МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени **М.В. ЛОМОНОСОВА**
Механико-математический факультет

На правах рукописи

ЧЖАО ЦЗЕ

УСТОЙЧИВОСТЬ СТАЦИОНАРНЫХ ДВИЖЕНИЙ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ, СОДЕРЖАЩИХ ДЕФОРМИРУЕМЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ

Специальность 01.02.01 – Теоретическая механика

АВТОРЕФЕРАТ
Диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

МОСКВА 2008

Работа выполнена на кафедре прикладной механики и управления
механико-математического факультета
МГУ имени М.В.Ломоносова

Научный руководитель:

Доктор физико-математических наук,
профессор В.М.Морозов

Официальные оппоненты:

Доктор физико-математических наук,
профессор В.Г.Вильке
Кандидат физико-математических наук,
доцент В.В.Филиппов

Ведущая организация:

Вычислительный центр имени А.А.Дородницына
Российской академии наук

Защита состоится 29 февраля 2008 года в 16:30 на заседании специализированного совета Д 501.001.22 по механике при Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова по адресу: 119992, Москва, Ленинские горы, МГУ, механико-математический факультет, аудитория 16-10.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке механико-математического факультета МГУ (Главное здание, 14 этаж).

Автореферат разослан 29 января 2008 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 501.001.22

доцент В.А.Прошкин

Подписано в печать г.
Формат 60×90 1/16. Усл.печ. л
Заказ Тираж 50 экз.

Издательство WGB при механико-математическом факультете МГУ
г. Москва, Воробьевы горы.

Отпечатано на типографском оборудовании механико-математического факультета.

состоящих из двух твердых тел, соединенных упругим стержнем. Труды IX Международной Четаевской конференции «Аналитическая механика, устойчивость и управление движением». Иркутск. 2007. Т.2, С.132-138.

4. Морозов В.М., Чжао Цзе. Об устойчивости стационарных движений механической системы, состоящей из двух твердых тел, соединенных упругим стержнем. Тез. конф. «Ломоносовские чтения». М.: Изд-во Моск. ун-та. 2007. С. 120.
5. Чжао Цзе. Относительное равновесие твердого тела на вращающемся гибком валу. Тез. конф. «Ломоносовские чтения». М.: Изд-во Моск. ун-та. 2006. С. 146.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В связи с тенденцией увеличения размеров орбитальных космических систем и уменьшения жесткости их конструкции, а также с повышенными требованиями к точности ориентации составных КА относительно инерциальной или орбитальной системы координат, стали весьма актуальными проблемы нелинейной динамики, устойчивости и стабилизации составных космических систем с учетом деформируемости их отдельных звеньев. Деформируемость конструкций КА может существенно изменить характеристики, определяющие устойчивость ориентации системы, и должна учитываться при проектировании систем управления КА.

Цель работы. Основной целью работы является строгое единообразное решение задач об устойчивости равномерных вращений свободной механической системы, состоящей из двух твердых тел, соединенных гибким стержнем, и твердого тела на гибком валу.

Научная новизна. Все основные результаты, полученные в работе, являются новыми. Исследование устойчивости стационарных движений указанных механических систем на основе строгих методов теории устойчивости систем, содержащих звенья с распределенными параметрами, ранее не проводилось.

Достоверность результатов. Все результаты диссертационной работы строго обоснованы, они базируются на теории устойчивости стационарных движений сложных механических систем.

Используемые методы. В работе используются методы теоретической механики и разработанные В.В.Румянцевым методы теории устойчивости механических систем, состоящих из твердых и деформируемых тел, в основе которых лежат идеи А.М.Ляпунова.

Теоретическая и практическая ценность. Полученные результаты могут быть использованы при изучении вопросов устойчивости и стабилизации стационарных движений спутников, космических аппаратов и других объектов, имеющих в своем составе деформируемые части. Они позволяют оценить влияние деформируемости элементов конструкции системы на характер устойчивости.

Апробация работы. Результаты, представленные в диссертации, были доложены и обсуждались на следующих научных семинарах и конференциях:

определяет характер устойчивости системы с учетом ее деформируемости.

- Получены более простые (но более грубые) достаточные условия устойчивости указанных равномерных вращений при помощи оценки соответствующих функционалов, которые позволяют в явном виде оценить влияние массы стержня и его деформируемости на устойчивость системы.

По теме диссертации опубликованы следующие работы:

1. Чжао Цзе. Устойчивость стационарных движений механической системы с деформируемыми элементами. Доклады Академии Наук, 2008, Т. 418. №6. С.1-2.
2. Морозов В.М., Чжао Цзе. Об устойчивости стационарных движений механических систем, состоящих из двух твердых тел, соединенных упругим стержнем. Тез. докл. Международного Конгресса «Нелинейный динамический анализ - 2007». СПб. 2007. С.156.
3. Морозов В.М., Чжао Цзе. Устойчивость стационарных движений механической системы,

дефомируемости на величину критической угловой скорости.

- Получено выражение для функционала измененной потенциальной энергии системы, состоящей из двух твердых тел, соединенных гибким массивным стержнем. Получены уравнения стационарных движений системы. Указаны два частных решения, описывающих равномерные вращения недеформированной системы относительно различных осей.
- Получены достаточные условия устойчивости указанных равномерных вращений из условий положительной определенности второй вариации функционала измененной потенциальной энергии системы.
- Условия положительной определенности второй вариации функционала измененной потенциальной энергии системы представлены в виде двух независимых групп при помощи специального разбиения. Первая обеспечивает положительную определенность квадратичного функционала, характеризующего деформируемость системы, вторая представляет условия положительной определенности квадратичной формы, которая

- Международный конгресс «Нелинейный динамический анализ-2007», посвященный 150-летию со дня рождения академика А.М.Ляпунова, Санкт-Петербург, 4-8 июня 2007г.
- IX Международная Четаевская конференция «Аналитическая механика, устойчивость и управление движением», Иркутск, 12-16 июня 2007г.
- Научная конференция «Ломоносовские чтения» МГУ имени М.В.Ломоносова, апрель 2006 г.
- Научная конференция «Ломоносовские чтения» МГУ имени М.В.Ломоносова, апрель 2007 г.
- Семинар кафедры прикладной механики и управления механико-математического факультета МГУ, октябрь 2006 г., март 2007 г.
- Конференция-конкурс молодых ученых Института механики МГУ, октябрь 2007 г.

Публикации. Основные результаты диссертационной работы изложены в пяти печатных работах, одна из них опубликована в журнале, входящем в перечень ВАК. Список работ приведен в конце автореферата.

Структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы, содержащего 50 наименований. Общий объем диссертации – 75 страниц.

Содержание работы

Во **введении** описана предметная область и цель настоящей диссертации, дан краткий обзор работ, связанных с исследованием устойчивости движения космических аппаратов, состоящих из твердых и деформируемых тел, обсуждаются методы исследования устойчивости движения указанных систем, приведено краткое содержание диссертации.

В **первой главе** рассматривается задача об относительном равновесии твердого тела, закрепленного на конце гибкого вала, другой конец которого вставлен во вращающийся с постоянной угловой скоростью патрон. Вал представляет собой тонкий или тонкостенный нерастяжимый упругий стержень круглого сечения, масса которого учитывается. В п. 1.2 составлено выражение для функционала потенциальной энергии Π системы, которая имеет вид

$$\Pi = \frac{1}{2}\int_0^l [EI(u_1''^2 + u_2''^2) + GI_k\varphi'^2 - \rho\sigma\omega^2(u_1^2 + u_2^2)]ds -$$

$$-\frac{1}{2}\omega^2[(\theta_{11} - \theta_{33})u_{1l}'^2 + (\theta_{22} - \theta_{33})u_{2l}'^2 + M(u_{1l}^2 + u_{2l}^2) + 2Mz_c'(u_{1l}u_{1l}' + u_{2l}u_{2l}')]$$

В работе единообразным строгим способом исследованы задачи об устойчивости относительного равновесия твердого тела на массивном гибком валу и стационарных движений свободной механической системы, состоящей из двух твердых тел, соединенных гибким массивным стержнем.

- Получены уравнения относительного равновесия твердого тела на вращающемся гибком валу из равенства нулю первой вариации функционала потенциальной энергии системы. Указано частное решение этих уравнений, описывающее относительное равновесие системы во вращающейся системе координат, при котором стержень находится в недеформированном состоянии.
- Получены достаточные условия устойчивости указанного относительного равновесия из условий положительной определенности второй вариации функционала потенциальной энергии системы. Эти условия накладывают ограничения сверху на величину угловой скорости равномерного вращения системы координат и позволяют оценить влияние массы стержня и его

целом, нарушается раньше, чем второе неравенство, выражающее условие устойчивости прямолинейной формы стержня.

В п.2.3.3 проведено исследование устойчивости второго решения. Выписано в явном виде выражение для второй вариации $\delta^2 W$ и соответствующие выражения для функционалов F_0, F_1 и квадратичной формы F_2. В этом случае функционал F_0 имеет более сложный вид. Соответствующие краевые задачи оказываются более сложными (дифференциальные уравнения являются уравнениями с переменными коэффициентами). Поэтому для получения явных выражений для условий устойчивости сделаны соответствующие оценки функционалов. Выписаны достаточные условия устойчивости рассматриваемого решения и обсуждены некоторые частные случаи.

Анализ всех полученных достаточных условий устойчивости исследуемых стационарных движений позволяет оценить влияние на устойчивость движения системы деформируемости и массы соединительного стержня.

В заключении приведены основные результаты диссертации.

здесь $u_1(s), u_2(s)$ – компоненты упругого перемещения точек оси стержня в направлениях, ортогональных оси вращения, $\varphi(s)$ – угол поворота сечения стержня, $u'_j = \dfrac{\partial u_j}{\partial s}, u_{jl} = u_j(l), u'_{jl} = \dfrac{\partial u_j}{\partial s}(l)$, l – длина стержня; E, G – модули Юнга и сдвига; I, I_k – геометрические характеристики поперечного сечения стержня; ρ – плотность стержня; σ – площадь поперечного сечения стержня; ω – угловая скорость вращения системы, $M, \theta_{11} = \theta_{22}, \theta_{33}$ – масса и моменты инерции твердого тела, z'_c – расстояние от центра масс твердого тела до точки крепления тела к стержню.

На основании принципа возможных перемещений из равенства $\delta\Pi = 0$ получены уравнения относительного равновесия и граничные условия, которые имеют вид

$$\begin{aligned} &u_j^{(4)} - \eta^4 \lambda^4 u_j = 0 \quad (j = 1,2), \quad \varphi'' = 0; \\ &u_j'''(1) + z_0 \lambda^4 u_j'(1) + \lambda^4 u_j(1) = 0, \\ &u_j''(1) - k\lambda^4 u_j'(1) - z_0 \lambda^4 u_j(1) = 0, \\ &u_j'(0) = 0, \quad u_j(0) = 0, \quad \varphi'(1) = 0, \quad \varphi(0) = 0, \end{aligned} \tag{1}$$

здесь

$$\eta^4 = \frac{m}{M}, \lambda^4 = \frac{Ml^3}{EI}\omega^2, z_0 = \frac{z'_c}{l}, k = \frac{\theta_{11} - \theta_{33}}{Ml^2}, m = \rho\sigma l,$$

и осуществлен переход к безразмерным переменным $s \to \frac{s}{l}$, $u_j \to \frac{u_j}{l}$ и за безразмерными переменными сохранены прежние обозначения.

Уравнения (1) допускают частное решение

$$u_1 = u_2 = 0, \varphi \equiv 0, \qquad (2)$$

описывающее положение относительного равновесия во вращающейся с постоянной угловой скоростью ω системе координат.

Заметим, что из уравнений (1) следует, что $\varphi(s) \equiv 0$.

В п. 1.3 исследуется устойчивость указанного относительного равновесия. Достаточные условия устойчивости этого равновесия получены как условия положительной определенности второй вариации $\delta^2\Pi$ функционала потенциальной энергии. Составлено уравнение для определения наименьшего собственного значения λ_*^4 соответствующей краевой задачи. Это уравнение имеет вид

$$\begin{aligned}&(k - z_0^2)\lambda^4(1 - \mathrm{ch}\,\eta\lambda\cos\eta\lambda) - k\eta^3\lambda^3(\sin\eta\lambda\,\mathrm{ch}\,\eta\lambda + \mathrm{sh}\,\eta\lambda\cos\eta\lambda) - \\ &-2z_0\eta^2\lambda^2\sin\eta\lambda\,\mathrm{sh}\,\eta\lambda - \eta\lambda(\sin\eta\lambda\,\mathrm{ch}\,\eta\lambda - \mathrm{sh}\,\eta\lambda\cos\eta\lambda) + \\ &+\eta^4(1 + \mathrm{ch}\,\eta\lambda\cos\eta\lambda) = 0, \quad \eta^4 = \frac{m}{M}.\end{aligned} \qquad (3)$$

Достаточное условие устойчивости решения (2) представляется в виде

$$\lambda^4 < \lambda_*^4 \quad \text{или} \quad \omega^2 < \omega_*^2. \qquad (4)$$

Входящие в формулы (13) постоянные зависят от параметров системы.

Условия положительной определенности $U(\gamma)$ показывают, что деформируемость стержня, соединяющего два твердых тела, приводит к сужению условий устойчивости по сравнению с системой той же конфигурации, состоящей из недеформируемых элементов.

Далее в п. 2.3 показано, что при помощи оценки снизу функционала F_0 можно получить более простые, но более жесткие достаточные условия устойчивости. Рассмотрен ряд частных случаев.

Для случая невесомого стержня с точечной массой на конце стержня условия (11) и (12) имеют вид

$$\begin{cases} A_3 - A_j - M_2 l^2(1-\mu_2) - M_2 l^2(1-\mu_2)^2 \dfrac{\varepsilon_j^4}{3-\varepsilon_j^4} > 0 \\ \varepsilon_j^4 < 3. \end{cases} \quad (j = 1,2) \qquad (14)$$

здесь A_j – главные центральные моменты инерции основного тела; M_2 – масса точки, l – длина стержня; $\mu_2 = M_2/M$, M – масса всей системы;

$$\varepsilon_1^4 = \frac{M_2 l^3}{EI_2}\omega_0^2, \varepsilon_2^4 = \frac{M_2 l^3}{EI_1}\omega_0^2.$$

Эти условия показывают, что первое из неравенств (14), выражающее условие устойчивости всей системы в которой представляют одну из групп достаточных условий устойчивости рассматриваемого решения. Вторая группа условий устойчивости, представляющая собой условия положительной определенности функционала F_0 , получена при определении наименьших собственных значений соответствующих краевых задач. Эти условия представляют собой условия устойчивости прямолинейной формы стержня и накладывают ограничения сверху на величину угловой скорости стационарного вращения

$$\omega^2 < \min\{\omega_1^{*2}, \omega_2^{*2}, \omega_3^{*2}\}, \tag{11}$$

здесь $\omega_j^*(j = 1,2,3)$ – критические угловые скорости, соответствующие наименьшим собственным значениям краевых задач для функций $u_1(s), u_2(s)$ и $\varphi(s)$.

Условия положительной определенности квадратичной формы $U(\gamma)$ имеют вид

$$\theta_{33}^0 - \theta_{11}^0 - \xi_1 > 0, \quad \theta_{33}^0 - \theta_{22}^0 - \xi_2 > 0 \tag{12}$$

здесь θ_{ij}^0 – моменты инерции недеформируемой системы; ξ_j – положительные постоянные, вычисляемые по формулам

$$\xi_j = \int_0^1 ml^2[\tilde{x}_{3c}^0 - (\alpha + s)]\hat{u}_j^0 ds + \mu_{j1} M_2 l^2 \hat{u}_j^0(1) + \mu_{j2} M_2 l^2 \hat{u}_j'^0(1). \tag{13}$$

Для малых значений $\eta\lambda$ уравнение (3) переходит в уравнение

$$(k - z_0^2)\lambda^8 - 12(k + z_0 + \frac{1}{3})\lambda^4 + 12 = 0, \tag{5}$$

решение которого не зависит от массы стержня. Уравнение (5) аналогично уравнению критических частот для случая невесомого стержня и известного из литературы (см. например, А.И.Лурье «Аналитическая механика»).

Проведен параметрический анализ полученных условий устойчивости в зависимости от формы тела, расположения центра масс и отношения массы стержня к массе твердого тела.

Применяемый для исследования устойчивости относительного равновесия подход позволяет получать более простые (но более грубые) достаточные условия устойчивости при помощи оценки функционалов, входящих в выражение для второй вариации $\delta^2\Pi$. В п. 1.3.2 эти оценки произведены и получены в явном виде достаточные условия устойчивости относительного равновесия системы, в которые входит масса стержня. По этим условиям можно оценить вклад, который вносит учет массы стержня в величину критической угловой скорости.

Во второй главе рассматривается задача о стационарных движениях свободной механической системы, состоящей из двух твердых тел, соединенных тонким или тонкостенным нерастяжимым упругим стержнем. Предполагается, что никакие внешние силы на систему не действуют, так что ее центр масс движется прямолинейно и равномерно. Рассматриваемый объект представляет собой сложную механическую систему, имеющую в своем составе подсистему с распределенными параметрами (упругий стержень).

В п. 2.1 введены необходимые системы координат, вектор упругих перемещений стержня, матрица перехода между системами координат, элементы которой выражены через компоненты упругих перемещений точки крепления стержня ко второму телу, выражения для компонент тензора инерции системы для ее центра масс, координаты центра масс системы. Приведено выражение для потенциальной энергии упругой деформации стержня

$$\Pi_d = \frac{1}{2}\int_0^l (EI_2 u_1''^2 + EI_1 u_2''^2 + EI_\omega \varphi''^2 + GI_k \varphi'^2)ds . \qquad (6)$$

Здесь E, G – модули Юнга и сдвига; I_1, I_2, I_ω, I_k – геометрические характеристики поперечного сечения

узкие, но в то же время более простые достаточные условия устойчивости стационарных движений.

В п. 2.3.2 эти общие соображения применены к исследованию устойчивости первого стационарного решения. Выписано в явном виде выражение для второй вариации $\delta^2 W$ и соответствующие выражения для функционалов F_0, F_1 и квадратичной формы F_2.

$$\begin{aligned}
\delta^2 W_* = &\int_0^l [(EI_2 u_1''^2 + EI_1 u_2''^2 + EI_\omega \varphi''^2 + GI_k \varphi'^2) - \rho(I_1 + I_2)\omega_0^2 \varphi^2 - \rho\sigma\omega_0^2 (u_1^2 + u_2^2)]ds \\
&- \omega_0^2 \{M_2 (u_{1l}^2 + u_{2l}^2) + (B_1 - B_3) u_{1l}'^2 + (B_2 - B_3) u_{2l}'^2 + 2M_2 b(u_{1l} u_{1l}' + u_{2l} u_{2l}') + \\
&+ 2\gamma_1 (\int_0^l \rho\sigma[x_{3c}^0 - (a+s)]u_1 ds + [M_2 x_{3c}^0 + (\rho I_2 - M_2 L)]u_{1l} + \\
&+ [M_2 b x_{3c}^0 + B_3 - B_1 - M_2 b(a+l)]u_{1l}') + \\
&+ 2\gamma_2 (\int_0^l \rho\sigma[x_{3c}^0 - (a+s)]u_2 ds + [M_2 x_{3c}^0 + (\rho I_1 - M_2 L)]u_{2l} + \\
&+ [M_2 b x_{3c}^0 + B_3 - B_2 - M_2 b(a+l)]u_{2l}') - \\
&- (\theta_{33}^0 - \theta_{11}^0)\gamma_1^2 - (\theta_{33}^0 - \theta_{22}^0)\gamma_2^2 - M(x_{1c}^2 + x_{2c}^2)\}.
\end{aligned}$$

Из условий минимума функционала $F_0 + F_1$ получены соответствующие краевые задачи для переменных u_1, u_2, φ. Уравнения этих краевых задач – обыкновенные дифференциальные уравнения 4-го порядка с постоянными коэффициентами, решения которых можно получить в явном виде. На основании этих решений получено выражение для квадратичной формы $U(\gamma)$, условия положительной определенности фиксированных γ, а квадратичная форма $U(\gamma)$ имеет вид

$$U(\gamma) = F_2(\gamma) + \frac{1}{2} F_1(u^0(\gamma), \gamma),$$

причем второе слагаемое всегда отрицательно.

Таким образом, функционал $\delta^2 W_*$ представлен в виде суммы двух независимых частей (10), и условия его положительной определенности состоят из условий положительной определенности функционала $F_0(u)$ и условий положительной определенности квадратичной формы $U(\gamma)$.

Этот способ разбиения функционала $\delta^2 W_*$ дает необходимые и достаточные условия положительной определенности функционала $\delta^2 W_*$. Поэтому эти условия представляют собой наиболее широкие из всех возможных достаточных условий устойчивости стационарных движений сложной механической системы, получаемых из рассмотрения второй вариации $\delta^2 W_*$ функционала W_*.

Используя различного типа оценки входящих в $\delta^2 W_*$ функционалов, можно получить достаточные (но не необходимые) условия положительной определенности функционала $\delta^2 W_*$ и тем самым, более

стержня; u_1, u_2 – компоненты упругих перемещений точек оси стержня, φ – угол поворота сечения стержня.

В п.2.2 указано, что рассматриваемая механическая система допускает интеграл энергии и интеграл площадей для плоскости, ортогональной оси вращения

$$T + \Pi_d = const, \qquad G_r \cdot \gamma + S \cdot \omega = k,$$

здесь T – кинетическая энергия системы относительно ее центра масс при движении системы относительно осей Кенига, G_r – вектор относительного кинетического момента системы относительно системы координат, вращающейся с угловой скоростью ω вокруг оси z, γ – орт оси z, S – момент инерции системы относительно оси z.

Выписано выражение для функционала измененной потенциальной энергии системы W, полученной на основе указанных выше интегралов

$$W = \frac{k^2}{2S} + \Pi_d.$$

В п. 2.2.2 из условия равенства нулю первой вариации δW функционала W получены уравнения стационарных движений и соответствующие граничные условия. Эти уравнения представляют собой совокупность алгебраических уравнений и дифференциальных уравнений четвертого порядка относительно компонент упругих перемещений.

В п. 2.2.3 указаны два частных решения уравнений стационарных движений. Первое решение описывает равномерное вращение исследуемой механической системы с произвольной угловой скоростью вокруг оси, вдоль которой расположен недеформированный стержень

$$\gamma_1 = \gamma_2 = 0, \gamma_3 = 1, u_1 = u_2 \equiv 0, \varphi \equiv 0. \tag{7}$$

Второе решение описывает равномерное вращение системы с произвольной угловой скоростью вокруг оси, которая ортогональна оси, вдоль которой расположен недеформированный стержень

$$\gamma_1 = 1, \gamma_2 = \gamma_3 = 0, u_1 = u_2 \equiv 0, \varphi \equiv 0. \tag{8}$$

В п. 2.3 исследуется устойчивость указанных стационарных движений. В п. 2.3.1 приведены общие соображения об исследовании устойчивости стационарных движений сложных механических систем, содержащих звенья с распределенными параметрами. Приведена теорема В.В.Румянцева об устойчивости, сводящая задачу об устойчивости стационарных движений сложных механических систем к проблеме минимума функционала измененной потенциальной энергии W . Достаточными условиями минимума W

служат условия положительной определенности второй вариации $\delta^2 W$ функционала W . Выражение второй вариации $\delta^2 W$ представляется в виде суммы трех слагаемых

$$\delta^2 W_* = F_0(u) + F_1(u,\gamma) + F_2(\gamma). \tag{9}$$

В выражении (9) $F_0(u)$ – квадратичный функционал, отражающий изменение формы части системы с распределенными параметрами, описываемое вектор-функцией u ; $F_2(\gamma)$ – квадратичная форма обобщенных координат γ_j , совпадающая с $\delta^2 W_*$ для «отвердевшей» системы, получаемой из исходной отвердеванием упругой части системы; $F_1(u,\gamma)$ – функционал, билинейный относительно функций u_1, u_2, φ и переменных γ_j , характеризующий взаимное влияние изменения положения подсистемы с конечным числом степеней свободы и деформации ее звеньев с распределенными параметрами.

Используя известный способ разбиения функционала $\delta^2 W_*$, представим выражение (9) в виде

$$\delta^2 W_* = F_0(u - u^0) + U(\gamma), \tag{10}$$

где u^0 – решения краевых задач, получающихся из условия минимума по u функционала $F_0 + F_1$ при