

На правах рукописи

Афанасьев Андрей Александрович

**ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ
СОВМЕСТНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ВОДЫ И ПАРА
С УЧЁТОМ ТЕПЛОВЫХ ЭФФЕКТОВ
И ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ**

Специальность 01.02.05 — Механика жидкости, газа и плазмы

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва 2008

Работа выполнена на кафедре гидромеханики механико-математического факультета и в лаборатории общей гидромеханики НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова.

Научные руководители: доктор физико-математических наук,
профессор А.А. Бармин
доктор физико-математических наук,
член-корреспондент РАН,
О.Э. Мельник

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
Г.Г. Цыпкин
доктор технических наук,
профессор Н.М. Дмитриев

Ведущая организация: Институт физики Земли
им. О.Ю. Шмидта РАН, г. Москва

Защита состоится 16 мая 2008 г. в 15 часов 00 минут на заседании диссертационного совета Д.501.001.89 при Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова по адресу: 119899, г. Москва, Воробьёвы горы, главное здание МГУ, механико-математический факультет, ауд. 16-24.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Автореферат разослан «_____» апреля 2008 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета Д.501.001.89,
доктор физико-математических наук

А.Н. Осипцов

1. Общая характеристика работы

Актуальность темы. Геотермальные резервуары представляют собой нагретые до высоких температур насыщенные водой и паром пористые среды. Подобные формации располагаются в областях активной вулканической деятельности, где имеется поток тепла из недр Земли к вмещающей воду и пар пористой среде.

Возрастающие энергетические потребности требуют освоения альтернативных источников энергии. Одним из решений этой проблемы является промышленная разработка геотермальных систем. Для извлечения геотермальных ресурсов производится бурение добывающих скважин, вскрывающих пористые пласты, насыщенные перегретым сильно сжатым паром. Под действием внутрипластового давления теплоноситель - пар поднимается на поверхность и используется для получения электроэнергии. Если давления в системе не достаточно для извлечения необходимых объёмов пара, то в дополнение к добывающим скважинам бурятся нагнетательные, через которые в нагретый резервуар закачивается холодная вода. При течении воды от нагнетательных к добывающим скважинам она нагревается и испаряется, вследствие чего давление в геотермальном пласте поднимается до необходимых для разработки значений.

Актуальность работы связана с необходимостью более детального анализа нелинейных эффектов в двухфазных фильтрационных течениях жидкости и её пара, так как подобные течения реализуются в широком круге прикладных проблем добычи полезных ископаемых: при разработке геотермальных резервуаров, а также при тепловых методах разработки месторождений углеводородов.

Цель работы

- Исследовать качественные особенности совместных неизотермических сопровождающихся процессами фазового перехода течений воды и пара в пористой среде. Определить доминирующие механизмы их развития.
- Исследовать эволюционность, структуру и устойчивость фронтов фазового перехода в фильтрационных течениях воды и пара.
- Провести анализ решений классической задачи о распаде произвольного разрыва в геотермальном пласте.
- Реализовать эффективные алгоритмы численного моделирования фильтрационных течений воды и пара.

Научная новизна

- Рассмотрены нелинейные эффекты в двухфазных течениях жидкости и её пара в пористой среде с учётом процессов теплопроводности и фазовых переходов. Задачи фильтрации рассмотрены с учётом как конвективного, так и кондуктивного переноса тепла. Построены точные решения нелинейных задач.
- Разрывные совместные фильтрационные течения воды и пара рассмотрены в рамках современной теории сильных разрывов. Проведён анализ эволюционности и предложена модель структуры всех возможных в течениях воды и пара фазовых разрывов. Показано, что априорно эволюционные разрывы могут не иметь структуру. (Априорно эволюционными называем разрывы, число уходящих малых возмущений от которых на единицу меньше числа заданных на них условий). Модель фильтрации включает в себя уравнения для описания непрерывных течений и множество допустимых (имеющих структуру) разрывов, которое определено в диссертационной работе.
- Из условия существования структуры сформулировано дополнительное к законам сохранения условие на разрыве (условие Жуге), которое необходимо для корректной постановки задач фильтрации воды и пара.
- Предложена модель структуры межпластовых фазовых разрывов, то есть разрывов, образующихся на границе между проницаемыми пластами с разными свойствами. Решена задача о взаимодействии фронтов испарения с межпластовыми разрывами.
- Решена более общая по сравнению с рассмотренными ранее классическая задача о распаде произвольного разрыва в геотермальном пласте. В отличие от случая газовой динамики, где соответствующая задача рассмотрена для уравнений гиперболического типа, в данной работе задача решена для уравнений, которые в разных областях имеют смешанный или параболический тип. Выявлено сложное строение решений с немонотонным распределением параметров, каждое из которых содержит до четырёх фронтов фазового перехода и качественно отличается от решений задачи в газовой динамике.
- В явном виде получено достаточное условие неустойчивости фронтов фазового перехода в пористой среде. При помощи прямого численного

моделирования рассмотрена нелинейная стадия развития неустойчивости фронтов между жидкостью и её паром в пористой среде с учётом теплопроводности и фазовых переходов.

Научная значимость

- Проведён анализ нелинейных процессов неизотермической двухфазной фильтрации жидкости и её пара с учётом фазовых переходов, который может быть полезным при определении доминирующих механизмов и сценариев развития процессов в других задачах.
- С позиций современных представлений о сильных разрывах исследовано множество допустимых в фильтрационных течениях воды и пара фазовых разрывов. Это исследование будет полезным для корректной постановки задач фильтрации воды и пара.
- Проведён анализ решений классической задачи о распаде произвольного разрыва для уравнений смешанного и параболического типа.
- Помимо самостоятельного значения полученного в работе критерия неустойчивости фронтов фазового перехода также ценен метод его получения, который может использоваться при изучении устойчивости разрывов в течениях других сред, описываемых смешанными и параболическими системами уравнений.

Практическая значимость состоит в том, что результаты работы, в том числе разработанные конечно-разностные методы расчёта двухмерных течений воды и пара в пористой среде могут быть использованы при моделировании и оценки эффективности разработки геотермальных систем и тепловых методов разработки нефтяных месторождений. Кроме того полученные результаты могут быть применены при моделировании извержений вулканов с учётом их взаимодействий с геотермальными системами.

Достоверность результатов обусловлена использованием фундаментальных уравнений фильтрации многофазных сред, корректной, опирающейся на современные представления о сильных разрывах, постановкой задач, точным решением ряда модельных задач и значительным числом аналитических результатов работы, получением результатов, согласующихся в некоторых частных случаях с результатами других исследователей. Достоверность численных решений поставленных задач обусловлена тщательной проверкой

корректности вычислений различными способами, совпадением результатов расчётов и аналитических решений для модельных задач.

Апробация работы. Основные результаты, полученные в диссертации, докладывались и обсуждались на семинаре под руководством академика РАН А.Г. Куликовского, проф. А.А. Бармина, проф. В.П. Карликова, на конференции-конкурсе молодых учёных НИИ механики МГУ (Москва, 2004-2007 гг.), Всероссийской конференции "Задачи со свободными границами: теория, эксперимент и приложение" (Бийск, 2005 г.), XIII, XV школах-семинарах "Современные проблемы аэрогидродинамики" (Сочи, 2005, 2007 гг.), конференции "Ломоносовские чтения" (Москва, МГУ, 2006, 2007 гг.), на IX Всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике (Нижний Новгород, 2006 г.), Всероссийской конференции "Фундаментальный базис новых технологий нефтяной и газовой промышленности" (Москва, 2007 г.), на Генеральной Ассамблее Международного союза геодезии и геофизики (Италия, Перуджа, 2007 г.), международной конференции "Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность" (Звенигород, 2008 г.).

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в семнадцати работах, в том числе в четырёх статьях в журналах из списка ВАК.

Структура и объём работы. Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения и списка литературы. В работе содержится 30 рисунков, 1 таблица и 93 библиографические ссылки. Общий объём работы составляет 154 страницы.

2. Содержание работы

Введение

Во введении описываются основные представления о течениях воды и пара в пористой среде, сопровождающихся испарением или конденсацией. При течении воды в нагретой пористой среде могут присутствовать однофазные зоны фильтрации воды или пара и двухфазные зоны совместной фильтрации фаз - зоны пароводяной смеси. Эти зоны разделены подвижными границами фазового раздела - фронтами фазового перехода. Процессы испарения или конденсации могут иметь место только в зонах смеси и на разрывах.

Приводится обзор литературы, касающейся проблем фильтрации воды и пара. К настоящему времени имеется широкий круг работ, в которых построены приближённые решения ряда частных автомодельных задач. Для упро-

щения их решения обычно пренебрегают конвективным или кондуктивным переносом тепла; по сути фильтрация рассматривается в линейном приближении с нелинейными соотношениями на разрывах. Также имеющиеся работы содержат недостаток, касающийся постановки решаемых в них задач: для корректной постановки дополнительное к законам сохранения условие на одном из входящих в решение разрыве выставлялось из эвристических соображений. В настоящей работе проведён анализ эволюционности разрывов, из которого следует, что дополнительным условием будет известное условие Жуге. В диссертационной работе фильтрация рассмотрена с учётом как конвективного, так и кондуктивного переноса тепла. Построены точные решения нелинейных задач.

В конце введения изложена структура диссертации и перечислены основные исследуемые вопросы.

Первая глава

Первая глава посвящена формулировке математической модели фильтрации воды и пара. Предполагается, что течения равновесны по отношению к внутренним процессам, температуры скелета породы и наполняющего его флюида совпадают. Капиллярные эффекты не учитываются, поэтому в областях смеси давления в воде и в паре равны между собой. Вода и пар рассматриваются как двухпараметрические среды, а давление и температура выбраны в качестве параметров, определяющих их термодинамическое состояние. Считается, что вода чистая, без солевых примесей. Фильтрационные течения являются медленными, ползущими, поэтому кинетическая энергия по сравнению с тепловой пренебрегается. Пористый резервуар полагается несжимаемым, сила тяжести не учитывается.

В **разделах 1.1—1.4** сформулирована замкнутая модель совместной неизотермической фильтрации воды и пара. Система основных уравнений состоит из законов сохранения массы, энергии (1) и закона фильтрации Дарси (2).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} (\rho_w \mathbf{v}_w + \rho_v \mathbf{v}_v) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \operatorname{div} \left(\rho_w \mathbf{v}_w h_w + \rho_v \mathbf{v}_v h_v - \lambda \frac{\partial T}{\partial \mathbf{r}} \right) = 0$$

$$\mathbf{v}_i = - \frac{K f_i(s)}{\mu_i} \frac{\partial P}{\partial \mathbf{r}}, \quad i = v, w \tag{2}$$

$$\rho(P, T, s) = ms\rho_w + m(1 - s)\rho_v + (1 - m)\rho_s$$

$$\rho e(P, T, s) = ms\rho_w e_w + m(1 - s)\rho_v e_v + (1 - m)\rho_s e_s$$

$$\lambda(P, T, s) = ms\lambda_w + m(1 - s)\lambda_v + (1 - m)\lambda_s$$

Здесь P - давление, T - температура, s - водонасыщенность - объёмное содержание воды в порах, ρ - плотность, \mathbf{v} - скорость фильтрации, e - внутренняя энергия, h - энтальпия, λ - коэффициент теплопроводности, K - проницаемость породы, m - пористость, μ - вязкость. Индекс v - соответствует параметрам в паре, w - в воде, s - в скелете породы.

Согласно (2) скорость каждой фазы пропорциональна с отрицательным коэффициентом $\partial P / \partial \mathbf{r}$. Причём в двухфазных областях скорости воды и пара различны и зависят от количества воды в порах s . Относительные фазовые проницаемости $f(s)$ характеризуют взаимодействие пористой среды и жидкости на масштабах пор и зависят от структуры пор скелета.

Подставив (2) в (1) получим

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \left(-\kappa \frac{\partial P}{\partial \mathbf{r}} \right) = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \operatorname{div} \left(-\varphi \frac{\partial P}{\partial \mathbf{r}} - \lambda \frac{\partial T}{\partial \mathbf{r}} \right) = 0$$

$$\kappa(P, T, s) = \rho_w \frac{K f_w}{\mu_w} + \rho_v \frac{K f_v}{\mu_v}$$

$$\varphi(P, T, s) = \rho_w \frac{K f_w}{\mu_w} h_w + \rho_v \frac{K f_v}{\mu_v} h_v$$

Здесь $-\kappa \partial P / \partial \mathbf{r}$ - поток массы ($\kappa > 0$), $-\varphi \partial P / \partial \mathbf{r}$ - конвективный поток тепла ($\varphi > 0$), $-\lambda \partial T / \partial \mathbf{r}$ - кондуктивный поток тепла.

Система (3) должна быть дополнена уравнениями состояния каждой из фаз: $\rho_i(P, T)$, $e_i(P, T)$, $i = v, w, s$ и т.д., соотношением, определяющим температуру термодинамического равновесия между водой и паром $T_f(P)$ и относительными фазовыми проницаемостями $f_i(s)$, $i = v, w$. Для проводимых в диссертационной работе исследований конкретный вид уравнений состояния не существен, поэтому полученные результаты могут быть использованы для описания фильтрационных течений других жидкостей и их паров.

Уравнения (3) представляют систему двух уравнений относительно P , T и s . В однофазных областях воды (3) замыкается условиями $s = 1$, $T \leq T_f(P)$, в

областях пара - $s = 0$, $T \geq T_f(P)$, в областях пароводяной смеси - $T = T_f(P)$, $0 \leq s \leq 1$.

Вместо температуры T в качестве одной из неизвестных величин в системе (3) удобно использовать перегрев $F = T - T_f(P)$ - разность между температурой и температурой кипения. В воде $F \leq 0$, в паре $F \geq 0$, в смеси $F = 0$. Второе уравнение (3) можно представить в виде

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \operatorname{div} \left(-\chi \frac{\partial P}{\partial \mathbf{r}} - \lambda \frac{\partial F}{\partial \mathbf{r}} \right) = 0 \quad (4)$$

Здесь $\chi = \varphi + \lambda T'_f$, $T'_f = dT_f/dP$, $-\lambda \partial F / \partial \mathbf{r}$ - часть кондуктивного потока тепла, которая соответствует неравновесному ($F \neq 0$) распределению температуры - неравновесный кондуктивный поток тепла. В зонах смеси $-\lambda \partial F / \partial \mathbf{r} = 0$ и в случае общего положения $-\lambda \partial F / \partial \mathbf{r} \neq 0$ в зонах воды или пара.

Для изучения свойств системы (3,4) в **разделе 1.5** рассмотрены решения мало отклоняющиеся в точке $\mathbf{r} = 0$, $t = 0$ от другого решения этой системы - фона, на котором распространяются возмущения течения, удовлетворяющие линеаризованной системе уравнений. Рассмотрены решения пропорциональные $\exp i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)$, $\omega \rightarrow \infty$, $k \rightarrow \infty$ и получено дисперсионное уравнение на ω и \mathbf{k} . Показано, что однофазная фильтрация воды и пара описывается параболической системой уравнений - дисперсионное уравнение имеет два корня (5).

$$\frac{i\omega}{\mathbf{k}^2} = a, \quad \operatorname{Im} a = 0, \quad a > 0 \quad (5)$$

Система в областях пароводяной смеси вырождается: помимо корня (5), соответствующего малым возмущениям параболического типа, также имеется корень (6), который соответствует малым возмущениям гиперболического типа.

$$\omega = \mathbf{C}\mathbf{k}, \quad \mathbf{C} = -\frac{\partial H}{\partial s} \frac{\psi}{\rho'_s \rho e'_s} \frac{\partial P}{\partial \mathbf{r}} \quad (6)$$

$$H = \frac{\rho e'_s \kappa}{\psi}, \quad \psi = \rho'_s \chi - \rho e'_s \kappa > 0$$

Безразмерная функция H - адиабата разрыва.

В **разделе 1.6** получено "коротковолновое приближение" системы (3,4), описывающее течения, характерный масштаб которых $l \rightarrow 0$ стремится к нулю пропорционально характерному времени течения $t \rightarrow 0$, $Vt \sim l$. Здесь V характерная скорость. Приближение коротких волн используется при решении задач в третьей и шестой главах.

При $l \rightarrow 0$ время распространения волн P и T , которые описываются уравнением диффузии, пропорционально l^2 , то есть на порядок меньше характерного времени t , поэтому распределения P и T квазистационарны. В областях воды(пара) дисперсионное уравнение системы (3,4) имеет два эллиптических корня

$$\mathbf{k}^2 = 0 \quad (7)$$

соответствующих квазистационарному распространению волн P и T . В областях смеси в отличие от областей воды или пара имеется только один эллиптический корень (7). Это связано с тем, что в смеси P и T связаны условием термодинамического равновесия $T = T_f(P)$ и их волны распространяются совместно. Также в смеси дисперсионное уравнение имеет корень (6).

В **разделе 1.7** показано, что, если конвективный перенос тепла преобладает над кондуктивным

$$\left| \varphi \frac{\partial P}{\partial \mathbf{r}} \right| \gg \left| \lambda \frac{\partial T}{\partial \mathbf{r}} \right|,$$

то коротковолновое приближение уравнений совместной фильтрации воды и пара совпадает с классическими уравнениями Баклея-Левретта, описывающими изотермическую фильтрацию несмешивающихся жидкостей.

В **разделе 1.8** подведены выводы к первой главе.

Содержание первой главы носит вводный характер и основывается на результатах А.Г. Куликовского, Г.Г. Цыпкина и более ранних работ. Автором диссертационной работы предложено использовать в качестве одного из неизвестных параметров течения перегрев F . Также автору принадлежит формулировка коротковолнового приближения системы (3,4).

Вторая глава

Во второй главе проведён анализ свойств всех возможных в фильтрационных течениях воды и пара подвижных фронтов фазового перехода. Предполагается, что давление и температура непрерывны на разрыве, а рвутся только их градиенты и водонасыщенность. На разрыве $F = 0$.

В **разделе 2.1** рассмотрены условия на разрывах. Проводя тождественные преобразования, законы сохранения массы и энергии на фронте можно представить в виде

$$mW = - \left(\frac{H(s_+)}{1 + G_+} - \frac{H(s_-)}{1 + G_-} \right) \frac{\Omega_-}{s_+ - s_-} \quad (8)$$

$$\Omega_+ = \Omega_- \quad (9)$$

$$G = \lambda \frac{\partial F}{\partial x} \frac{\rho'_s}{\psi} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^{-1}, \quad \Omega = (1 + G) \frac{\psi m}{\rho'_s \rho e'_s} \frac{\partial P}{\partial x}$$

Уравнение (8) определяет скорость разрыва W . Можно показать, что (9) есть условие баланса той части тепла, которая может расходоваться на процессы фазового перехода на разрыве. G - безразмерный неравновесный кондуктивный поток тепла. Условия (8,9) удобны; оказывается, что скорость разрыва смесь-смесь ($G_{\pm} = 0$), также как и скорость ударной волны в газовой динамике, пропорциональна тангенсу угла наклона секущей к адиабате между состояниями перед и за разрывом.

В **разделе 2.2** получено соотношение, позволяющее определить направление и интенсивность процессов фазового перехода на разрыве.

Предложенная А.Г. Куликовским структура внутреннего разрыва в смеси - фронта смесь-смесь в **разделе 2.3** обобщена на случай разрывов между областями с разными свойствами - на случай фронтов смесь-вода(пар) и вода-пар. Представим характер вырождения системы (3) в смеси как результат предельного перехода $T = T_f(P) - \varepsilon s$, $\varepsilon \rightarrow 0$, $\varepsilon > 0$. Тогда в законе сохранения энергии в (3) появится дополнительный потоковый член $\lambda \varepsilon \partial s / \partial \mathbf{r}$, который, как можно считать при интерпретации, отвечает переносу тепла из-за диффузии жидкости. В случае одномерных течений система (3,4) примет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(-\kappa \frac{\partial P}{\partial x} \right) &= 0 \\ \frac{\partial \rho e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(-\chi \frac{\partial P}{\partial x} - \lambda \frac{\partial F}{\partial x} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} \left(-\lambda \varepsilon \frac{\partial s}{\partial x} \right) \end{aligned} \tag{10}$$

В связанной с разрывом системе координат рассмотрены стационарные решения (10) - структура разрыва и получено уравнение структуры

$$\begin{aligned} \lambda m \varepsilon \frac{\kappa}{\psi} \frac{ds}{d\xi} &= \\ &= - \left\{ H(s) - \left(\frac{H(s_-)}{1 + G_-} + \left(\frac{H(s_+)}{1 + G_+} - \frac{H(s_-)}{1 + G_-} \right) \frac{s - s_-}{s_+ - s_-} \right) \right\} \Omega \end{aligned}$$

В **разделах 2.4, 2.5, 2.6** проведено исследование эволюционности и свойств фронтов смесь-смесь, смесь-вода(пар) и вода-пар соответственно. Показано, что, если адиабата разрыва $H(s)$ выпукла вниз, то структуру имеют только априорно эволюционные разрывы смесь-смесь. При этом имеющие структуру разрывы будут фронтами испарения. Структуру разрыва во-

да(пар) - смесь имеют только априорно эволюционные разрывы и фронты Жуге. Априорно эволюционные разрывы между водой и паром могут не иметь структуру.

В диссертационной работе впервые отмечено, что направление фазовых переходов на фронте, эволюционность разрыва и т.д. качественно зависят только от двух безразмерных параметров: s_{\pm} - в случае разрыва смесь-смесь, s_{-} , G_{+} - смесь-вода(пар), G_{\pm} - вода-пар. В плоскости этих параметров проведено исследование свойств фронтов.

В **разделе 2.7** подведены итоги ко второй главе.

Третья глава

В третьей главе исследованы свойства межпластовых разрывов, то есть разрывов параметров течения, которые образуются на границе между пластами разной проницаемости. Их скорость равна нулю, а положение совпадает с положением межпластовой границы. На межпластовых разрывах также как и на фронтах фазового перехода рвутся водонасыщенность и градиенты давления и температуры.

Рассмотрена задача о взаимодействии подвижных фронтов фазового перехода с межпластовыми разрывами, постановка которой сформулирована в **разделе 3.1**.

В **разделе 3.2** рассмотрена эволюционность межпластовых разрывов, а также предложена модель их структуры.

В **разделе 3.3** в коротковолновом приближении предложен графический способ решения задачи о взаимодействии фронтов с межпластовыми разрывами. Решение задачи зависит только от вида двух функций: адиабат разрыва в каждом из пластов.

В **разделе 3.4** подведены итоги к третьей главе.

Четвёртая глава

В четвёртой главе в полной нелинейной постановке решена классическая задача о распаде произвольного разрыва в геотермальном пласте.

Раздел 4.1 посвящён постановке задачи. Пусть имеется однородный одномерный бесконечный пористый резервуар, в котором в начальный момент времени ($t = 0$) присутствует фазовый разрыв ($x = 0$), разделяющий две области ($x < 0$ и $x > 0$), насыщенных смесью воды и пара. Распределения давления и водонасыщенности при $t = 0$ в каждой области постоянны и равны P_{-} , s_{-} и P_{+} , s_{+} при $x < 0$ и $x > 0$ соответственно. Начальный разрыв

в общем случае существовать не может и в процессе эволюции (при $t > 0$) распадётся на систему распространяющихся в пласте фронтов. Исследуется временная эволюция описанного распределения в зависимости от P_{\pm}, s_{\pm} .

Задача о распаде по постановке автомодельная и имеет решения, зависящие от x и t в виде комбинации

$$\xi = \frac{x}{\sqrt{\chi_k t}} \quad (11)$$

Здесь $\chi_k = \text{const}$ - масштабный коэффициент. Переходя в (3) к автомодельной переменной (11), получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача о распаде решалась методом пристрелки при помощи численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений (3,11).

В **разделе 4.2** исследованы интегральные кривые системы (3,11), соответствующие зонам пароводяной смеси. С учётом проведённого во второй главе анализа эволюционности разрывов показано, что, если в решении задачи присутствует внутренняя ограниченная разрывами зона смеси, то в случае общего положения один и только один из двух разрывов, ограничивающих эту область, будет фронтом Жуге, то есть будет двигаться с характеристической скоростью ($W = C$).

Анализ свойств интегральных кривых показал, что непрерывное решение задачи о распаде произвольного разрыва существует в четырёхмерном пространстве её начальных параметров P_{\pm}, s_{\pm} на двумерном многообразии. Таким образом, в случае общего положения решение задачи разрывно.

В **разделе 4.3** представлено однофронтное с разрывом смесь-смесь решение задачи (рис.1. I, давление $\Pi = P/P_a$ отнесено к $P_a = 10^5$ Па). Согласно (2) течение происходит из зоны $x > 0$ в зону $x < 0$ - в область низкого давления. Важную роль в протекающих в пласте процессах играет скелет пористой породы, так как он занимает основной объём пространства ($m \ll 1$) и, следовательно, большая часть тепловой энергии сосредоточена именно в скелете. Так как температура при $x > 0$ падает, то внутренняя энергия пористой породы уменьшается. Согласно закону сохранения энергии образуется отток тепла от породы: часть тепла уносится кондуктивно, вследствие процессов теплопроводности, часть конвективно, в результате нагрева фильтрующегося флюида, но существенная часть уходит на испарение воды. Таким образом, при $x > 0$ ($\xi > 0$) в пласте имеет место испарение, которое наиболее интенсивно в областях с наибольшим оттоком тепла от скелета породы, то есть в зонах наибоыстрейшего падения температуры: при конечных $x > 0$ ($\xi > 0$). Аналогично при конечных $x < 0$ ($\xi < 0$) имеет место конденсация пара

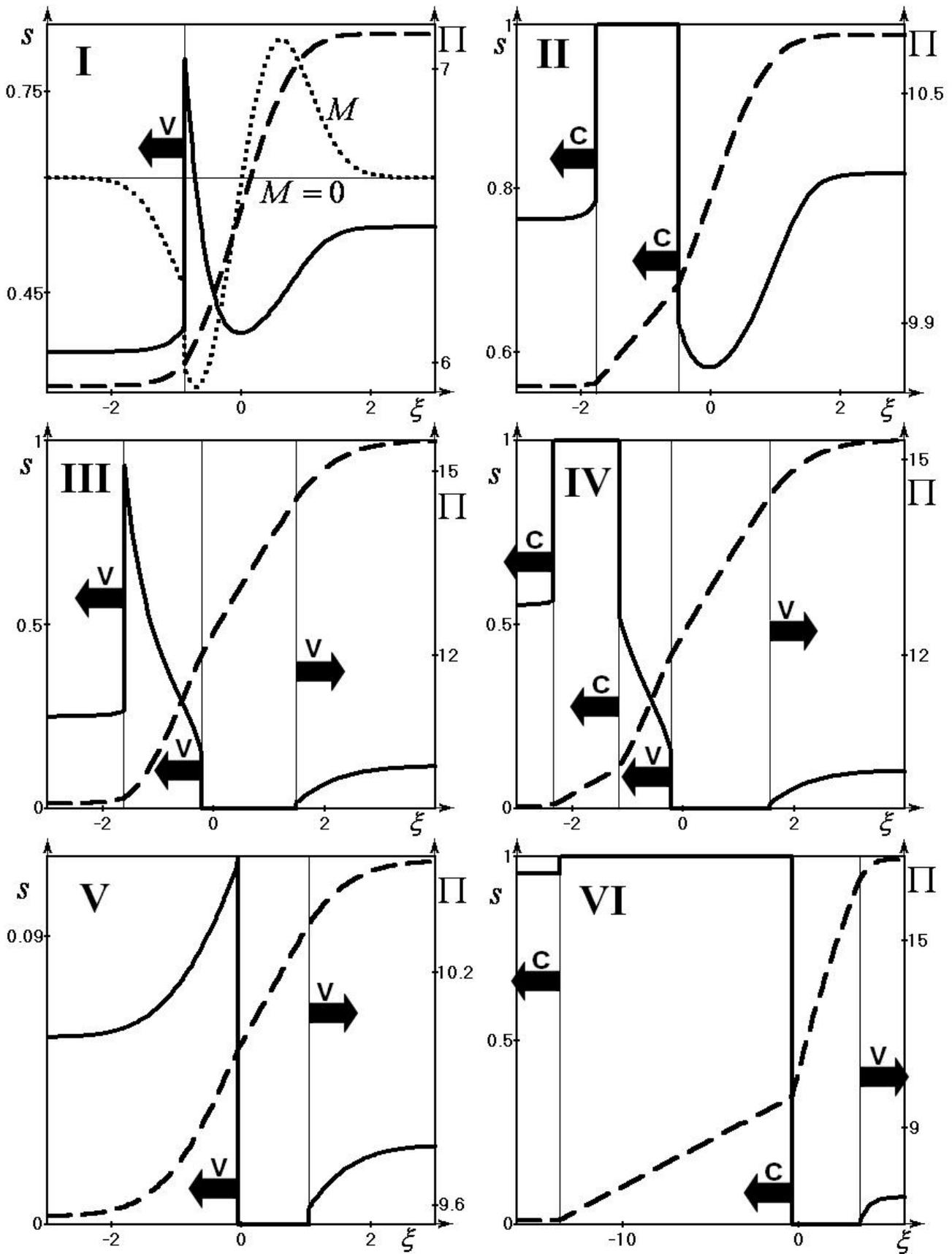


Рис. 1. Типы решения задачи. Сплошная линия - распределение водонасыщенности - s , штриховая - давления - Π . Символами v и c отмечены фронты испарения и конденсации. M - интенсивность процессов фазового перехода.

(рис.1. I).

В представленном случае (рис.1. I), распределение водонасыщенности имеет минимум в окрестности начального положения разрыва ($x = 0$) и максимум на фронте. Причём величина максимума больше начальных значений водонасыщенности s_{\pm} в пласте. Такой немонотонный вид распределения имеет следующее объяснение. При конечных $x > 0$ имеет место испарение воды, которая движется в отрицательном направлении оси x (ξ) и, следовательно, с уменьшением x (ξ) водонасыщенность убывает. Образующийся пар, как более подвижная, то есть менее вязкая фаза, инжектируется в область $x < 0$. При конечных $x < 0$ пар конденсируется, поэтому в области $x < 0$ количество воды увеличивается и с уменьшением x (ξ) водонасыщенность возрастает. Максимум водонасыщенности на фронте образуется вследствие интенсивных процессов конденсации пара при $x < 0$.

Однофронтное решение задачи о распаде существует только для относительно малых начальных перепадов давления $|\Pi_+ - \Pi_-|$. При фиксированных s_{\pm} , с непрерывным увеличением $|\Pi_+ - \Pi_-|$ интенсивность процессов фазового перехода в пласте увеличивается и по достижении некоторого значения испарение при $x > 0$ или конденсация при $x < 0$ протекает столь интенсивно, что образующийся в пласте пар или вода соответственно в некоторой области пористой среды полностью вытесняет воду или пар: образуются однофазные зоны фильтрации пара или воды, отделённые от областей смеси фазовыми разрывами.

В **разделе 4.4** представлены возможные решения задачи (рис.1): I - однофронтное решение, II - двухфронтное с водяной пробкой, III - трёхфронтное с разрывом смесь-смесь и паровой пробкой, IV - четырёхфронтное с областями воды и пара, V - двухфронтное с паровой пробкой, VI - трёхфронтное с разрывом вода-пар.

В решениях III и IV присутствует внутренняя область пароводяной смеси, поэтому, согласно проведённому в разделе 4.2 анализу, один из ограничивающих её разрывов будет фронтом Жуге. В III,IV фронтом Жуге будет разрыв смесь-пар (случай фронта Жуге вода-смесь для рассмотренных параметров среды и пласта не реализовывался).

Рассмотрим распределения в решении IV (рис.1) в области $\xi < 0$, которые соответствуют решению задачи об инжекции пара в полубесконечный ($x < 0$), насыщенный пароводяной смесью пласт. Температура закачиваемого пара больше начальной температуры смеси, однако перед областью пара внутрь резервуара распространяются области воды и пароводяной смеси. Та-

ким образом, если в пласт закачивается горячий пар, то перед ним возможно образование области воды, отделённой от зоны пара областью смеси.

В разделе 4.5 показано, что без условия существования структуры разрыва решение задачи о распаде произвольного разрыва неединственно. Предложены начальные параметры задачи Π_{\pm}, s_{\pm} , для которых существуют её решения как типа IV, так и VI. В построенных решениях все разрывы априорно эволюционны, однако в VI разрыв вода-пар не имеет структуру. Таким образом, нельзя провести отбор верных (эволюционных) решений, исходя только из требования априорной эволюционности фронтов. Такой отбор возможно провести учитывая условие существования структуры разрывов.

С учётом условия существования структуры разрывов решение задачи существует и единственно.

В разделе 4.6 представлены решения задачи о распаде произвольного разрыва смесь-пар. Построено точное решение задачи с разрывом, на котором давление имеет максимум.

В разделе 4.7 подведены итоги к четвёртой главе.

Пятая глава

В пятой главе описана конечно-разностная схема, применявшаяся для численного решения задач, представленных в шестой главе.

В разделе 5.1 методом конечных объёмов получена разностная схема расчёта течений воды и пара. Схема полностью неявная, консервативная с разностями против потоков. Показано, что расчётная схема имеет первый порядок аппроксимации по временной и пространственной переменным.

В разделе 5.2 описана и схематически изображена структура расчётного кода, в котором была реализована разностная схема. Достоинство кода состоит в том, что в расчёте не нужно специальным образом отслеживать положение разрывов. Разрывы автоматически выделяются в вычислениях.

В разделе 5.3 описано тестирование разностной схемы. Проводилось сравнение точных решений задачи о распаде произвольного разрыва с её численными решениями. Показано, что при сгущении расчётной сетки численное решение задачи сходится к её точному решению. Применялся следующий тест, показывающий, что в расчётах разрывы без структуры не реализуются. В тестовом расчёте за начальные распределения P, T, s выбирались их распределения в момент времени $t \neq 0$ в неэволюционном решении VI (рис.1), когда разрыв вода-пар не имеет структуру, а эволюционное решение имеет тип IV. В расчёте не имеющий структуру фронт вода-пар распадается на два

разрыва вода-смесь и смесь-пар, а распределение параметров в пласте при $t \rightarrow \infty$ стремится к их распределению в решении IV.

В разделе 5.4 подведены выводы к пятой главе.

Шестая глава

Шестая глава посвящена исследованию гидродинамической устойчивости подвижных фронтов фазового перехода.

В разделе 6.1 в приближении коротких волн проведён линейный анализ устойчивости разрывов между водой и паром в пористой среде. Анализ устойчивости проведён для имеющих структуру разрывов, то есть для тех разрывов, от которых, согласно проведённому во второй главе исследованию, не уходят малые возмущения (6). Так как в неустойчивой ситуации источником возмущений должен быть сам фронт, то возмущённое течение слева и справа от разрыва состоит из уходящих от него волн (7), в которых $\mathbf{k}^2 = 0$. Можно показать, что в уходящих волнах отсутствуют возмущения s , что в совокупности с условием (7) существенно упрощает анализ устойчивости. Получено достаточное условие неустойчивости разрыва

$$-\frac{[H]}{[s]} \frac{\psi_- - \psi_+}{\psi_- + \psi_+} \frac{\Omega}{m} + \frac{1}{[s]} \left\{ \frac{H_+ G_+}{1 + G_+} + \frac{H_- G_-}{1 + G_-} \right\} \frac{\Omega}{m} > 0 \quad (12)$$

Несмотря на то, что формулировка критерия (12) сложна, само условие неустойчивости имеет простую интерпретацию, предложенную в разделах 6.2, 6.3.

В разделе 6.2 условие (12) рассмотрено для разрыва смесь-смесь ($G_{\pm} = 0$), когда в (12) второе слагаемое обращается в ноль. В этом случае (12) можно представить в виде

$$W \left(\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_+ - \left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_- \right) \left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_- > 0 \quad (13)$$

Согласно (13) разрыв смесь-смесь неустойчив, когда за разрывом модуль градиента давления меньше, чем перед ним. Условие неустойчивости (13) и критерий при классической неустойчивости Саффмана-Тейлора имеют одну и ту же интерпретацию. Действительно, в классическом случае, когда происходит вытеснение одной жидкости другою, несмешивающейся с первой, фронт вытеснения неустойчив, если вытесняющая жидкость имеет меньшую вязкость, чем вытесняемая. Следовательно, так как скорости жидкостей совпадают, то согласно закону Дарси в неустойчивом случае модуль градиента

давления за разрывом меньше, чем перед ним. Отличие от классической ситуации состоит в том, что разрыв смесь-смесь может распространяться против потока (при $-[H]/[s] < 0$), и поэтому может быть неустойчивым, когда вытесняющая смесь менее подвижна, чем вытесняемая. Таким образом, при (13) на фронте смесь-смесь имеется дестабилизирующий скачок градиента давления, который, по аналогии с классическим случаем, соответствует неустойчивому вытеснению смеси другою более подвижной смесью.

В разделе 6.3 критерий (12) рассмотрен для разрывов смесь-вода(пар) и вода-пар. Пусть однофазная область воды или пара находится справа от разрыва. Зафиксируем параметры слева от него, тогда Ω , s_{\pm} , а также первое слагаемое в (12) фиксированы. Будем увеличивать по абсолютной величине неравновесный кондуктивный поток тепла $|\lambda_+ \partial F / \partial x|_+$, тогда оказывается, что второе слагаемое в (12), а, следовательно, и левая часть (12) - показатель роста возмущений будут убывать. Таким образом, неравновесные кондуктивные потоки тепла со стороны однофазных областей воды или пара способствуют стабилизации поверхности раздела фаз.

В разделе 6.4 в двумерной постановке рассмотрена задача об инъекции пароводяной смеси в насыщенный смесью резервуар ($L_x \times L_y$) с однородным распределением начальных параметров P_+ , T_+ , s_+ (рис.2). На границах резервуара $y = 0$, $y = L_y$, $x = L_x$ заданы условия непротекания и теплоизолированной стенки

$$\frac{\partial P}{\partial \mathbf{r}} \mathbf{n} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \mathbf{r}} \mathbf{n} = 0$$

Здесь \mathbf{n} нормаль к границе резервуара. На четвёртой границе $x = 0$ в момент времени $t = 0$ P , T , s скачком изменяются и удерживаются, причём давление возрастает - происходит инъекция смеси в резервуар.

Проведено сравнение численных решений задачи об инъекции в двумерной постановке с её точными решениями в соответствующей одномерной автотомодельной постановке. На рис.2.а ($[L_j] = m$, $j = x, y$) изображено однофронтное решение задачи, когда внутри резервуара распространяется только разрыв смесь-смесь, согласно (13), неустойчивый в одномерной постановке. В двухмерном решении поверхность разрыва не плоская: образуются пальцы с высоким содержанием воды, проникающие в область перед разрывом. Развивается область перемешивания, в которой поверхность разрыва случайным образом сильно искривлена и решение задачи двумерно. Скорость распространения области совпадает со скоростью фронта в автотомодельном решении. В области перемешивания распределение s отлично от $\bar{s}(x)$ - осреднённой вдоль оси y водонасыщенности, вне области решение задачи одномерно

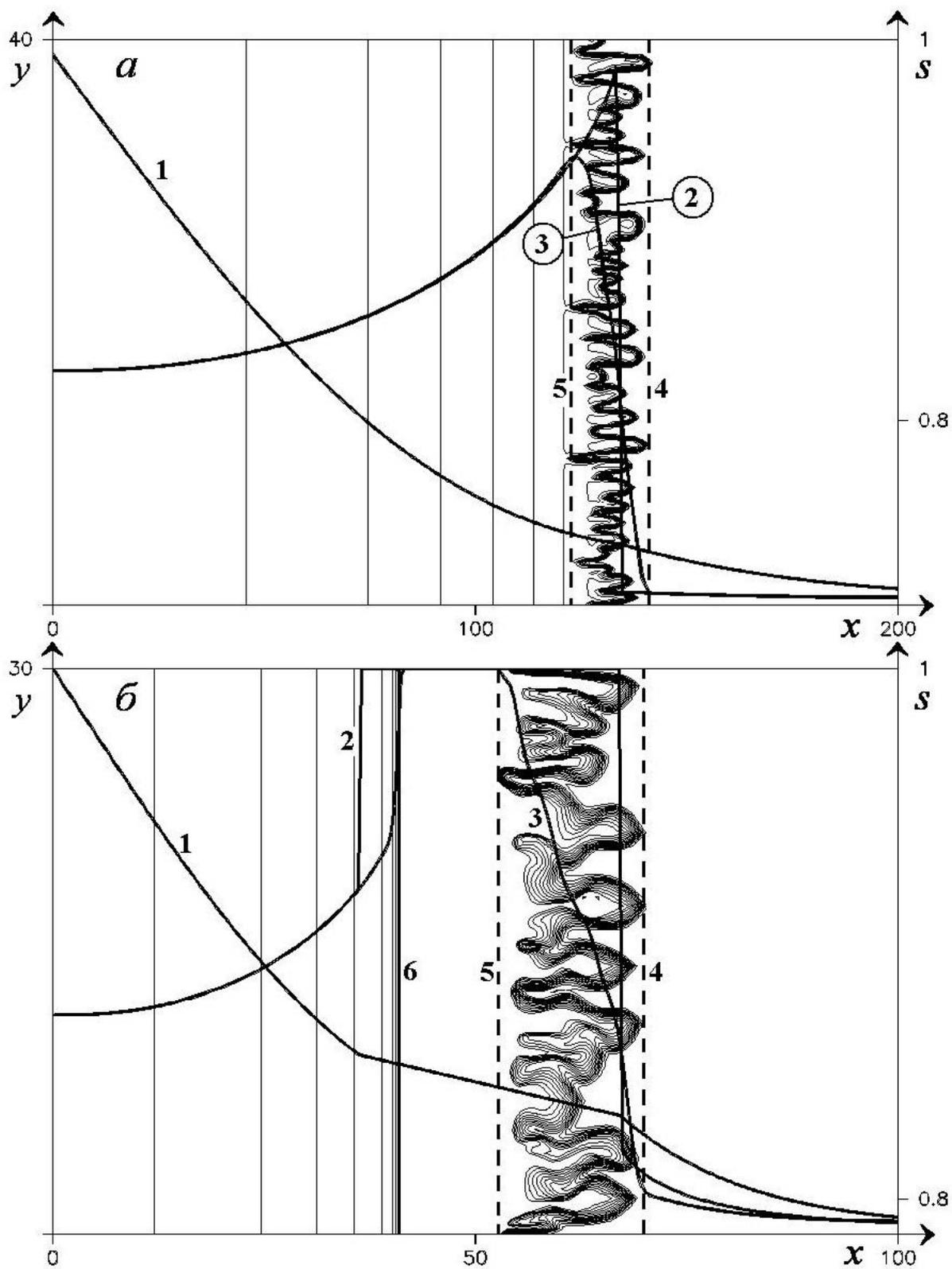


Рис. 2. Распределение P , s в автомодельном решении (линии 1, 2), распределение $\bar{s}(x)$ (линия 3). Линии уровня - распределение s в двумерном решении. Прямые 4, 5 - передний и задний фронт перемешивания соответственно, 6 - задний фронт смесь-вода.

$s = \bar{s}(x)$ и совпадает с автомодельным решением. Если параметры инъекции таковы, что выполнено обратное неравенство (13), соответствующее устойчивому фронту смесь-смесь, то в двумерной постановке при рассмотренных параметрах задачи поверхность разрыва остаётся плоской.

В расчётах начальное распределение водонасыщенности случайным образом возмущалось: $s = s_+ + \delta s$, $|\delta s| \ll 1$, $\delta s(x, y)$ - случайная величина. В неустойчивом случае распределения в области перемешивания и положение поверхности разрыва разные при разных δs , однако протяжённость области и характерная толщина пальцев не зависят от δs и являются инвариантными характеристиками течения.

Проведено сравнение двумерных решений задач, когда инъекция происходит в резервуары разной ширины L_y . Выявлено, что на начальном этапе развития неустойчивости, при относительно малых t , толщина пальцев и протяжённость зоны перемешивания - расстояние между передним и задним фронтом перемешивания с течением времени растут по автомодельному закону - пропорционально \sqrt{t} (см. (11)). На поздних этапах эволюции, когда на процесс укрупнения пальцев влияют непроницаемые боковые стенки резервуара $y = 0$ и $y = L_y$ масштаб зоны перемешивания растёт уже не автомодельным образом.

При интенсивной инъекции смеси в пласт возможно образование внутренней области воды, распространяющейся внутрь резервуара (рис.2.б). Возможны случаи, когда передний фронт вода-смесь, согласно (12), неустойчив, вследствие чего развивается зона перемешивания, которая не дестабилизирует задний устойчивый, согласно (12), разрыв смесь-вода. Поверхность фронта остаётся плоской, однако его скорость выше, чем скорость соответствующего разрыва в автомодельном решении. Последнее объясняется тем, что волны P в однофазной зоне воды из-за её слабой сжимаемости распространяются существенно быстрее, чем в смеси. Следовательно, из-за искривления поверхности разрыва изменение P на переднем фронте приведёт к мгновенному перераспределению давления во всей области воды и, в частности, к изменению его градиента на заднем разрыве, из-за чего скорость последнего возрастет.

В разделе 6.5 подведены итоги к шестой главе.

Заключение

В заключении подведены итоги работы и сформулированы её основные результаты.

3. Основные результаты и выводы

Рассмотрены нестационарные одномерные и двумерные фильтрационные течения жидкости и её пара с учётом процессов теплопроводности и фазового перехода.

Течения воды и пара в геотермальном пласте рассмотрены в рамках современной теории сильных разрывов. Исследована структура всех возможных в фильтрационных течениях воды и пара фазовых разрывов, а модель фильтрации дополнена допустимыми, имеющими структуру, разрывами. Обнаружено, что априорно эволюционные разрывы могут не иметь структуру. Предложены переменные, которые удобны при исследовании свойств разрывов.

Впервые рассмотрены свойства фазовых разрывов, которые образуются на границе между пластами разной проницаемости.

Решена классическая задача о распаде произвольного разрыва в геотермальном пласте. Качественное отличие уравнений неизотермической фильтрации воды и пара от уравнений газовой динамики обуславливает сложное строение решений задачи с немонотонными распределениями параметров течения между разрывами. Дана интерпретация решений задачи, показывающая существенное влияние скелета вмещающей жидкости породы на динамику течения. Решения задачи о распаде использовались для тестирования конечно-разностных методов расчёта течений.

В явном виде получено достаточное условие неустойчивости фронтов фазового перехода в пористой среде и дана его интерпретация. Впервые рассмотрена нелинейная стадия развития неустойчивости фронтов между жидкостью и её паром в пористой среде с учётом теплопроводности и фазовых переходов. Показано, что в автомодельной задаче об инъекции пароводяной смеси в насыщенный смесь резервуар характерный масштаб образующейся при развитии неустойчивости зоны перемешивания растёт по автомодельному закону и на начальном этапе развития не зависит от размеров резервуара, в который происходит инъекция.

Выявлено, что при инъекции перегретого пара в насыщенный пароводяной смесь резервуар с меньшей температурой перед паром возможно образование внутренней области воды, отделённой от зоны пара промежуточной областью смеси. При этом внутрь пласта будут распространяться два разрыва смесь-вода, ограничивающие область воды. Возможны случаи, когда передний фронт неустойчив, в результате чего развивается область перемешивания, которая, однако, не дестабилизирует задний разрыв.

Публикации по теме диссертации

1. *Афанасьев А.А.* Задача о распаде произвольного разрыва в геотермальном пласте// Труды конф.-конк. мол. уч. 2004 г. М.: Изд-во МГУ. 2004. С.30-38.
2. *Афанасьев А.А., Бармин А.А.* Постановка и решение автомодельных задач фильтрации пара, воды с учётом фазовых переходов. Тезисы докладов, Всеросс. Конф. "Задачи со свободными границами: теория эксперимент и приложение". Бийск. Новосибирск. Изд-во Ин-та гидродинамики СО РАН. 2005. С.9-10.
3. *Афанасьев А.А.* Задача о распаде произвольного разрыва в геотермальном пласте. Тезисы докладов, XIII школа-семинар "Современные проблемы аэрогидродинамики". М.: Изд-во МГУ. 2005. С.12.
4. *Афанасьев А.А.* Задача о распаде произвольного разрыва в геотермальном пласте// Труды конф.-конк. мол. уч. 2005 г. М.: Изд-во МГУ. 2006. С.33-40.
5. *Афанасьев А.А., Бармин А.А.* Автомодельные задачи в течениях пароводяных смесей в пористой среде. Тезисы конф. "Ломоносовские чтения", МГУ. 2006 г. М.: Изд-во МГУ. С.22.
6. *Афанасьев А.А., Бармин А.А.* О фазовых разрывах в фильтрационных течениях воды// Изв. РАН. МЖГ. 2006. №4. С.100-111.
7. *Афанасьев А.А.* Нестационарные одномерные фильтрационные течения воды с учётом теплопроводности и фазовых переходов. Тезисы докладов, IX Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике, Нижний Новгород, Изд-во Нижегородского Ун-та, 2006. Том.1. С.128.
8. *Афанасьев А.А.* О фильтрационных течениях воды и пара с учётом процессов теплопроводности и фазовых переходов. Труды конф.-конк. мол. уч. 2006 г. М.: Изд-во МГУ. 2007. С.31-38.
9. *Афанасьев А.А., Бармин А.А., Мельник О.Э.* Неизотермические фильтрационные течения воды с учётом фазовых переходов. Тезисы докладов, Фундаментальный базис новых технологий нефтяной и газовой промышленности (теоретические и прикладные аспекты), Москва, ГЕОС, 2007. С.20-21.

10. *Афанасьев А.А., Бармин А.А., Мельник О.Э.* О гофрировочной устойчивости фронтов испарения в пористых средах. Тезисы конф. "Ломоносовские чтения", МГУ. 2007. М.: Изд-во МГУ. С.28-29.
11. *Afanasiev A., Barmin A., Melnik O.* Nonisothermal water and vapor filtration flows in superheated porous media. International Union of Geodesy and Geophysics (IUGG) XXIV General Assembly, Perugia, Italy, 2007. CD-paper.
12. *Афанасьев А.А., Бармин А.А.* Нестационарные одномерные фильтрационные течения воды и пара с учётом фазовых переходов// Изв. РАН. МЖГ. 2007. №4. С.134-143.
13. *Афанасьев А.А., Бармин А.А., Мельник О.Э.* Гидродинамическая устойчивость фронтов фазового перехода в пористых средах. Тезисы докладов, XV школа-семинар "Современные проблемы аэрогидродинамики". М.: Изд-во МГУ. 2007. С.15.
14. *Афанасьев А.А.* Об устойчивости фронтов фазового перехода в гравитационных течениях воды в пористой среде. Труды конф.-конк. мол. уч. 2007 г. М.: Изд-во МГУ. В печати.
15. *Афанасьев А.А., Бармин А.А., Мельник О.Э.* О гидродинамической устойчивости фронтов испарения в пористых средах//Изв. РАН. МЖГ. 2007. №5. С.106-117.
16. *Афанасьев А.А.* Гидродинамическая устойчивость фронтов фазового перехода в фильтрационных течениях воды и пара. Тезисы докладов, Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность, Звенигород, Изд-во МГУ. 2008. В печати.
17. *Афанасьев А.А.* О взаимодействии фронтов испарения с межпластовой границей в пористой среде//Изв. РАН. МЖГ. 2008. №3. С.94-103.