01

На правах рукописи

**Евграфов Владимир Владимирович**

**ДИНАМИКА И УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ**  
**КОЛЕСНЫХ РОБОТОВ.**

Специальность 01.02.01 – Теоретическая механика

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2008

Работа выполнена на кафедре теоретической механики и  
мехатроники механико-математического факультета  
МГУ им. М.В.Ломоносова

**Научный руководитель:** доктор физико-математических наук  
профессор В.Е. Павловский

**Официальные оппоненты:** доктор физико-математических наук  
профессор Д.Ю.Погорелов

кандидат физико-математических наук  
ведущий научный сотрудник В.М.Буданов

**Ведущая организация:** Московский Энергетический Институт  
(Технический Университет)

Защита состоится 29 февраля 2008 года в 16:30 часов на заседании диссертационного совета Д 501.001.22 по механике при Московском государственном университете им. М.В.Ломоносова по адресу: 119992, Москва, Ленинские горы, МГУ, механико-математический факультет, аудитория 16-10.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке механико-математического факультета МГУ (Главное здание, 14 этаж).

Автореферат разослан 29 января 2008 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д 501.001.22  
доцент, к.ф.-м.н.

\_\_\_\_\_ В.А.Прошкин

**Общая характеристика работы.** В работе проводится аналитическое и численное исследование динамики и схем управления движением колесных роботов. Рассматриваются модели с двумя независимо управляемыми колесами и четырехколесные аппараты. Выбор данного направления работы связан с прикладными задачами исследования колесных роботов, цель которых - создание современных интеллектуальных систем, роботизированных мобильных платформ. В работе строится схема управления роботом с двумя независимо управляемыми соосными колесами («дифференциальным» приводом), обеспечивающая его гладкие динамические движения. Для этого вводится и исследуется класс спиральных кривых, которые вместе с прямой и дугой окружности составляют алфавит базовых траекторий движения. Показаны преимущества построенной схемы. На основе твердотельного моделирования системами многих твердых тел строится численная многопараметрическая модель упругого колеса. На базе этой модели исследуются различия в движении аппаратов на твердых и упругих колесах. Для роботов с двумя независимо управляемыми колесами исследуется влияние упругости на точность движения по динамически гладкой и негладкой траектории. Четырехколесные аппараты рассматриваются в рамках заданий международной программы разработки марсоходов.

**Актуальность темы.** Задачи исследования динамики движения мобильного робота и расчета управления им актуальны в связи с возрастающими требованиями к точности работы таких систем, необходимостью составления схем управления, обеспечивающих гладкие динамические движения, необходимостью учета влияния податливости колес на движение роботов.

В настоящее время мобильные роботы распространены весьма широко. Они используются в лабораториях научных институтов и университетов, разрабатываются и модернизируются на различных предприятиях для решения специальных задач (переноса груза, работы в сложных условиях, информационной разведки), включаются в образовательные программы и участвуют соревнования, входят в повседневную жизнь человека в виде бытовых и игровых устройств. Но, несмотря на фундаментальные и прикладные исследования, задачи по управлению ими до конца не решены. Это связано с различиями кинематических схем аппаратов, различными условиями движения, а также с необходимостью учета реальных факторов движения при построении строгих математических моделей. Многие

общепринятые способы управления колесными системами основываются только на кинематике робота, полученные при этом решения порождают динамические разрывы, например, угловых скоростей колес системы. Новые методы, приведенные в работе, решают эту проблему - представлен способ исключения указанных разрывов и построения соответствующей схемы управления роботом.

Хорошо известно, что многие реальные аппараты имеют упругие колеса. Это могут быть аппараты на колесах с малой и со значительной упругостью (колеса низкого давления). К подобным системам относятся как планетоходы (вездеходы), так и мобильные роботы, предназначенные для движения по твердой поверхности. В ряде стран получили распространение соответствующие колесные аппараты повышенной проходимости для перемещения и выполнению работ в лесу. В космических исследованиях все более важными становятся вопросы разработки новых, более эффективных, видов планетоходов для исследования планет. Для разработки схем управления такими аппаратами необходим учет упругости колес. В рамках исследования этого вопроса в настоящей работе представлена численная параметризованная модель упругого колеса и систем, в том числе планетохода, на таких колесах.

**Цель работы** заключается в исследовании динамики движения колесных аппаратов на твердых и упругих колесах, составлении управления колесными роботами:

- разработке схемы управления роботом с двумя независимо управляемыми колесами, обеспечивающей его гладкие динамические движения по плоскости;
- исследовании точности отработки роботом динамически гладких и геометрически гладких траекторий;
- разработке параметризованной многопараметрической численной модели упругого колеса и технологии моделирования аппаратов на упругих колесах;
- исследовании влияния упругости на точность отработки роботом траектории и динамические свойства движения аппарата;
- исследовании динамики мобильных роботов с упругими, в том числе малого давления, колесами.

**Научная новизна** заключается в найденных способах расчета непрерывных по скоростям траекторий робота с двумя отдельно управляемыми колесами, построенных методах синтеза сложных траекторий и бортовых алгоритмах движения мобильного робота, разработанных технологиях моделирования упругих колес и роботов на таких колесах, выявленных различиях в движении аппаратов на упругих и твердых колесах по траекториям и неровным поверхностям, методах управления колесными аппаратами.

**Методы решения задачи.** Поставленные задачи решаются с применением аналитических расчетов и методов теоретической механики, использования для вспомогательных вычислений математического пакета «Maple» (версия 9.5) и использования для моделирования программного комплекса «Универсальный механизм 3.0» (разработанного под руководством Д.Ю.Погорелова).

**Обоснованность результатов** определяется полнотой и корректностью выбранной механической модели робота с дифференциальным приводом, строгими методами аналитического исследования движения механических систем, применением для математических расчетов известных и отработанных пакетов «Maple», а для механического моделирования - пакета «Универсальный механизм» с верификацией результатов моделирования по теоретическим данным и другим численным моделям.

Работа носит теоретический характер, полученные результаты могут использоваться при разработке управления движением мобильных платформ. Предложенные в работе теоретико-механические численные модели представляют самостоятельную ценность и являются не только методом достижения поставленной цели, но и современной технологией исследования движения аппаратов на упругих и твердых колесах.

**Апробация работы.** Основные результаты докладывались на:

- семинарах механико-математического факультета МГУ им.М.В.Ломоносова, Москва (2003 г. - 2007 г.);
- заседаниях объединенного семинара ИПМ им.М.В.Келдыша РАН и МГТУ им.Н.Э.Баумана по робототехническим системам, Москва (2006 г., 2007 г.);
- конференции «Мобильные роботы и мехатронные системы», МГУ им.М.В.Ломоносова, Москва (2003 г.);

- конференции «Экстремальная робототехника», Санкт-Петербург (2005 г., 2006 г.);
- конференции «Устойчивость, управление и динамика твердого тела», Украина, Донецк (2005 г.)
- конференции «Интеллектуальные и многопроцессорные системы», Геленджик (2003 г., 2006 г.);
- IX всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике, Нижний Новгород (2006 г.).
- конференции «Мехатроника и робототехника – 2007», Санкт-Петербург (2007 г.)
- конференции «Мехатроника, автоматизация, управление – 2007», Геленджик (2007 г.)
- конференции «X Conference on Climbing And Walking Robots», Сингапур (2007 г.)

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 11 работ:

a) *По перечню ведущих научных журналов и изданий, рекомендованных экспертным советом по механике:*

[1] Евграфов В.В., Павловский В.Е., Павловский В.В. «Динамика, управление, моделирование роботов с дифференциальным приводом», Жур. «Известия РАН. Теория и системы управления» 2007г, №5, с.171-176.

b) *В рецензируемых изданиях:*

[2] Павловский В.Е., Петровская Н.В., Евграфов В.В. «Исследование динамики движения цепочки «робопоезд». Управляемое движение», Препринт ИПМ им М.В.Келдыша РАН, 2005г., №120.

[3] Павловский В.Е., Евграфов В.В., Павловский В.В. «Синтез и исполнение гладких движений мобильного колесного робота с дифференциальным приводом», журнал «Информационно-измерительные и управляющие системы», изд-во «Радиотехника», 2006 г, №1-3, т.4, с.30-35.

c) *В трудах конференций:*

[4] Павловский В.Е., Евграфов В.В. «Моделирование упругих колес: динамика, преодоление препятствий», Тр.Конф., «Экстремальная робототехника», С-Петербург, т.5, с.179-186, 2006г.

[5] Павловский В.Е., Евграфов В.В. «Моделирование и исследование динамики пружинных упругих колес роботов», Тр.Конф., «Экстремальная робототехника», С-Петербург, 2005 г., с.388-396.

- [6] Павловский В.Е., Евграфов В.В., Павловский В.В. «Планирование и реализация гладких движений мобильного робота с дифференциальным приводом», Тр.Конф., «Устойчивость, управление и динамика твердого тела», Украина, Донецк, 2005 г., с. 54-55.
- [7] Павловский В.Е., Евграфов В.В., Забегаев А.Н., Котова О.А., Петровская Н.В., Павловский В.В. «Динамика и управление мобильным роботом с двумя отдельными ведущими колесами», Тр. IX всероссийского съезда по теоретической и прикладной механике, Нижний Новгород, т.1, с. 49-50, 2006г.
- [8] Павловский В.Е., Евграфов В.В. «Синтез D2-гладких траекторий для мобильного робота с дифференциальным приводом», Тр.Конф., «Интеллектуальные и многопроцессорные системы», Геленджик, 2003г., с.148-152.
- [9] Павловский В.Е., Петровская Н.В., Евграфов В.В. «Синтез алгоритмов управления интеллектуальной транспортной системой «робопоезд» в стесненных условиях сложных сред», Тр.Конф., «Мехатроника и робототехника – 2007» (МиР-2007), Санкт-Петербург, 2007г.
- [10] Павловский В.Е., Евграфов В.В., Петровская Н.В., Забегаев А.Н., Павловский В.В. «Управление и сенсорное обеспечение мобильных роботов», Тр.Конф., «Мехатроника, автоматизация, управление – 2007» (МАУ-2007), Геленджик, 2007г.
- [11] Pavlovsky V.E., Petrovskaya N.V., Evgrafov V.V., V.Pavlovsky Jr. «Robotrain as snakelike robotic system with minimal number of DOF», Тр.Конф., «CLAWAR - 2007, X Conference on Climbing And Walking Robots», Сингапур, 2007г.

**Структура и объем диссертации.** Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы, двух приложений. Общий объем диссертации – 157 страниц.

## **СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** дан обзор работ, относящихся к теме диссертации, и рассмотрены вопросы, связанные с актуальностью темы, целью работы, методикой исследований, достоверностью результатов, научной новизной диссертации, теоретической и практической ценностью работы.

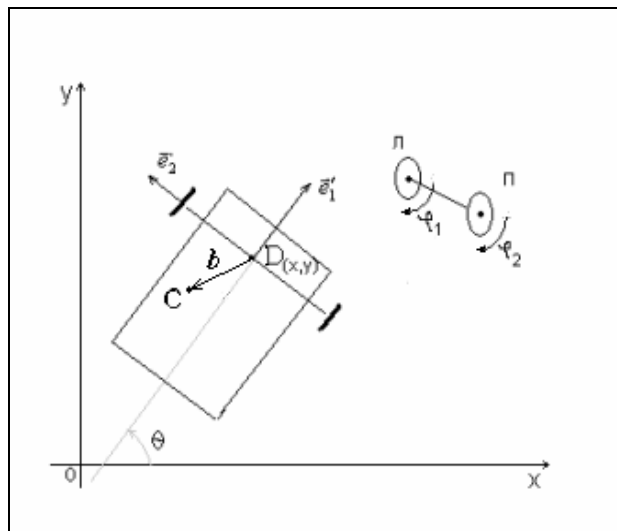


Рис.1. Модель робота.

**В первой главе** разработана схема управления роботом с двумя отдельно управляемыми колесами (рис.1), обеспечивающая гладкие динамические движения при перемещении системы по плоскости в заданное конечное положение. Определены случаи возникновения разрыва угловых скоростей при движении системы, вводятся дополнительные условия для устранения этих разрывов. На основе условий непрерывности и уравнений связи получен соответствующий класс спиральных кривых, которые использованы в дальнейшем для синтеза траекторий.

При составлении траекторий движения робота, состоящих из окружностей и прямых, в точках перехода с одной кривой на другую (кривую или прямую), даже при их гладком сопряжении возникают скачки угловых скоростей вращения колес. В работе получено общее условие отсутствия указанных скачков, как непрерывность ориентированной кривизны траектории движения. Для обеспечения гладких динамических движений робота на любой траектории (устранения разрывов угловых скоростей вращения колес) введен дополнительный режим движения в виде участка с линейным изменением угловых скоростей колес (рис.2). Подстановка такого типа движения в динамические уравнения задает кусочно-линейный закон изменения управляющих напряжений, определяющие уравнения которых приведены в приложении к диссертации. На указанном линейном участке проинтегрированы уравнения связи системы, в результате получены параметрические уравнения (1), определяющие траекторию движения центра оси колес и изменение ориентации корпуса. Уравнения (1) содержат интегралы Френеля ( $S(x), C(x)$ ) и задают на плоскости (XY) спиральную кривую типа спирали Корню.



$$\begin{aligned}
x(t) &= x_0 + a \frac{F^+}{F^-} (\sin(\theta(t)) - \sin(\theta_0)) + \alpha_1 \cdot (C(\beta_1) - C(\beta_2)) - \alpha_2 \cdot (S(\beta_1) - S(\beta_2)) \\
y(t) &= y_0 - a \frac{F^+}{F^-} (\cos(\theta(t)) - \cos(\theta_0)) + \operatorname{sgn}(F^-) \cdot \alpha_1 \cdot (S(\beta_1) - S(\beta_2)) + \\
&+ \operatorname{sgn}(F^-) \cdot \alpha_2 \cdot (C(\beta_1) - C(\beta_2)) \\
\theta &= \frac{rF^-}{4aT} t^2 + \frac{r}{2a} (\Phi_2 - \Phi_1)t + \theta_0
\end{aligned}
\tag{1}$$

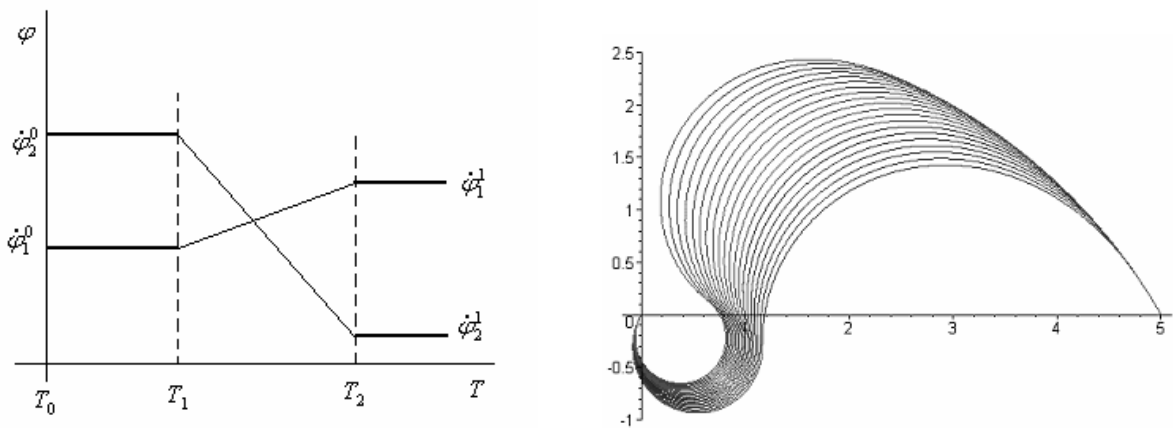


Рис. 2. Закон изменения угловых скоростей вращения колес. Пример синтезированных спиральных траекторий.

Для указанного типа движений построены области достижимости роботом точек декартовой плоскости вокруг него (рис.3). Они позволяют упростить схему планирования траектории, состоящей из спиральных кривых. При этом учтены ограничения на угловые скорости вращения колес и время движения по кривой. Исследована зависимость геометрии указанных областей от кинематических характеристик робота. Приведены методы расчета параметров одной спиральной с помощью построения области достижимости. Тем самым решена задача перемещения робота в заданную точку с заданной конечной ориентацией при выполнении условий непрерывности и краевых условий для координат и скоростей системы. Составлен алфавит базовых движений (прямая, окружность, спираль) и построен соответствующий набор схем планирования траектории, составленных из одной спирали (рис.3), двух спиралей, двух спиралей и участков прямых (рис.4); приведены примеры составления траектории из двух окружностей и спирали (рис.2).

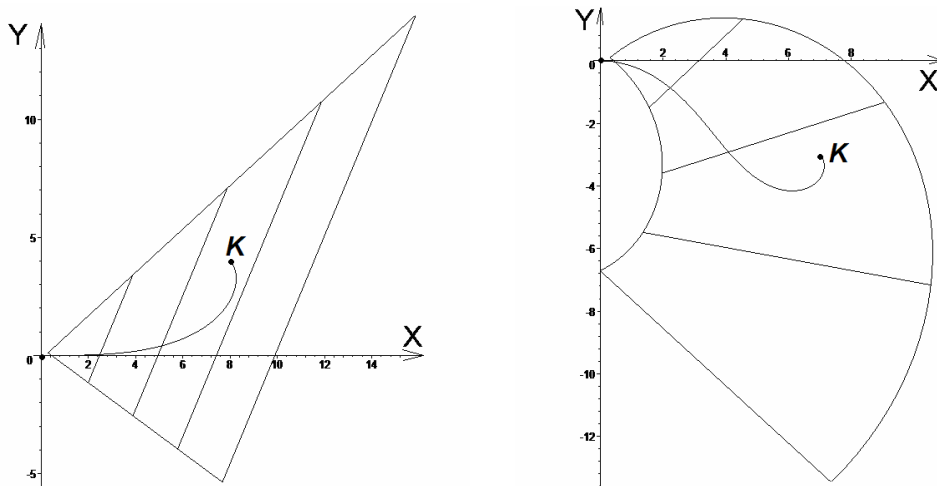


Рис.3. Области достижимости, примеры синтезированных спиральных траекторий (начальная точка  $(0,0)$ , конечная точка  $K$ ).

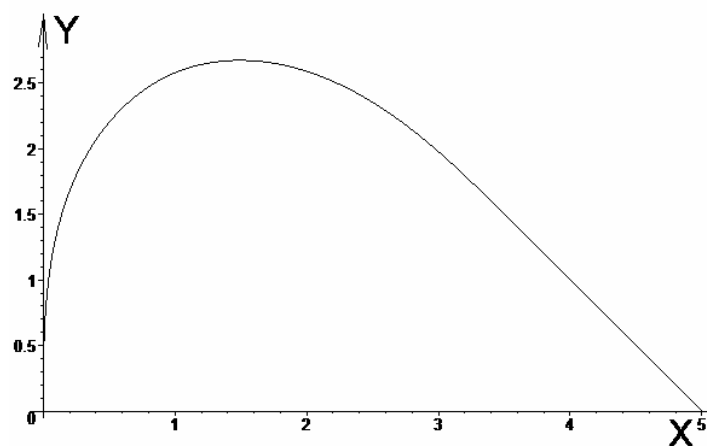
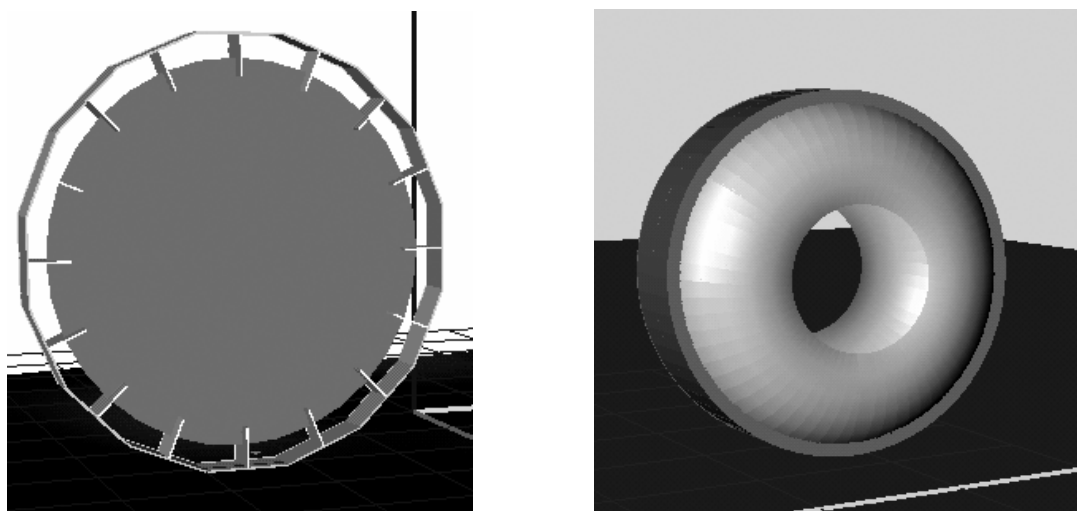


Рис.4. Траектория из двух спиралей и отрезка прямой.

Приведены правила расчета точек переключения управления при движении мобильного робота по спиральным траекториям и прямым; указанные алгоритмы используют простые формулы для расчета на бортовой системе, учитывают текущие навигационные данные, вычисляются постоянно во время движения системы.

**Во второй главе** на основе твердотельного моделирования системами многих твердых тел разработана технология моделирования упругих колес, в том числе позволяющая моделировать пневматическое колесо. Представлено полное описание предлагаемых моделей. В качестве основной модели строится и исследуется нелинейно-упругое колесо с постоянным периметром оболочки, называемое двумерным. Указанный метод твердотельного моделирования позволяет перейти от тела с бесконечным числом степеней свободы к системе с конечным числом степеней свободы, от дифференциальных уравнений в

частных производных к уравнениям с полными производными. Для моделирования системы применяется программный комплекс «Универсальный механизм».



*Рис.3. Модели упругого колеса.*

Приведена процедура нахождения функции упругости связей в колесе и ее коэффициентов для описания внутренних силовых взаимодействий в модели колеса, приводящих его к заданным параметрам (пневматическому колесу). В результате серий численных экспериментов с одиночным колесом и аппаратами на упругих и твердых колесах выявлены различия в динамике их движения. Моделирование одиночного колеса позволило оценить возникающие перегрузки и моменты, прикладываемые к нему, при преодолении препятствия. Моделирование движения двухколесного аппарата с кинематикой велосипеда на упругих колесах по лестнице позволило построить схему расположения центра масс системы эффективно снижающую нагрузки на оси колес, повышающую устойчивость аппарата против опрокидывания. Аналитическая модель робота с двумя отдельно управляемыми колесами дополняется расширенной численной моделью, обладающей возможностью изменения параметров, в том числе пятна контакта. В результате серий численных экспериментов движения робота с «дифференциальным приводом» получено, что движение по динамически гладким траекториям происходит с точностью на порядок выше, чем движение по геометрически гладким траекториям. Найдено влияние эффекта деформации колеса на точность движения робота с дифференциальным приводом по заданной траектории для ряда значений параметров, заключающееся в ухудшении точности отработки траектории (продавливание 1% от радиуса – погрешность достижения

конечной точки 5% от длины пути; продавливание 20% от радиуса – погрешность достижения конечной точки 60% от длины пути).

В третьей главе разработана технология моделирования движения роверов (4-х колесных аппаратов) на колесах с низким давлением по сложным поверхностям (разрабатывалась для заданий и условий проекта INTAS-CNES №4063 «Innovative Mars Exploration Rover Using Inflatable Or Unfolding Wheels»).

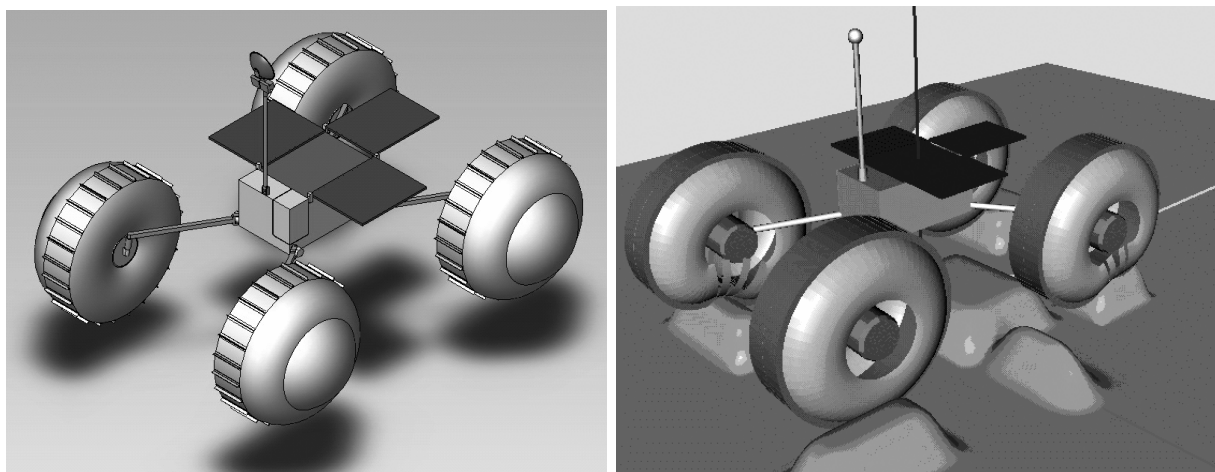


Рис.4. Проектное изображение ровера и модельная разработка.

Численная модель ровера использует разработанные во второй главе нелинейно-упругие колеса. Приведено полное описание рассматриваемых моделей систем, а также описание серий экспериментов с ними. Исследовано движение систем по наклонной плоскости с углом наклона от 30 до 34 град., плоскости с препятствиями высоты от  $R/5$  до  $R/2$  ( $R=1.3$  м радиус колеса), падение на плоскость (с высоты 1.5 м) и наклонную плоскость. Условия моделирования (сила тяжести, камни, уклоны) соответствуют данным о планете Марс. В результате получены выводы о различиях в движении аппарата на упругих и твердых колесах, заключающиеся в уменьшении перегрузок (в 5-10 раз), передающихся на ось колеса и корпус (бортовую аппаратуру), повышении проходимости аппарата при перемещении по местности с препятствиями, увеличении средней скорости движения по препятствиям, значительном уменьшении максимальных углов наклона корпуса (в 1.5-2 раза) и угловых ускорений корпуса (в 5-10 раз) при переезде через препятствие (соскальзывании с камня), что значительно уменьшает влияние ударов и рывков на корпус и аппаратуру. Получено заключение о том, что ровер (с характеристиками: база 2\*1.5 м, масса 280 кг, радиус колес 1.3 м,

давление в колесе 1.5 кПа) удовлетворяет заданным конструктивным требованиям по перегрузкам и преодолеваемым препятствиям.

**В приложениях** приведены материалы, разработанные для решения ряда задач при расчетах управления, траекторий и моделировании. Рассмотрена аналитическая модель робота с двумя отдельно управляемыми колесами. Приведены уравнения связи и динамические уравнения в форме уравнений Чаплыгина, которые позволяют рассматривать поведение системы в зависимости от управляющих напряжений на электродвигателях. Последнее используется для расчета управления при планировании и моделировании движения. Приведены элементы компьютерного кода, применяемые для численных расчетов в пакетах «Универсальный механизм» и «Maple».

**В заключении** даны основные **результаты** диссертационной работы:

- 1) Разработана схема управления роботом с двумя отдельно управляемыми колесами, обеспечивающая его гладкие динамические движения. Показаны ее преимущества перед управлением движением робота по геометрически гладким траекториям. Они заключаются в отсутствии динамических ударов в системе и, как следствие, значительном повышении точности движения системы по заданным траекториям. В проведенных численных экспериментах точность достижения роботом конечной точки оказалась лучше, чем 0.1% от длины пути при движении по динамически гладким траекториям, и порядка 2.5% при движении по геометрически гладким траекториям, что лучше в 25 раз при использовании предложенной схемы.
- 2) Для динамически гладких движений построены области достижимости роботом точек декартовой плоскости вокруг него. Они позволяют упростить схему планирования траектории. Исследована зависимость геометрии указанных областей от кинематических характеристик робота. Соответственно, эта зависимость позволяет определять кинематические параметры робота, такие, что его движение удовлетворяет заданным ограничениям и требованиям.
- 3) На основе твердотельного моделирования системами многих твердых тел построена параметризованная многопараметрическая модель и разработана технология моделирования упругих колес, в том числе позволяющая

моделировать пневматическое колесо. Проведено исследование и определено влияние эффекта деформации колеса на точность движения робота с дифференциальным приводом по траектории для ряда значений параметров. Так, при продавливании колеса порядка 1% от радиуса точность достижения конечной точки траектории оказалась порядка 5% от длины пути, при продавливании порядка 20% от радиуса точность достижения конечной точки оказалась порядка 60% от длины пути. Эти результаты показали необходимость учета этого эффекта даже для малых значений деформации колеса при построении схемы управления. Например, введение простой следящей системы по угловой скорости обеспечивает удовлетворительную точность (до 2% от длины пути) движения.

- 4) На основе созданной модели упругих колес разработана технология моделирования движения роверов (4-х колесных аппаратов) на колесах с низким давлением по сложным поверхностям. Эта технология для условий планеты Марс (сила тяжести, камни, уклоны) показала, что аппарат (база 2x1.5 м, масса 280 кг, радиус колес 1.3 м, давление в колесе 1.5 кПа) удовлетворяет заданным конструктивным требованиям: высота преодолеваемого препятствия не менее 0.3 м, максимальные перегрузки при падении с высоты 1.5 м до 7g, максимальные перегрузки при ударе о препятствие до 1g, преодолеваемый уклон 34 град. Разработанная технология имеет общий характер, применима для различных значений параметров.

### **Использованная литература.**

1. Авотин Е.В., Болховитинов И.С., Кемурджиан А.Л., Маленков М.И., Шпак Ф.П. «Динамика планетохода», М. Наука, 1979.
2. Александров В.В., Болтянский В.Г., Лемак С.С., Парусников Н.А., Тихомиров В.М. «Оптимальное управление движением», М. Физматлит, 2005.
3. Буданов В.М., Девянин Е.А. «О движении колесных роботов», Прикладная математика и механика, т. 67, вып. 2, 2003.
4. Вильке В.Г., Кожевников И.Ф. «Об одной модели колеса с армированной шиной», Вестник МГУ, математика и механика, сер.1, 2004.
5. Голубев Ю.Ф. «Основы теоретической механики», М. Изд-во МГУ, 2000.

6. Левин М.А., Фуфаев Н.А. «Теория качения деформируемого колеса», М. Наука, 1989.
7. Лобас Л.Г. «Неголономные модели колесных экипажей», АН УССР, Ин-т Механики, Киев, 1986.
8. Новожилов И.В. «Фракционный анализ», М. Изд-во МГУ, 1991.
9. Павловский В.Е., Петровская Н.В., Евграфов В.В. «Исследование динамики движения цепочки «робопоезд». Управляемое движение», М., ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, препринт, №120, 2005.
10. Платонов А.К., Ярошевский В.С., Козлов О.Е. «Модель тонкого деформируемого пневматика», М., ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, препринт, №20, 2006.
11. Пойда В.К. «Переходные кривые вертикально-параллельного двухколесника», Вестник Ленинградского университета, №1, 1977.
12. Погорелов Д.Ю. «Введение в моделирование динамики систем тел», Учеб.пособие, Брянск, БГТУ, 1997 г., 156 с. (<http://www.umlabor.ru>)