МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

УДК 539.3

НЕХАЕВА ОЛЬГА ВАЛЕНТИНОВНА

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ НЕОБРАТИМОГО ДИНАМИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ПОВРЕЖДАЕМЫХ СРЕД И КОНСТРУКЦИЙ

Специальность 01.02.04 — механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2008

Работа выполнена на кафедре газовой и волновой динамики механико-математического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

Научный руководитель:	доктор физико-математический наук, профессор А.Б. Киселев
Официальные оппоненты:	доктор физико-математических наук, профессор А.С. Кравчук
	доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник С.Г. Пшеничнов
Ведущая организация:	Институт вычислительного моделирования СО РАН

Защита состоится 7 ноября 2008 года в 16 часов на заседании диссертационного совета Д 501.001.91 в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова по адресу: 119992, Москва, Ленинские Горы, Главное здание МГУ, аудитория 16-10.

С диссертацией можно ознакомиться в читальном зале библиотеки механико-математического факультета МГУ.

Автореферат разослан "____"____________2008 г.

Ученый секретарь диссертационного совета Д501.001.91 доктор физико-математических наук, профессор	С.В. Шешенин

Общая характеристика работы

Актуальность работы.

Задача ударного разрушения рассматривалась многими исследователями как теоретически, так и экспериментально, поскольку это необходимо для разработки образцов новой техники, работающей в сложных динамических условиях. А также ограниченность материальных и энергетических ресурсов выступает еще одним фактором, требующем найти хотя бы частичную замену дорогостоящим и трудоемким экспериментальным исследованиям и испытаниям.

Основные цели.

Целью данной работы является разработка алгоритмов численного моделирования и проведение исследований процессов динамического деформирования элементов конструкций вплоть до разрушения.

Для того, чтобы выполнить численное моделирование необходимо решить две основные проблемы:

1. Выбрать модели для каждого материала, реалистично и достаточно полно описывающие процессы, происходящие в материале.

2. Создать численные алгоритмы, позволяющие рассчитывать движения материалов с большими деформациями и разрушениями при наличии свободных и контактных поверхностей.

Научная новизна.

– Впервые получено численное решение ряда динамических одномерных и двумерных задач необратимого деформирования и разрушения с учетом микроразрушения двух типов (вязкое типа образования и развития микропор, по сдвиговому механизму), температурных эффектов, их взаимосвязности с процессами необратимого деформирования и микроразрушения вплоть до макроразрушения конструкций.

– В двумерной задаче, кроме того, впервые проведен расчет двухслойной осесимметричной конструкции из повреждаемых материалов, заполненной жидкостью, с учетом кавитации в жидкости.

Достоверность результатов.

Достоверность результатов обусловлена использованием термодинамически корректных механико-математических моделей сред, фундаментальных законов механики, общепризнанных численных методов.

Практическая ценность.

Созданы методы, алгоритмы и программные средства, позволяющие проводить численное моделирование динамического деформирования и разрушения толстостенных сферических и цилиндрические оболочек, а также двухслойных конструкций, заполненных жидкостью. Рассмотренные задачи имеют непосредственное отношение к проблемам ракетно-космической отрасли, в частности, проблеме образования так называемого космического мусора.

Диссертационная работа выполнена при поддержке грантов РФФИ N 03-01-00127 и N 06-01-00185 и Президентской программы поддержки ведущих научных школ РФ НШ-19.2003.1 и НШ-8270.2006.1.

На защиту выносятся:

Результаты численного решения задач динамического деформирования и разрушения толстостенных сферических и цилиндрических оболочек в одномерной постановке с учетом микроразрушения двух типов.

Результаты численного решения задачи динамического деформирования и разрушения двухслойной сферической оболочки, заполненной жидкость, при столкновении с препятствием.

Апробация работы.

Основные результаты работы докладывались на следующих конференциях и семинарах:

– Конференция "Ломоносовские чтения". Секция механики. Апрель 2004 года, 2005 года, 2007 года, 2008 года, Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова.

– Международный научный симпозиум по проблемам механики деформируемых тел, посвященный 95-летию со дня рождения А.А. Ильюшина (Москва, 19-20 янв. 2006 г.).

– 11-ая Международная конференция по разрушению (Италия, Турин, 20-25 марта 2005 г.).

– 1-ая Международная конференция по вычислительным методам в науке и инженерном деле (о. Санторини, Греция, 25-27 мая 2005 г.).

– XXXIII летняя школа-конференция "Достижения в решении проблем механики"(С.-Петербург (Репино), 28-июня-5 июля 2005 г.).

– III Европейская конференция по вычислительной механике (Лиссабон, Португалия, 5-9 июня, 2006 г.).

– Конференция по вычислительным методам в динамике и сейсмостойкости конструкций (о. Крит, Греция , 13-16 июня, 2007 г.).

– семинар кафедры газовой и волновой динамики МГУ (рук. академик РАН Е.И. Шемякин).

– семинар кафедры механики композитов МГУ (рук. профессор Б.Е.Победря)

– семинар кафедры теории пластичности (рук. член-корр. РАН Е.В. Ломакин и профессор В.М. Александров)

Публикации

Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1-17].

Структура и объем диссертации.

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Диссертация изложена на 111 страницах. Список литературы состоит из 88 наименований.

Во введении обосновывается актуальность численного моделирования процессов динамического деформирования конструкций, цели, новизна проведенных исследований, а также дан краткий обзор традиционных подходов к численному решению задач и их особенностей.

В Первой главе приводятся характерные особенности процесса динамического разрушения, который является сложным многостадийным процессом.

Принято выделять три основных типа динамического разрушения: вязкое, хрупкое и с образованием полос адиабатического сдвига.

Вязкое разрушение характеризуется образованием и развитием в процессе пластического деформирования пор, по форме близких к сферическим.

Для ***хрупкого разрушения*** характерно образование в теле большого числа произвольно ориентированных монетообразных трещин, способных расти в течение всего деформирования. При высоких скоростях деформирования процесс пластического течения является адиабатическим. В ряде случаев выделенное тепло концентрируется в тонких областях толщиной до нескольких десятков микрон, расположенных вдоль поверхностей максимальных касательных напряжений, что приводит к значительному увеличению характеристик пластического течения вдоль этих поверхностей.

Введение параметров поврежденности в систему внутренних переменных и использование термодинамических принципов механики сплошной среды делает возможным построение термодинамически корректных связанных моделей сред. Впервые скалярные параметры поврежденности были введены Л.М. Качановым и Ю.Н.Работновым, а А.А. Ильюшиным – тензорные меры поврежденности. В дальнейшем модели поврежденных сред исследовались в работах многих ученых (В.И. Астафьев, В.Н. Аптуков, Д.Л. Быков, А.Б. Киселев, В.И. Кондауров, В.Н. Кукуджанов, Л.В. Никитин, Б.Е. Победря, Ю.Н. Радаев, С.А. Шестериков, М.В. Юмашев, H.E. Gurtin и др.)

В работе используется термомеханическая модель с двумя параметрами поврежденности, определяющие уравнения которой выглядят следующим образом (Киселев А.Б. -Вестн. Моск. ун-та. Сер.1. Матем. Механ. 1998. N6):

$$\varepsilon_{kk} = \frac{\sigma}{K} + a_v(T - T_0) + \Lambda \int\limits_0^{\alpha} \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma}\, d\omega; \qquad e_{ij} = \frac{S_{ij}}{2\mu} + A \int\limits_0^{\omega} \frac{\partial \psi}{\partial \sigma_{ij}}\, d\omega;$$

$$\dot{\varepsilon}^p_{ij} = \frac{S_{ij}}{2\eta} \cdot \frac{S_u - \sqrt{\frac{2}{3}}Y}{S_u} H\left(S_u - \sqrt{\frac{2}{3}}Y\right);$$

$$\dot{\alpha} = C\left(\frac{S_u}{(1-\omega)(1-\alpha)} - S_u^*\right) H\left(\frac{S_u}{(1-\omega)(1-\alpha)} - S_u^*\right);$$

$$\dot{\omega} = B\left(\frac{\sigma}{1-\omega} - \omega^*\right) H\left(\frac{\sigma}{1-\omega} - \omega^*\right) + \omega\frac{\sigma - \sigma^+}{4\eta_0} H(\sigma - \sigma^+) + \omega\frac{\sigma - \sigma^-}{4\eta_0} H(\sigma^- - \sigma);$$

$$\sigma^+ = -\frac{2}{3}Y_0 \cdot \ln \omega; \qquad \sigma^- = \frac{2}{3}Y_0 \cdot \ln \omega;$$

$$K = K_0(1-\omega); \mu = \mu_0(1-\omega)(1-\alpha); \eta = \eta_0(1-\omega)(1-\alpha); Y = Y_0(1-\omega)(1-\alpha);$$
$$\rho c_\sigma \dot{T} + a_v \dot{\sigma} T = \tau_{ij}\dot{\varepsilon}^p_{ij} + \Lambda\dot{\omega}^2 + A\dot{\alpha}^2 - \mathrm{div}\,\vec{q};$$
$$\vec{q} = -k\mathrm{grad}\,T, S_u = \sqrt{S_{ij}S_{ij}}, \tau_{ij} = S_{ij} + \Gamma\varepsilon^p_{ij}.$$

Здесь ε^e_{ij}, ε^p_{ij} – упругая и неупругая (вязкопластическая) компоненты тензора деформаций соответственно; S_{ij} – компоненты девиатора тензора напряжений; S_u – интенсивность тензора напряжений; σ – шаровая часть тензора напряжений; ω, α – объемный и сдвиговой параметры поврежденности; ($\omega = \omega_{kk}/3, \alpha = \sqrt{\omega'_{ij}\omega'_{ij}}$, где ω'_{ij} – девиатор тензора поврежденности ω_{ij}); K – объемный модуль; μ – модуль сдвига; η – динамическая вязкость; Y – предел текучести; T – абсолютная температура; ρ – плотность; c_σ – теплоемкость при постоянных напряжениях; α_v – коэффициент объемного расширения; T_0 – начальная температура неповрежденного материала; $\Lambda, A \geq 0$ – константы материала, связывающие тепловые процессы с процессами накопления повреждений; e_{ij} – компоненты девиатора тензора деформаций; K_0, μ_0, η_0, Y_0 – параметры неповрежденного материала; $\overrightarrow{q}$ – вектор притока тепла; k – коэффициент теплопроводности; Γ – параметр деформационной анизотропии материала; B, C – константы материала. Здесь и далее точка надо символом означает материальную производную по времени.

Рассмотрена задача о расширении и схлопывании сферической поры в вязкопластическом материале, которая позволяет вывести кинетическое уравнение, приближенно описывающее вязкий рост и пластическое затекание микропор в материале.

Во Второй главе построена одномерная модель процессов необратимого деформирования, микро- и макроразрушения толстостенных сферической и цилиндрической оболочек, находящихся под воздействием кратковременной интенсивной нагрузки, а представлены результаты численного решения. Рассматривается толстостенная сферическая и цилиндрическая оболочка

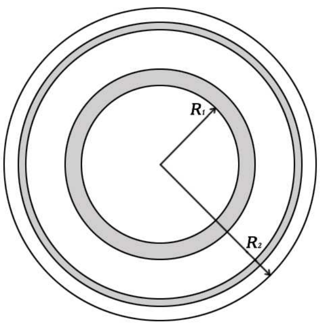

Рис. 1

внутреннего радиуса R_1 и внешнего радиуса R_2. На оболочку воздействует кратковременная интенсивная нагрузка $P = P(t)$, равномерно распределенная по ее внутренней поверхности, внешняя поверхность свободна от нагрузок (см. рис. 1).

Ввиду кратковременности нагрузки процесс можно считать адиабатическим. И тогда в адиабатическом приближении уравнения закона сохранения массы, изменения импульса и притока тепла запишутся в следующем виде

$$\frac{\dot\rho}{\rho} = -\dot\varepsilon_r - \nu\dot\varepsilon_\theta; \qquad \rho\dot\upsilon = \frac{\partial\sigma_r}{\partial r} + \nu\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r}$$

$$\rho c_\sigma \dot T + a_\upsilon \dot\sigma T = 2S_r\dot\varepsilon_r^p + 2S_\theta\dot\varepsilon_\theta^p + S_r\varepsilon_\theta^p + S_\theta\varepsilon_r^p + \Lambda\dot\omega^2 + A\dot\alpha^2 \quad \text{для } \nu = 1$$

$$\rho c_\sigma \dot T + a_\upsilon \dot\sigma T = S_r\dot\varepsilon_r^p + 2S_\theta\dot\varepsilon_\theta^p + \Lambda\dot\omega^2 + A\dot\alpha^2 \quad \text{для } \nu = 2$$

Здесь r – расстояние от центра оболочки; υ – радиальная скорость; здесь и далее параметр $\nu = 1, 2$ соответствует цилиндрической и сферической оболочке соответственно.

Компоненты тензора напряжения разлагаются на шаровую и девиаторные части, а $\dot\varepsilon_r = \dfrac{\partial\upsilon}{\partial r}$ и $\dot\varepsilon_\theta = \dfrac{\upsilon}{r}$ – скорости деформаций, которые представляются в виде суммы упругих и неупругих скоростей деформации. Кроме того считается, что пластическое течение несжимаемо.

В результате определяющие уравнения модели имеют вид

$$\sigma = K(\varepsilon_r + \nu\varepsilon_\theta - a_\upsilon(T - T_0) + B\Lambda ln(1-\omega) - \Lambda\frac{\omega^2}{4\eta_0}),$$

$$\dot\varepsilon_r^p = \frac{S_r}{2\eta_0}(1 - \sqrt{\frac{2}{3}}\frac{Y}{S_u})H(S_u - \sqrt{\frac{2}{3}}Y), \qquad \dot\varepsilon_\theta^p = \frac{S_\theta}{2\eta_0}(1 - \sqrt{\frac{2}{3}}\frac{Y}{S_u})H(S_u - \sqrt{\frac{2}{3}}Y),$$

$$\dot\alpha = C\left(\frac{S_u}{(1-\omega)(1-\alpha)} - S_u^*\right)H\left(\frac{S_u}{(1-\omega)(1-\alpha)} - S_u^*\right),$$

$$\dot\omega = B\left(\frac{\sigma}{1-\omega} - \sigma_*\right)H\left(\frac{\sigma}{1-\omega} - \sigma_*\right) + \omega\frac{\sigma - \sigma^+}{4\eta}H(\sigma - \sigma^+) + \omega\frac{\sigma - \sigma^-}{4\eta}H(\sigma^- - \sigma),$$

$$\sigma^+ = -\tfrac{2}{3}Y_0\ln\omega, \qquad \sigma^- = \tfrac{2}{3}Y_0\ln\omega,$$

для $\nu = 1:$

$$S_u = \sqrt{2(S_r^2 + S_rS_\theta + S_\theta^2)},$$

$$\dot\varepsilon_r^e = \frac{\dot\varepsilon_r + \dot\varepsilon_\theta}{3} + \frac{\dot S_r}{2\mu} + \frac{2AC}{3(1-\omega)(1-\alpha)}\dot\alpha\frac{2S_r + S_\theta}{S_u},$$

$$\dot\varepsilon_\theta^e = \frac{\dot\varepsilon_r + \dot\varepsilon_\theta}{3} + \frac{\dot S_\theta}{2\mu} + \frac{AC}{3(1-\omega)(1-\alpha)}\dot\alpha\frac{S_r + 2S_\theta}{S_u};$$

для $\nu = 2:$

$$S_u = \sqrt{\frac{2}{3}}|S_r - S_\theta|,$$

$$\dot\varepsilon_r^e = \frac{\dot\varepsilon_r + 2\dot\varepsilon_\theta}{3} + \frac{\dot S_r}{2\mu} + \sqrt{\frac{2}{3}}\frac{2AC}{3(1-\omega)(1-\alpha)}\dot\alpha sign(S_r - S_\theta),$$

$$\dot\varepsilon_\theta^e = \frac{\dot\varepsilon_r + 2\dot\varepsilon_\theta}{3} + \frac{\dot S_\theta}{2\mu} - \sqrt{\frac{2}{3}}\frac{AC}{3(1-\omega)(1-\alpha)}\dot\alpha sign(S_r - S_\theta).$$

Здесь B, σ_*, C, S_u^* – константы материала; объемный модуль K, модуль сдвига μ, динамическая вязкость η и предел текучести Y следующим образом зависят от параметров поврежденности:

$$K = K_0(1-\omega), \mu = \mu_0(1-\omega)(1-\alpha), \eta = \eta_0(1-\omega)(1-\alpha), Y = Y_0(1-\omega)(1-\alpha),$$

где K_0, μ_0, η_0, Y_0 – параметры неповрежденного материала; $H(x)$ – единичная функция Хевисайда.

Будем считать, что предел текучести Y_0 и модуль сдвига μ_0 зависят от температуры, давления, других параметров состояния как в модели Штейнберга-Гуинана :

$$\begin{aligned} & Y_0 = Y_{00}(1+\beta\varepsilon_u^p)^n(1 - b\sigma\Big(\frac{\rho_0}{\rho}\Big)^{1/3} - h(T-T_0)), \\ & Y_{00}(1+\beta\varepsilon_u^p)^n \le Y_{max}, Y_{00} = 0 \qquad \text{при} \qquad T > T_m, \\ & T_m = T_{m0}\Big(\frac{\rho_0}{\rho}\Big)^{2/3}\exp(2\gamma(1-\frac{\rho_0}{\rho})), \qquad \mu_0 = \mu_{00}(1 - b\sigma\Big(\frac{\rho_0}{\rho}\Big)^{1/3} - h(T-T_0)), \end{aligned} \tag{1}$$

где $\varepsilon_u^p = \sqrt{(\frac{2}{3}\varepsilon_{ij}^p\varepsilon_{ij}^p)}$ – интенсивность тензора пластических деформаций (в нашем случае $\varepsilon_u^p = \sqrt{\frac{4}{3}\big[(\varepsilon_r^p)^2 + \varepsilon_r^p\varepsilon_\theta^p + (\varepsilon_\theta^p)^2\big]}$ – для цилиндрической оболочки и $\varepsilon_u^p = \sqrt{\frac{2}{3}\big[(\varepsilon_r^p)^2 + 2(\varepsilon_\theta^p)^2\big]}$ – для сферической оболочки); T_m – температура плавления материала; $Y_{00}, \mu_{00}, T_{m0}, \beta, h, b, \gamma_0, n$ – константы материала, величины которых известны для многих материалов . Кроме того принимается, что

$$\sigma_* = \sigma_*^0\frac{Y_0}{Y_{00}}, \eta = \eta_{00}\frac{\mu_0}{\mu_{00}}, S_u^* = S_{u0}^*\frac{Y_0}{Y_{00}}$$

и параметры с двумя ноликами определяются в недеформированном состоянии материала: $\rho = \rho_0, \sigma_{ij} = 0, T = T_0$.

В качестве критерия начала макроразрушения материала (появления трещин в материале - новых свободных поверхностей) используется критерий предельной удельной диссипации, который в нашем случае имеет вид (Киселев А.Б., Юмашев М.В. – ПМТФ. 1990. №5; Вестн. Москв. ун-та. Сер.1. Матем. Механ. 1990. №4):

$$D = \int_0^{t_*}\frac{1}{\rho}(d_M + d_F)dt = D_*;$$

$$d_F = d_F^\omega + d_F^\alpha;\ d_F^\omega = \Lambda\dot\omega^2;\ d_F^\alpha = A\dot\alpha^2;$$

для $\nu = 1:\qquad d_M = 2S_r\dot\varepsilon_r^p + 2S_\theta\dot\varepsilon_\theta^p + S_r\dot\varepsilon_\theta^p + S_\theta\dot\varepsilon_r^p;$

для $\nu = 2:\qquad d_M = S_r\dot{\varepsilon}_r^p + 2S_\theta\dot{\varepsilon}_\theta^p,$

где t_* – время начала разрушения; D_* – константа материала (предельная удельная диссипация); d_M – механическая диссипация; d_F – диссипация континуального разрушения, которая складывается из диссипации объемного разрушения d_F^ω и диссипации сдвигового разрушения d_F^α. Когда критерий выполняется в некоторой точке материала, там должна зародиться макротрещина – новая свободная поверхность, которая будет распространяться по телу.

Расчеты были проведены на лагранжевой сетке методом Уилкинса, который нашел широкое применение при решении задач динамики деформируемых сред. Для сглаживания разрывов использовался метод "сглаживания", который подробно описывается в следующей главе. Ячейки, в которых выполнялся критерий макроразрушения, в дальнейшем из расчета исключались. Тем самым считалось, что в таких областях материал дробится и теряет несущую способность. Давление на внутреннюю поверхность оболочки задавалось в виде ступеньки $p(t) = p_0 H(t_0 - t)$.

Исходные данные: $\rho_0 = 4530$ кг/м^3; $K_0 = 123,4$ ГПа; $\mu_{00} = 43,4$ ГПа; $T_0 = 300\ K$; $\alpha_\nu = 2,52 \cdot 10^{-5}\ K^{-1}$; $c_\sigma = 520,7$ Дж/(кг $\cdot\ K$); $Y_{00} = 0,71$ ГПа; $Y_{max} = 1,45$ ГПа; $\gamma_0 = 1,23$; $T_{m0} = 2260\ K$; $\eta_{00} = 700$ Па $\cdot\ c$; $D_* = 75$Дж/(кг $\cdot\ K$); $\beta = 780$; $b = 0,0114$ ГПа$^{-1}$; $n = 0,065$; $h = 6,2 \cdot 10^{-4}\ K^{-1}$; $R_1 = 2 \cdot 10^{-2}$ м; $R_2 = 3 \cdot 10^{-2}$ м; $\Lambda = 591,7$ Па$\cdot c$; $C = 7,61 \cdot 10^{-4}$(Па$\cdot c)^{-1}$; $B = 4,225 \cdot 10^{-4}$(Па$\cdot c)^{-1}$; $A = 550$ Па $\cdot\ c$; $p_0 = 1 - 14,3$ ГПа; $t_0 = 0,709$ мкс, что соответствует времени пробега упругой волной со скоростью $a_0 = \sqrt{(K_0 + 4\mu_{00}/3)/\rho_0}$ половины толщины оболочки $(R_2 - R_1)/2$.

Результаты расчетов для сферической оболочки Расчеты проводились на сетке с количеством ячеек $N = 100$. Некоторые из результатов расчетов, полученные при $p_0 = 14,3$ ГПа представлены на рис. 2– 8. При таком давлении p_0 в момент $\bar{t} = 0,506$ на внутренней поверхности оболочки начинается разрушение сдвигового типа, а при $\bar{t} = 1,85$ – откольное разрушение вблизи внешней поверхности оболочки ($\bar{t} = a_0 t/(R_2 - R_1)$) – безразмерное время). На рис. 1 схематически показаны штриховкой эти области разрушения.

На рис. 2 представлена зависимость скоростей от времени на внутренней поверхности оболочки v_1 и на ее внешней поверхности v_2. Обрыв графика v_1 в момент времени $\bar{t} = 0,506$ связан с тем, что в этом время произошло разрушение внутренней поверхности оболочки.

На рис. 3 показано распределение по толщине оболочки $h = (R - R_1)/(R_2 - R_1)$, где $R = r|_{t=0}$ – начальная лагранжева координата, диссипации D и ее составляющих D_m(механическая диссипация), D_F^ω(диссипация объемного разрушения), D_F^α(диссипация сдвигового разрушения) в момент снятия нагрузки $\bar{t} = 0,5$. Как мы можем заметить, наибольший вклад в полную диссипацию вносит механическая диссипация, а вклад диссипации объемного разрушения равен нулю.

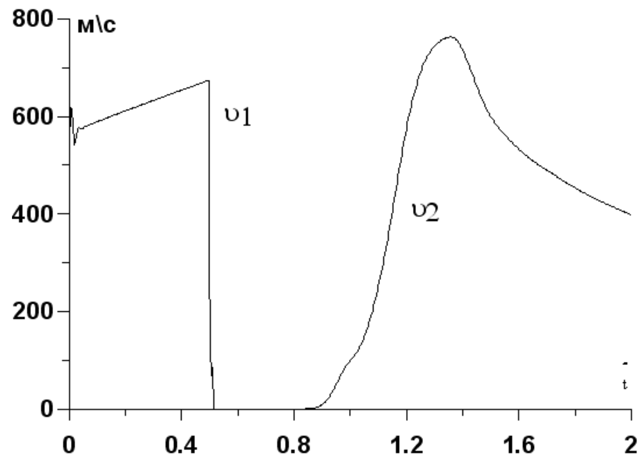

Рис. 2

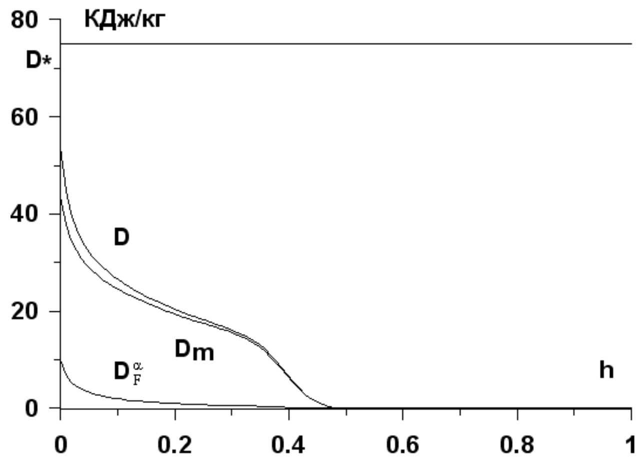

Рис. 3

В данный момент ($\bar{t} = 0,5$) зарождение микропор не произошло, а распределение параметра α, описывающего сдвиговое разрушение, и температуры T показано на рис. 4 – 5. Как мы можем заметить, наибольшее скопление микротрещин, а также значительный разогрев материала происходит вблизи внутренней поверхности оболочки.

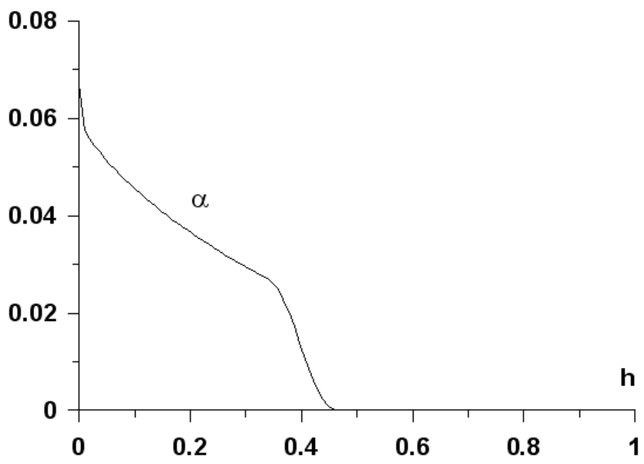

Рис. 4

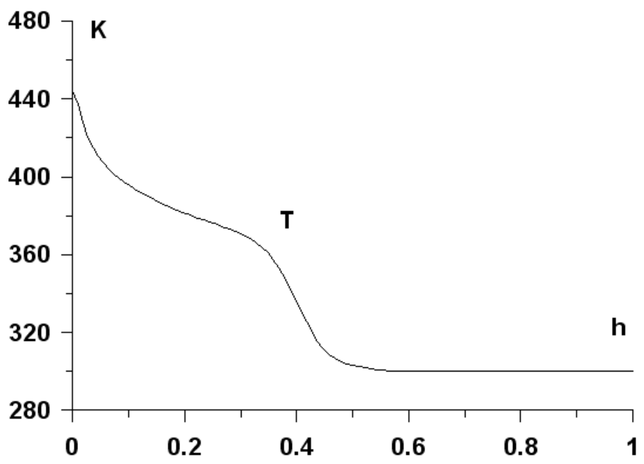

Рис. 5

На рис. 6 представлены распределения по толщине оболочки диссипации D и ее составляющих D_m, D_F^ω, D_F^α в момент $\bar{t} = 1,8$ незадолго до начала откольного разрушения. Диссипация объемного разрушения D_F^ω достигает своего максимума в зоне, где как мы полагаем, произойдет откольное разрушение. Наибольшее значение диссипации сдвигового разрушения можем наблюдать у внутренней поверхности оболочки.

Кольцевые деформации ε_θ (рис.7) наиболее значительны вблизи внутренней поверхности оболочки, наблюдается их увеличение и недалеко от внешней поверхности. Радиальные деформации ε_r имеют ярко выраженный максимум в зоне откольного разрушения.

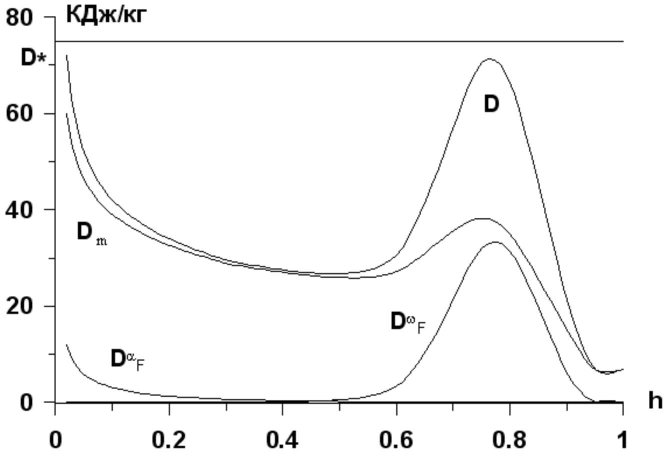

Рис. 6

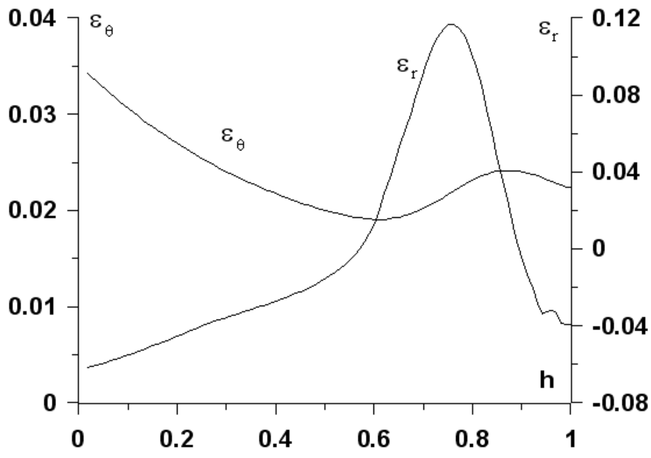

Рис. 7

На рис. 8 показаны распределения разности безразмерных напряжений $\bar{S}_r - \bar{S}_\theta = (S_r - S_\theta)/(K_0 + 4\mu_{00}/3)$, от которой зависит в первую очередь рост параметра поврежденности α, в моменты времени $\bar{t} = 1,8$ и $\bar{t} = 1,9$.

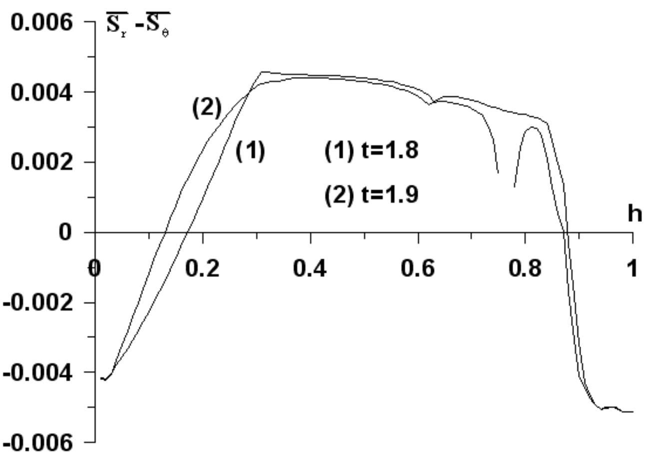

Рис. 8

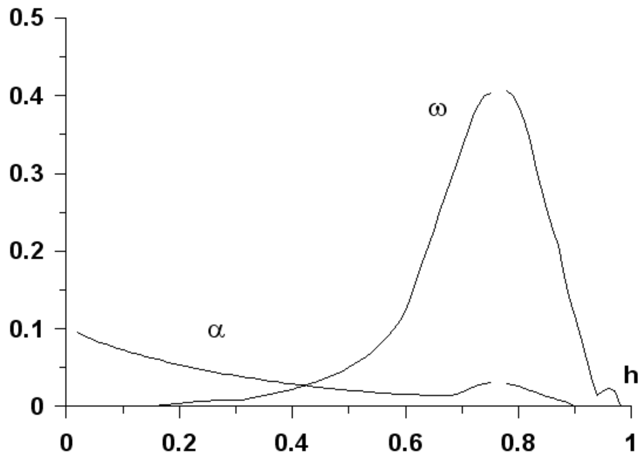

Рис. 9

На рис. 9 представлены параметры поврежденности в момент времени 1,9. Из графиков (рис. 6, 9) видно, что в областях разрушения достигаются максимумы диссипации и параметров поврежденности соответствующих типов.

На рис. 10 показано распределение скорости оболочки в моменты времени 1,8 и 1,9. К моменту времени $\bar{t} = 1,9$ откольный сферический фрагмент отделился от основной внутренней части оболочки и движется со значительно большей скоростью, чем основная часть оболочки.

На рис. 11 представлены распределения по толщине оболочки температуры T в моменты времени $\bar{t} = 0,5; 1,8; 3$. Значительный разогрев материала происходит вблизи внутренней поверхности оболочки, на которую действует нагрузка, и в области интенсивного растяжения материала (зона откола).

Для проверки точности полученных результатов было проведено сравнение распределения основных параметров по толщине оболочки в момент времени $\bar{t} =$

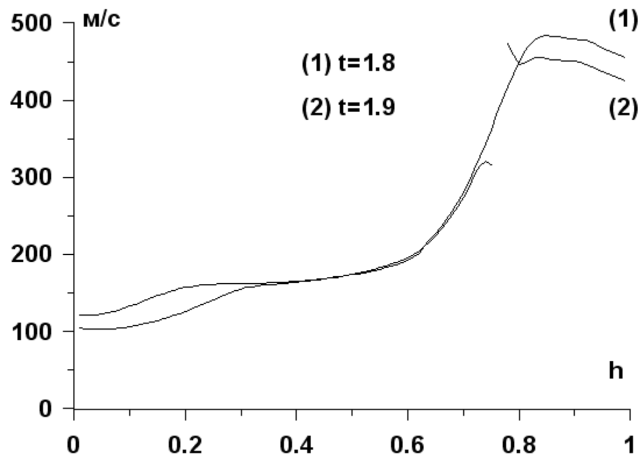

Рис. 10

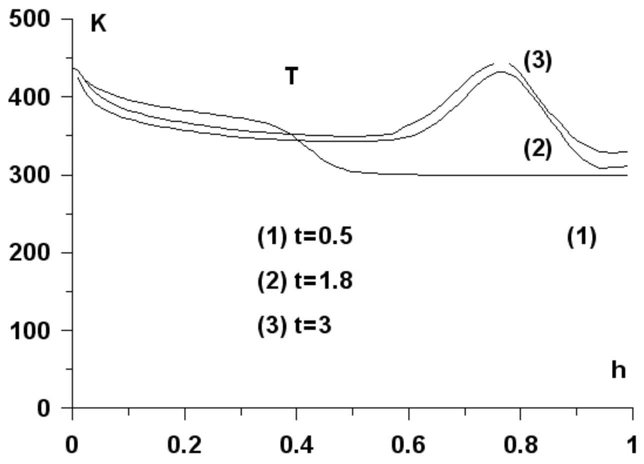

Рис. 11

$0,5$ при частоте сетки $N = 100$ и $N = 70$, где N - количество ячеек. Результаты хорошо согласуются. Расхождение не превышает 10%.

Проведенные расчеты позволили выделить следующие диапазоны начальных давлений p_0 по характеру разрушения оболочки (при прочих неизменных параметрах):

– при $p_0 < 6,73$ ГПа макроразрушений оболочки не происходит, хотя области микроразрушений у внутренней оболочки и вблизи ее внешней поверхности, где отличны от нуля параметры поврежденности α и ω, соответственно, появляются;

– в диапазоне начальных давлений $6,73 < p_0 < 9,93$ ГПа наблюдается макроразрушение только сдвигового типа вблизи внутренней поверхности оболочки;

– при давлениях $p_0 > 9,93$ ГПа происходит откол ближе к внешней поверхности оболочки;

– при очень высоких давлениях $p_0 > 13$ ГПа с течением времени оболочка в результате значительного расширения полностью разрушается, распадаясь на отдельные фрагменты.

Кроме того, при высоких давлениях $p_0 > 10,94$ ГПа в оболочке возникают зоны залечивания микропор, в которых параметр объемной поврежденности ω уменьшается. Этот эффект может быть объяснен сложной картиной деформирования и разрушения: вслед за развитием областей интенсивного растяжения материала и образования откольных поверхностей, свободных от нагрузок, образуются и зоны сжатия предварительно растянутого материала.

Результаты расчетов для цилиндрической оболочки Также как и в сферическом случае расчеты проводились на сетке $N = 100$ и при давлении $p_0 = 14,3$ ГПа. При таком давлении p_0 разрушение сдвигового типа на внутренней поверхности оболочки начинается в момент времени $\bar{t} = 0,517$, а откольное разрушение внутри оболочки в момент времени $\bar{t} = 1,65$.

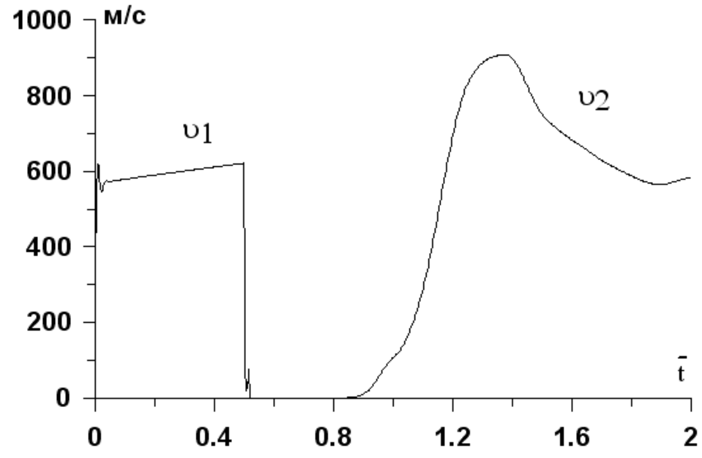

Рис. 12

На рис. 12 представлена зависимость скоростей от времени на внутренней поверхности оболочки v_1 и на ее внешней поверхности v_2. Обрыв графика v_1 в момент времени $\bar{t} = 0,517$ связан с тем, что в этом время произошло разрушение внутренней поверхности оболочки.

На рис. 13 показано распределение по толщине оболочки диссипации и ее составляющих в момент снятия нагрузки, который соответствует времени пробега упругой волной половины толщины оболочки.

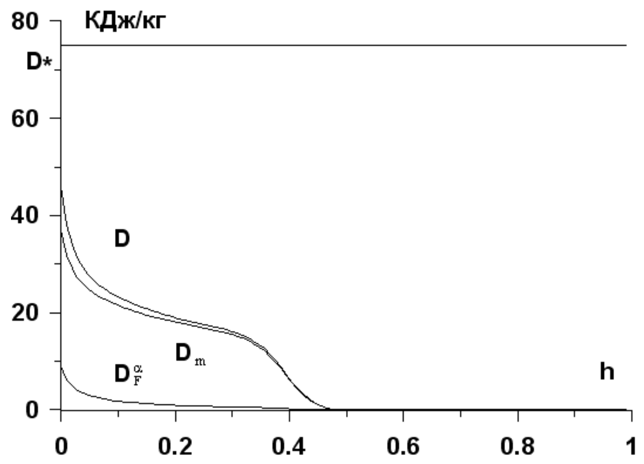

Рис. 13

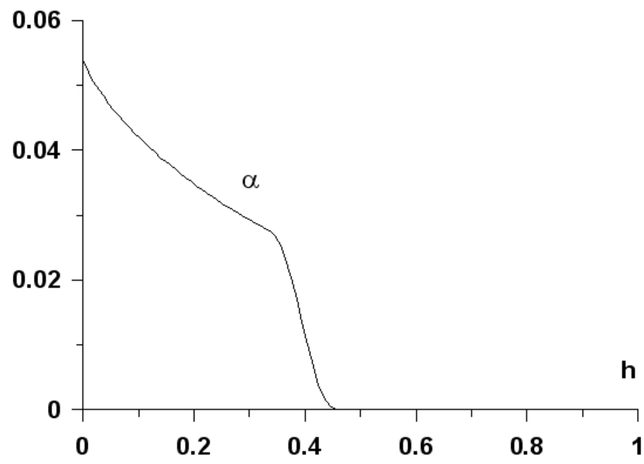

Рис. 14

В данный момент ($\bar{t} = 0,5$) зарождение микропор не произошло, а распределение параметра α, описывающего сдвиговое разрушение, и температуры T показано на рис. 14 – 15. Как мы можем заметить, наибольшее скопление микротрещин, а также значительный разогрев материала происходит вблизи внутренней поверхности материала.

На рис. 16 представлены распределения по толщине оболочки диссипации D и ее составляющих D_m, D_F^{ω}, D_F^{α} в момент $\bar{t} = 1,6$ незадолго до начала

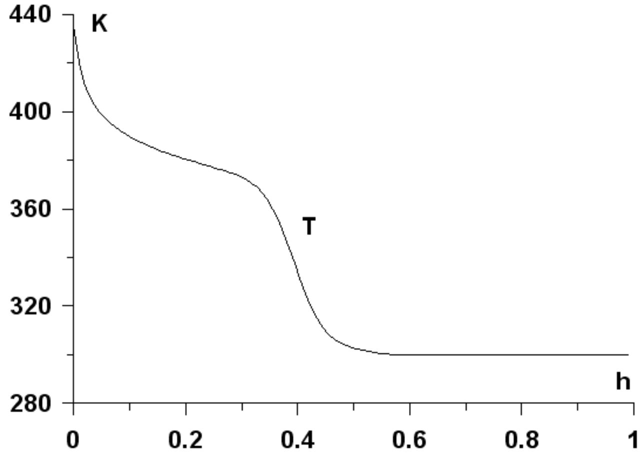

Рис. 15

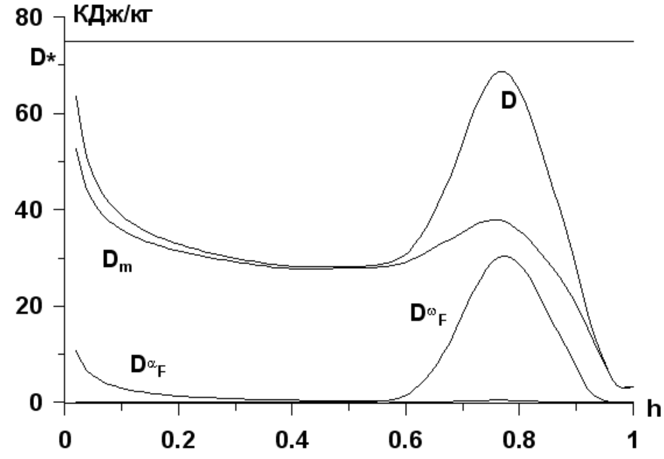

Рис. 16

откольного разрушения. Также как и в сферическом случае диссипация объемного разрушения достигает своего максимума в зоне, где как мы полагаем, произойдет откольное разрушение. Наибольшее значение диссипации сдвигового разрушения мы можем наблюдать у внутренней поверхности оболочки.

Кольцевые деформации ε_θ (рис.17) наиболее значительны вблизи внутренней поверхности оболочки, наблюдается их увеличение и недалеко от внешней поверхности. Радиальные деформации ε_r имеют ярко выраженный максимум в зоне откольного разрушения.

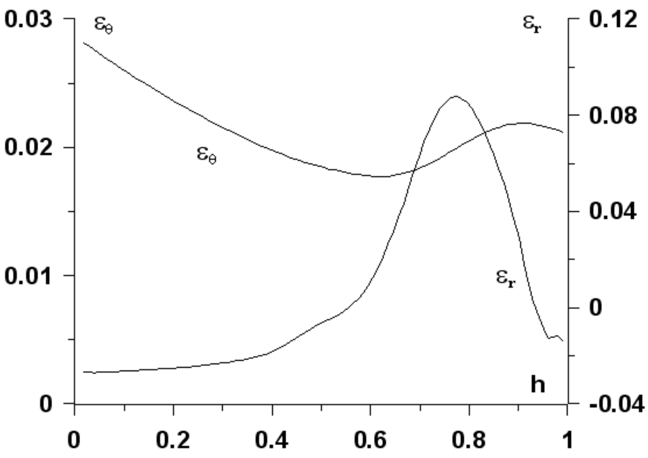

Рис. 17

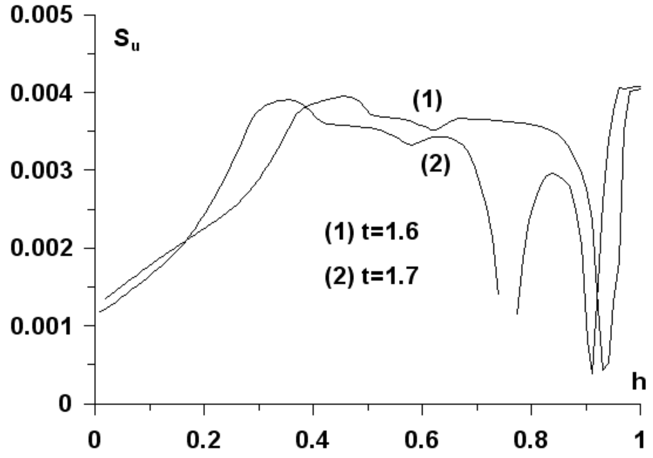

Рис. 18

На рис. 18 показано распределение безразмерной интенсивности девиатора напряжения $\bar{S}_u = S_u/(K_0 + 4\mu_{00}/3)$, от которой зависит в первую очередь рост параметра поврежденности α, в моменты времени $\bar{t} = 1,6$ и $\bar{t} = 1,7$.

На рис. 19 представлены параметры поврежденности в момент времени 1,7. Из графиков (рис. 16, 19) видно, что в областях разрушения достигаются максимумы диссипации и параметров поврежденности соответствующих типов.

На рис. 20 показано распределение скорости оболочки в моменты времени 1,6 и 1,7. К моменту времени $\bar{t} = 1,7$ откольный цилиндрический фрагмент

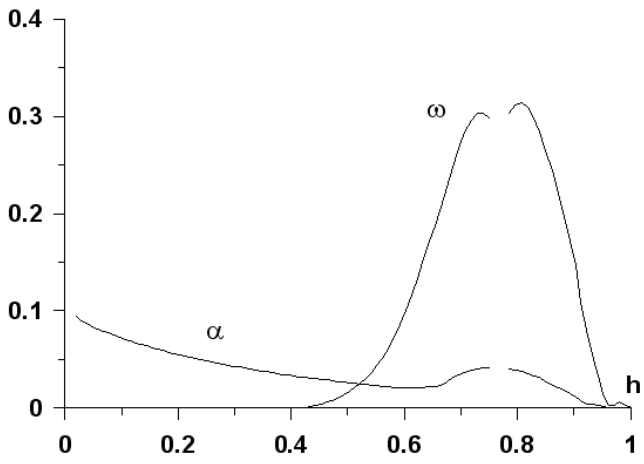

Рис. 19

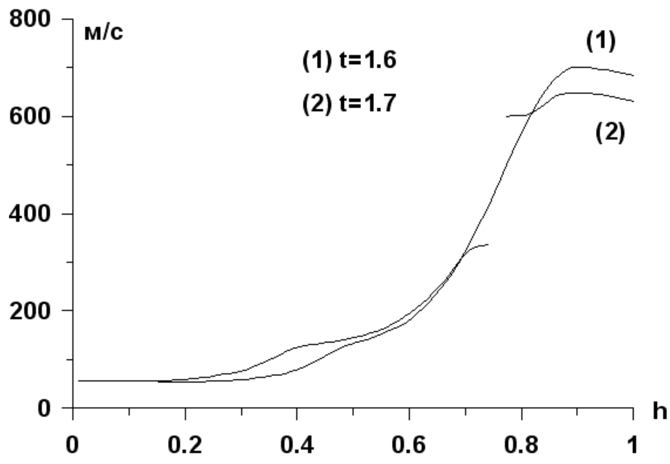

Рис. 20

отделился от основной внутренней части оболочки и движется со значительно большей скоростью, чем основная часть оболочки.

На рис. 21 представлены распределения по толщине оболочки температура T в моменты времени $\bar{t} = 0,5; 1,6; 3$. Значительный разогрев материала происходит вблизи внутренней поверхности оболочки, на которую действует нагрузка, и в области интенсивного растяжения материала (зона откола).

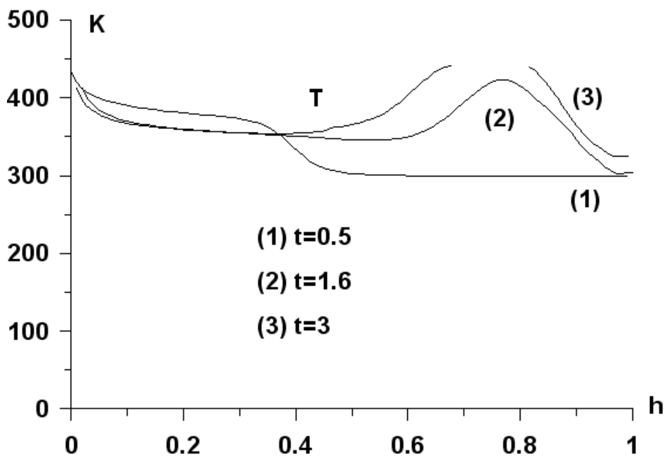

Рис. 21

Проведенные расчеты позволили выделить следующие диапазоны начальных давлений p_0 по характеру разрушения оболочки (при прочих неизменных параметрах):

– при $p_0 < 6,83$ ГПа макроразрушений оболочки не происходит, хотя области микроразрушений у внутренней оболочки и вблизи ее внешней поверхности, где отличны от нуля параметры поврежденности α и ω, соответственно, появляются;

– в диапазоне начальных давлений $6,83 < p_0 < 8,31$ ГПа наблюдается макроразрушение только сдвигового типа вблизи внутренней поверхности оболочки;

– при давлениях $p_0 > 8,31$ ГПа происходит откол ближе к внешней поверхности оболочки;

– при очень высоких давлениях $p_0 > 9,14$ ГПа с течением времени оболочка в результате значительного расширения полностью разрушается, распадаясь на отдельные фрагменты.

Выводы. Остановимся на различиях в характере динамики деформирования и разрушения цилиндрической оболочки по сравнению со сферической. Исходные данные (константы материала, длительность и характер нагружения, радиусы оболочек) в обоих случаях одни и те же. Различия эти таковы:

– порог давления p_0, начиная с которого происходит макроразрушение цилиндрической оболочки сдвигового типа вблизи ее внутренней поверхности, несколько выше, чем в случае сферической оболочки($6,83$ ГПа вместо $6,73$ ГПа);

– откольные разрушения в цилиндрической оболочке появляются впервые при значительно меньших p_0, чем в случае сферической оболочки ($9,14$ ГПа место 13 ГПа);

– скорость откольных фрагментов в случае цилиндрической оболочки значительно выше, чем для сферической оболочки;

– в случае цилиндрической оболочки не возникают области залечивания микропор, в которых параметр объемной поврежденности ω уменьшается, обнаруженные в сферической оболочке.

Отмеченные различия в характере протекания процессов деформирования и разрушения цилиндрической и сферической оболочек связаны с геометрией конструкций.

Выводы ко второй главе. Численно исследованы задачи необратимого динамического деформирования и разрушения толстостенной сферической и цилиндрической оболочек, как с учетом микроразрушения с учетом образованием и развитием дефектов типа микропор и полос адиабатического сдвига, так и макроразрушения вплоть до полного разрушения конструкции.

Показано, что модель повреждаемой термовязкоупругопластической среды с тензорным параметром поврежденности и критерием макроразрушения предельной удельной диссипации позволяет описывать основные особенности необратимого деформирования и рассеянного разрушения материала, а также предсказывать появление областей макроразрушения конструкций.

Выявлены основные закономерности динамики необратимого деформирования и разрушения толстостенной сферической, а также цилиндрической оболочек в широком диапазоне нагрузок, приводящих как к образованию откольных и сдвиговых разрушений, так и к полному разрушению оболочек.

В Третьей главе рассматривалется задача необратимого деформирования и разрушения двухслойной сферической оболочки, заполненной жидкостью (водой), при столкновении с препятствием.

Внешний слой выполнен из керамического материала, моделируемого термовязкоупругой средой Максвелловского типа. Второй слой, значительно более тонкий, выполнен из алюминиевого сплава. Динамика необратимого деформирования и микроразрушения этого металлического слоя моделируется повреждаемой термоупруговязкопластической средой. При этом для математического моделирования зарождения и развития микроповреждений в материале вводится тензорный параметр поврежденности.

В процессе деформирования твердых слоев конструкции может происходить их макроразрушение. В качестве критерия начала такого разрушения используется энтропийный критерий предельной удельной диссипации.

Поведение заполнителя оболочки (воды) описывается широкодиапазонным уравнением состояния Н.М. Кузнецова, дополненным в области очень низких давлений специальной аппроксимационной формулой, полученной в результате обработки таблиц экспериментальных данных.

Задача рассматривается в двумерной осесимметричной постановке. Ось x направлена вдоль оси симметрии оболочки, ось y – ортогональна ей, начало системы координат "0" выбирается в центре сферической оболочки.

Уравнения движения твердых слоев оболочки имеют вид:

$$\begin{cases} \rho\dot{u} &= \dfrac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} + \dfrac{\partial\sigma_{xy}}{\partial y} + \dfrac{\sigma_{xy}}{y} \\ \rho\dot{v} &= \dfrac{\partial\sigma_{xy}}{\partial x} + \dfrac{\partial\sigma_{yy}}{\partial y} + \dfrac{\sigma_{yy}-\sigma_{\theta\theta}}{y} \end{cases}$$

Здесь u, v – компоненты вектора скорости вдоль осей x, y соответственно; $\sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{yy}, \sigma_{\theta\theta}$ – компоненты тензора напряжений, которые раскладываются на шаровую $\sigma = (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{\theta\theta})/3$ и девиаторные части:
$\sigma_{xx} = \sigma + S_{xx}$; $\sigma_{yy} = \sigma + S_{yy}$; $\sigma_{\theta\theta} = \sigma + S_{\theta\theta}$;
$\sigma_{xy} = S_{xy}$; $S_{xx} + S_{yy} + S_{\theta\theta} = 0$.
($\sigma_{\theta\theta}$ – кольцевое напряжение).

Уравнение неразрывности запишется в следующем виде:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \rho(\dot{\varepsilon}_{xx} + \dot{\varepsilon}_{yy} + \dot{\varepsilon}_{\theta\theta}) = 0$$

где

$$\dot{\varepsilon}_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x};\ \dot{\varepsilon}_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y};\ \dot{\varepsilon}_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right);\ \dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = \frac{v}{y} \qquad -$$

компоненты тензора скоростей деформаций.

Модель внешнего керамического слоя

Внешний керамический слой оболочки описывается уравнениями термоупруговязкой среды Максвелловского типа:

$$\dot e_{xx} = \frac{S_{xx}^{\nabla}}{2\mu} + \frac{S_{xx}}{2\eta}; \quad \dot e_{yy} = \frac{S_{yy}^{\nabla}}{2\mu} + \frac{S_{yy}}{2\eta};$$
$$\dot e_{\theta\theta} = \frac{S_{\theta\theta}^{\nabla}}{2\mu} + \frac{S_{\theta\theta}}{2\eta}; \quad \dot e_{xy} = \dot\varepsilon_{xy} = \frac{S_{xy}^{\nabla}}{2\mu} + \frac{S_{xy}}{2\eta}.$$

Здесь

$$\dot e_{xx} = \dot\varepsilon_{xx} - \frac{(\dot\varepsilon_{xx} + \dot\varepsilon_{yy} + \dot\varepsilon_{\theta\theta})}{3};$$
$$\dot e_{yy} = \dot\varepsilon_{yy} - \frac{(\dot\varepsilon_{xx} + \dot\varepsilon_{yy} + \dot\varepsilon_{\theta\theta})}{3};$$
$$\dot e_{\theta\theta} = \dot\varepsilon_{\theta\theta} - \frac{(\dot\varepsilon_{xx} + \dot\varepsilon_{yy} + \dot\varepsilon_{\theta\theta})}{3} -$$

компоненты девиатора тензора скоростей деформаций; значком ∇ обозначена Яуманновская производная от компонент девиатора тензора напряжений, которая в рассматриваемом двумерном осесимметричном случае приводится к следующему виду:

$$S_{xx}^{\nabla} = \dot S_{xx} - S_{xy}\Big(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\Big); \qquad S_{yy}^{\nabla} = \dot S_{yy} + S_{xy}\Big(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\Big);$$
$$S_{\theta\theta}^{\nabla} = \dot S_{\theta\theta}; \qquad S_{xy}^{\nabla} = \dot S_{xy} - \frac{(S_{xx} - S_{yy})}{2}\Big(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\Big).$$

Уравнение для шаровой части тензора напряжений имеет вид:

$$\sigma = K(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{\theta\theta} - a_v(T - T_0)),$$

Уравнение притока тепла в рассматриваемом адиабатическом приближении запишется в виде

$$\rho c_\sigma \dot T + a_v \dot\sigma T = \frac{S_{xx}^2}{2\eta} + \frac{S_{yy}^2}{2\eta} + \frac{S_{\theta\theta}^2}{2\eta} + \frac{S_{xy}^2}{\eta}.$$

Модель внутреннего алюминиевого слоя

Внутренний металлический слой оболочки моделируется повреждаемой термоупруговязкопластической средой, описанной выше.

Определяющие уравнения имеют следующий вид:

$$
\begin{aligned}
&\dot{\varepsilon}^e_{xx} = \frac{\dot{\varepsilon}_{xx} + \dot{\varepsilon}_{yy} + \dot{\varepsilon}_{\theta\theta}}{3} + \frac{S^{\nabla}_{xx}}{2\mu} + \frac{A \cdot C}{(1-\omega)(1-\alpha)}\frac{S_{xx}}{S_u}\dot{\alpha},\\
&\dot{\varepsilon}^e_{yy} = \frac{\dot{\varepsilon}_{xx} + \dot{\varepsilon}_{yy} + \dot{\varepsilon}_{\theta\theta}}{3} + \frac{S^{\nabla}_{yy}}{2\mu} + \frac{A \cdot C}{(1-\omega)(1-\alpha)}\frac{S_{yy}}{S_u}\dot{\alpha},\\
&\dot{\varepsilon}^e_{\theta\theta} = \frac{\dot{\varepsilon}_{xx} + \dot{\varepsilon}_{yy} + \dot{\varepsilon}_{\theta\theta}}{3} + \frac{S^{\nabla}_{\theta\theta}}{2\mu} + \frac{A \cdot C}{(1-\omega)(1-\alpha)}\frac{S_{\theta\theta}}{S_u}\dot{\alpha},\\
&\dot{\varepsilon}^e_{xy} = \frac{S^{\nabla}_{xy}}{2\mu} + \frac{2A \cdot C}{(1-\omega)(1-\alpha)}\frac{S_{xy}}{S_u}\dot{\alpha}\\
&\dot{\varepsilon}^p_{xx} = \frac{S_{xx}}{2\eta} \cdot \frac{S_u - \sqrt{\frac{2}{3}Y_0}}{S_u} \cdot H\Big(S_u - \sqrt{\frac{2}{3}Y_0}\Big)\\
&\dot{\varepsilon}^p_{yy} = \frac{S_{yy}}{2\eta} \cdot \frac{S_u - \sqrt{\frac{2}{3}Y_0}}{S_u} \cdot H\Big(S_u - \sqrt{\frac{2}{3}Y_0}\Big)\\
&\dot{\varepsilon}^p_{\theta\theta} = \frac{S_{\theta\theta}}{2\eta} \cdot \frac{S_u - \sqrt{\frac{2}{3}Y_0}}{S_u} \cdot H\Big(S_u - \sqrt{\frac{2}{3}Y_0}\Big)\\
&\dot{\varepsilon}^p_{xy} = \frac{S_{xy}}{2\eta} \cdot \frac{S_u - \sqrt{\frac{2}{3}Y_0}}{S_u} \cdot H\Big(S_u - \sqrt{\frac{2}{3}Y_0}\Big)\\
\\
&\sigma = K\left(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{\theta\theta} - \alpha_\nu(T - T_0) + B\Lambda ln(1-\omega) - \Lambda\frac{\omega^2}{4\eta_0}\right)\\
&S_u = \sqrt{S^2_{xx} + S^2_{yy} + S^2_{\theta\theta} + 2S^2_{xy}}\\
&\rho c_\sigma \dot{T} + \alpha_\nu \dot{\sigma} T = S_{xx}\dot{\varepsilon}^p_{xx} + S_{yy}\dot{\varepsilon}^p_{yy} + 2S_{xy}\dot{\varepsilon}^p_{xy} + S_{\theta\theta}\dot{\varepsilon}^p_{\theta\theta} + \Lambda\dot{\omega}^2 + A\dot{\alpha}^2\\
&\dot{\omega} = B\left(\frac{\sigma}{1-\omega} - \sigma_*\right) \cdot H\left(\frac{\sigma}{1-\omega} - \sigma_*\right) + \omega\frac{\sigma - \sigma^+}{4\eta_0}H(\sigma - \sigma^+)\\
&\quad + \omega \cdot \frac{\sigma - \sigma^-}{4\eta_0} \cdot H(\sigma^- - \sigma)\\
&\sigma^+ = -\frac{2}{3}Y_0 ln\omega; \qquad \sigma^- = \frac{2}{3}Y_0 ln\omega;\\
&\dot{\alpha} = C\left(\frac{S_u}{(1-\omega)(1-\alpha)} - S^*_u\right) \cdot H\left(\frac{S_u}{(1-\omega)(1-\alpha)} - S^*_u\right)
\end{aligned} \tag{2}
$$

В формулах введены следующие обозначения: Y_0, μ_0, η_0, K_0 – предел пластичности, модуль сдвига, динамическая вязкость и объемный модуль неповрежденного материала; B, σ_*, C, A, $S_u^* > 0$ – константы материала, связанные с накоплением микроструктурных повреждений в материале; $S_u = \sqrt{S_{ij} \cdot S_{ij}}$ – интенсивность девиатора напряжений; кроме того принято, что в поврежденном материале модули K,μ, η и Y_0 следующим образом зависят от параметров поврежденности ω и α:

$$K = K_0(1-\omega); \mu = \mu_0(1-\omega)(1-\alpha); \eta = \eta_0(1-\omega)(1-\alpha); Y = Y_0(1-\omega)(1-\alpha);$$

ε_{ij}^p, ε_{ij}^e – пластические и упругие деформации соответственно: $\varepsilon_{ij}^p + \varepsilon_{ij}^e = \varepsilon_{ij}$.

Кроме того считается, что модули Y_0, μ_0 зависят от температуры, давления, накопленных пластических деформаций как в модели Штейнберга-Гуинана (1).

Отметим, что введение в модели повреждаемой среды (2) "нестандартные" константы B, σ_*, C, A, Λ,S_u^* могут быть определены с использованием экспериментов по плоскому соударению пластин с откольным разрушением.

Критерий начала макроразрушения слоев оболочки

Развитие интенсивного вязкопластического течения и накопление микроструктурных повреждений являются предразрушением материала. В качестве начала макроразрушения (появления трещин в материале - новых свободных поверхностей) используется энтропийный критерий разрушения предельной удельной диссипации, хорошо себя зарекомендовавший при решении многих динамических задач. Применительно к модели в адиабатическом приближении, когда термическая диссипация d_T отсутствует, он имеет следующий вид:

$$D = \int_0^{t*} \frac{1}{\rho}(d_m + d_F)dt = D_* \tag{3}$$

где t^* – время начала разрушения, D^* – константа материала (предельная удельная диссипация); d_M – механическая диссипация, d_F – диссипация континуального разрушения:

$$d_M = S_{xx}\dot{\varepsilon_{xx}^p} + S_{yy}\dot{\varepsilon_{yy}^p} + 2S_{xy}\dot{\varepsilon_{xy}^p} + S_{\theta\theta}\dot{\varepsilon_{\theta\theta}^p}$$
$$d_F = \Lambda\dot{\omega}^2 + A\dot{\alpha}^2$$

Для модели термовязкоупругой среды, описывающей поведение внешнего керамического слоя,

$$d_M = \frac{S_{xx}^2}{2\eta} + \frac{S_{yy}^2}{2\eta} + \frac{S_{\theta\theta}^2}{2\eta} + 2\frac{S_{xy}^2}{2\eta}, d_F = 0.$$

Отметим, что константа D* может быть определена из экспериментов по плоскому соударению пластин с откольным разрушением.

В качестве критерия макроразрушения для достаточно хрупкого керамического слоя использовался другой критерий – критерий типа Давиденкова-Фридмана. Состоит он в следующем.

Во-первых, вектор напряжений $\vec{\sigma}_n$ в плоскости xy в расчетной ячейке на площадке с единичной нормалью $\vec{n}(\cos\varphi, \sin\varphi)$ раскладывается на нормальную σ_n и касательную σ_τ составляющие:

$$\sigma_n = \vec{\sigma}_n \vec{n} = \sigma_{xx}\cos^2\varphi + \sigma_{xy}\sin 2\varphi + \sigma_{yy}\sin^2\varphi,$$
$$\sigma_\tau = (|\sigma_n|^2 - \sigma_n^2)^{\frac{1}{2}} = |\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\sin 2\varphi + \sigma_{yy}\cos 2\varphi|.$$

Затем находятся направления нормалей $\vec{n}$, на которых достигается максимум σ_n и σ_τ, и соответствующие значения максимумов σ_n^{max} и σ_τ^{max}. Далее находится максимум М из трех величин :

$$M = \max(\frac{\sigma_n^{max}}{\sigma_B}, \frac{\sigma_\tau^{max}}{\tau_B}, \frac{\sigma_{\theta\theta}}{\sigma_B})$$

Здесь σ_B, τ_B – так называемые "временные сопротивления" материала разрушению отрывом и сдвигом соответственно (табличные прочностные характеристики конструкционных материалов).

Если оказывается, что $M \geq 1$, то считается, что произошло разрушение расчетной ячейки керамического слоя оболочки соответствующего типа (отрывом или сдвигом).

Найдем направления, на которых достигается максимальное касательное и нормальное напряжение: $\operatorname{tg} 2\theta = \dfrac{2\sigma_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}$ и $\operatorname{tg} 2\theta = \dfrac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2\sigma_{xy}}$ соответственно.

Максимальное нормальное и касательное напряжение определим по формуле:
$\sigma_n^{max} = \dfrac{1}{2}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) + \dfrac{1}{2}\sqrt{(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2},$
$\sigma_\tau^{max} = \dfrac{1}{2}\sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2}$

Модель поведения заполнителя оболочки (воды). Определяющие уравнения для воды - широкодиапазонные уравнения состояния Н.М. Кузнецова:

$$p_w = p_{w_0} \cdot \left(1 + \frac{3050(\bar{\rho}_w^{7.3} - 1)}{1 + 0.7(\bar{\rho}_w - 1)^4} \cdot (1 - 0.012\bar{\rho}_w F) + 4.7\bar{\rho}_w(T_w - 273)\right)$$
$$\text{при } \bar{\rho}_w \geq 1 \qquad (4)$$
$$p_w = p_{w_0} \cdot \big(1 + \zeta^4 - 470\bar{\rho}_w F\zeta + 4.7\bar{\rho}_w F(T_w - 273)\big) \qquad \text{при } 0 < \bar{\rho}_w < 1 \qquad (5)$$

Здесь

$$\zeta = 10(1 - \bar{\rho}_w) + 66(1 - \bar{\rho}_w)^2 - 270(1 - \bar{\rho}_w)^3 \qquad \text{при } 0.8 < \bar{\rho}_w < 1$$
$$\zeta = 6.6(1 - \bar{\rho}_w)^{0.57}\bar{\rho}_w^{0.25} \qquad \text{при } 0 < \bar{\rho}_w \leq 0.8$$

Где $p_{w_0} = 10^5$Па – начальное давление в воде, ρ_{w_0} – начальная плотность, $\bar{\rho}_w = \rho_w/\rho_{w_0}, F = (1 + 3.5\bar{\rho}_w - \bar{\rho}_w^2 + 7.27\bar{\rho}_w^2)/(1 + 1.09\bar{\rho}_w^6)$.

Однако уравнения состояния при $p_w/p_{w_0} \ll 1$, т.е. когда начинается кавитация в воде, при которой образуется парожидкостная смесь, дают не вполне удовлетворительные результаты. Поэтому при $p_w/p_{w_0} \ll 1$ предложено давлением в жидкости считать давление на линии насыщения вода - водяной пар, подробные таблицы для которого приведены в справочнике (Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. - М.: Наука, 1972.). Данные таблиц хорошо аппроксимируются следующей формулой (Киселев А.Б. -Вестн. МГУ. Сер. 1 Математ.Механ. 1997.№5):

$$p_\omega = 610 \exp 0.1(T_w - T_0) ln 1.35 \tag{6}$$

Давление p_w считается в паскалях (Па), температура T_w – в градусах Кельвина. Температура в жидкости T_w определяется из уравнения внутренней энергии: $c_w \dot{T_w} = p_w \dfrac{\dot{\rho_w}}{{\rho_w}^2}$, где c_w - теплоемкость воды.

Уравнения движения жидкости и уравнение неразрывности имеют следующий вид:

$$\rho_w \dot{u} = \frac{\partial p_w}{\partial x}; \rho_w \dot{\nu} = \frac{\partial p_w}{\partial y}; \qquad \dot{\rho_w} + \rho_w \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \nu}{\partial y} \right) = 0$$

Постановка граничных и начальных условий. Считается, что в начальном состоянии при $t = 0$ конструкция находится в ненапряженном состоянии: $\varepsilon_{ij} = 0, \sigma_{ij} = 0, T = T_0$. Граничные условия на оси симметрии при $y = 0$ для твердых слоев оболочки имеют следующий вид:

$$\rho \dot{u} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + 2 \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y}, \nu = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0.$$

Граничные условия на оси симметрии при $y = 0$ для воды: $\rho_w \dot{u} = \dfrac{\partial p}{\partial x}$, $\nu = 0$, $\dfrac{\partial T}{\partial y} = 0$. Граничные условия на контактной поверхности жестких слоев: в случае, когда нормальные напряжения σ_n и касательные напряжения $|\sigma_\tau|$ не превосходят некоторых предельных значений $\sigma_n^* > 0$ и соответственно $\sigma_\tau^* > 0$, слои находятся в контакте: $u_1 = u_2$, $v_1 = v_2$; в противном случае происходит отрыв одного слоя от другого. В этом случае для слоев реализуются условия на свободной поверхности:

$$\sigma_n|_1 = 0, \sigma_n|_2 = 0$$

На контактной поверхности вода - алюминиевый слой ставятся следующие граничные условия:

$$\sigma_n|_2 = -p_w, u|_2 = u, \nu|_2 = \nu$$

Задача решается численно на лагранжевой расчетной сетке, движущейся и деформирующейся вместе со средой, по явной конечно-разностной схеме второго порядка точности типа Уилкинса.

Для построение равномерной расчетной сетки в начальный момент времени использовался алгоритм состоящий из 2-х этапов. Первый этап позволял построить прямолинейную сетку. Второй этап алгоритма устраняет имеющиеся нахлесты области и локальную неравномерность площадей ячеек.

Результаты расчетов при высоких скоростях. Расчеты проводились при следующих константах.
Для воды $R = 38.5 \cdot 10^{-3}\,$м – радиус внутренней полости, заполненной жидкостью $\rho = 1000\,$кг/м$^3, T_0 = 273\,K, c_\sigma = 4,192\,$КДж/(кг $\cdot$ К);
Для алюминиевой оболочки $R = 40 \cdot 10^{-3}\,$м – внешний радиус алюминиевого слоя, $\rho = 2780\,$кг/м$^3, T_0 = 273\,K, \mu_0 = 27.6\,$ГПа$, K_0 = 79.06\,$ГПа$, Y_0 = 0.29\,$ГПа$, S^* = 0.497\,$ГПа$, \sigma^* = 0.097\,$ГПа$, \Lambda = 193.3\,$Па $\cdot$ с$, A = 550\,$Па $\cdot$ с$, B = 1.034 \cdot 10^{-3}$ (Па $\cdot$ с)$^{-1}, C = 7.61 \cdot 10^{-4}\,$(Па $\cdot$ с)$^{-1}, a_v = 6.72 \cdot 10^{-5}\,K^{-1}, c_\sigma = 924.3\,$Дж/(кг $\cdot$ К)$, \eta_0 = 700\,$Па $\cdot$ с$, T_{max_0} = 2260\,K, Y_{max} = 1.45\,$ГПа$, \beta = 780, n = 0.065, b = 0.0115\,$ГПа$^{-1}, h = 6.210^{-4}\,K^{-1}, D^* = 30\,$КДж/кг.
Для керамического слоя $R = 52 \cdot 10^{-3}\,$м$, \rho_0 = 1483\,$кг/м$^3; \mu = 33.07\,$ГПа$; \lambda = 60.28\,$ГПа$, K_0 = 2/3 \cdot \mu_0 + \lambda_0, \eta_0 = 22\,$МПа $\cdot$ с$, T_0 = 273\,K, a_v = 10^{-4}, c_\sigma = 1.5 \cdot 10^3\,$Дж/(кг $\cdot$ К)$, \sigma_B = 0.8657\,$ГПа$, \tau_B = 0.074\,$ГПа$, \sigma^* = 0.743\,$ГПа$, \tau^* = 0.030\,$ГПа, где σ^*, τ^* предельные значения давления, при которых происходит отслоение керамики от алюминия.

Начальная скорость удара конструкции полагалась $v_0 = 250$м/с. Скорость звука в керамическом слое, алюминиевом слое и воде равна соответственно 9233м/с$, 6455$м/с$, 1445$м/с.

Приведем некоторые результаты расчетов.

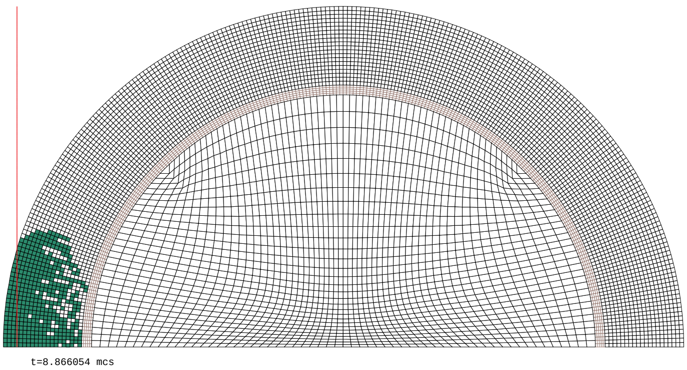

Рис. 22

На рис. 22 – изображена конструкция в момент времени, соответствующий времени пробега упругой волны половины длины керамического слоя. Вертикальной линией изображена преграда (жесткая стенка). Темным цветом помечаются разрушенные ячейки в которых полагается, что $S_{ij} = 0$, но $\sigma \neq 0$. Если разрушенные ячейки достигают стенки, то они выбрасываются из расчета. Заметим, что произошло частичное разрушение керамики, в области соударения оболочки со стенкой.

На рис. 23, 24 представлены распределения давления и температуры в тот же самый момент времени. Мы видим области распространения ударной волны, а также появившиеся зоны кавитации.

Можем отметить, что значительного разогрева как оболочек, так и воды не происходит.

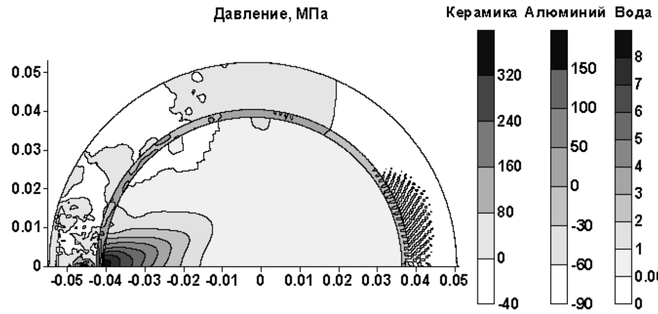

Рис. 23

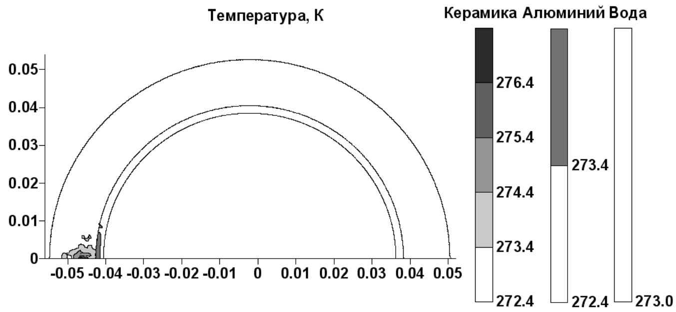

Рис. 24

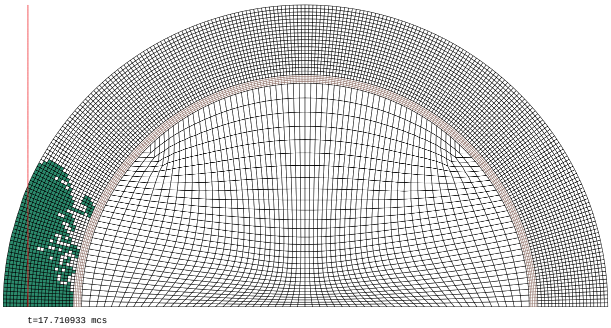

Рис. 25

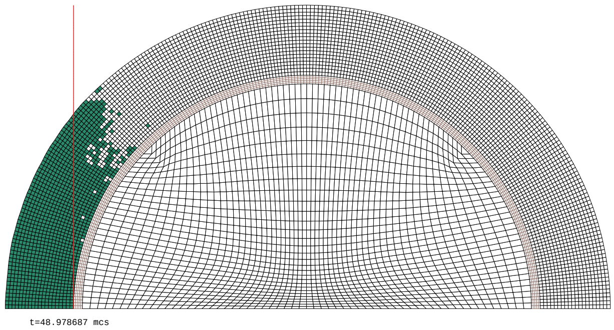

Рис. 26

На рис. 25 показана конструкция в момент времени, соответствующий времени пробега упругой волны по пластику.

Далее мы видим, что алюминиевая оболочка пришла во взаимодействие с преградой (рис. 27). В области соударения оболочки керамики, со стенкой произошло значительное разрушение.

На рис. 27 мы видим образовавшуюся зону высокого давления в воде.

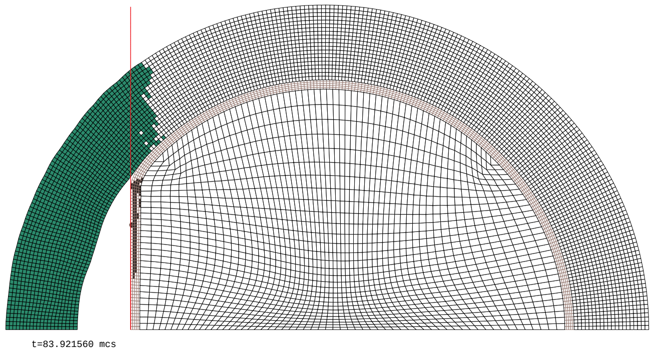

Рис. 29

К моменту времени, показанному на рис. 30 произошло разрушения оболочки "керамики"в зоне соударения с преградой, а также сквозное разрушение

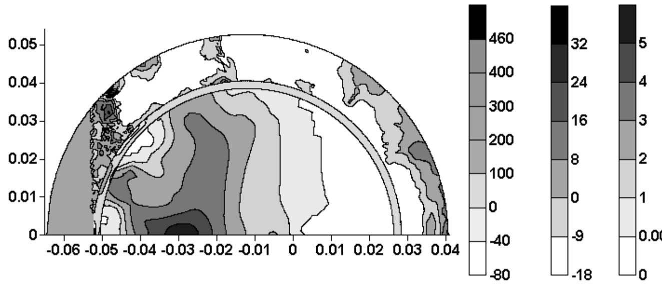

Рис. 27

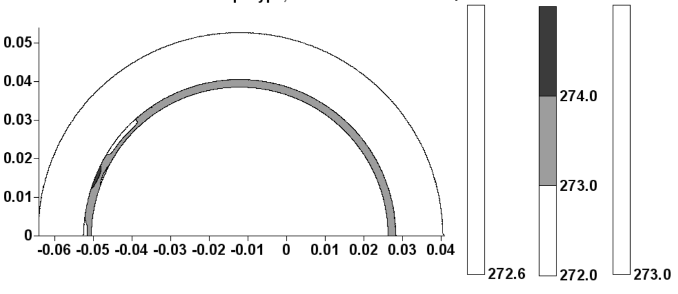

Рис. 28

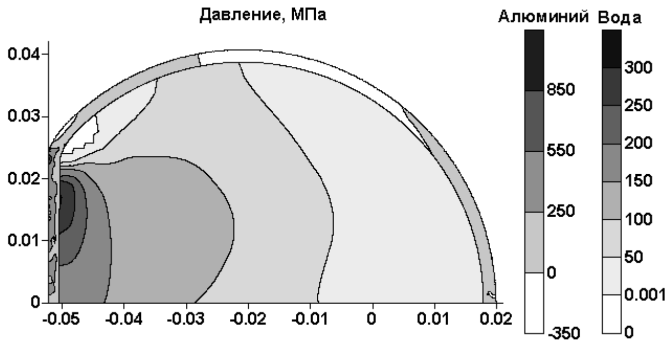

Рис. 30

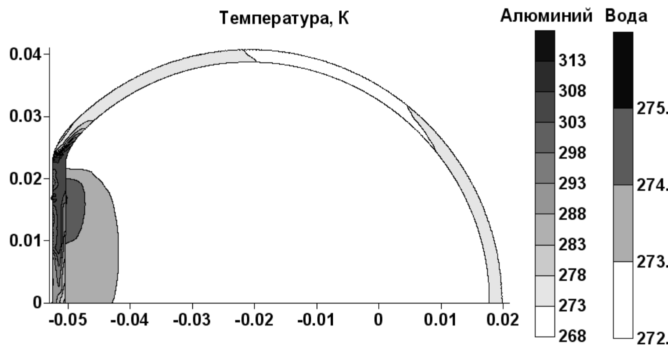

Рис. 31

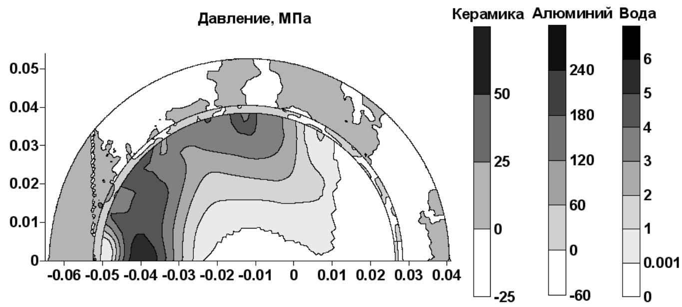

Рис. 33

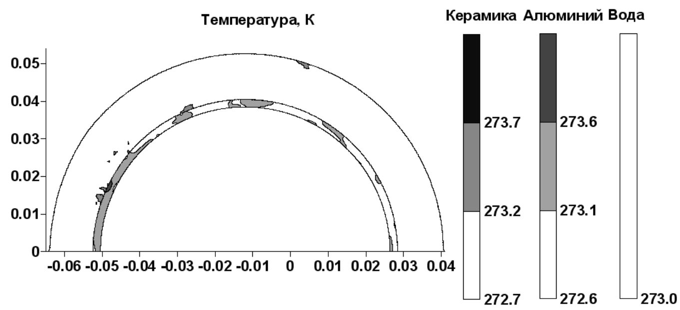

Рис. 34

алюминиевой оболочки. Можем заметить, что произошел незначительный прогрев воды и алюминиевой оболочки.

Результаты расчетов при низких скоростях

Также была получены результаты соударения оболочки при значительно более низких скоростях. В частности, был рассмотрен процесс соударения при $v = 100$м/с.

На рис. 32 - 34 представлена конструкция в момент соударения алюминиевой оболочки со стенкой, а также распределение давления и температуры по оболочке.

Можем заметить, что в плоскости соударения керамики и стенки, значительная часть оболочки разрушена. А также видим, что при более низких скоростях не образуется зона кавитация, вызванная геометрическими изменениями оболочки.

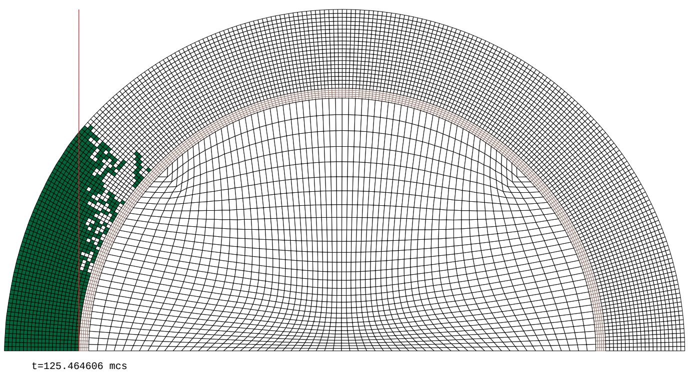

Рис. 32

И на рис. 35, 36, 37 представлен момент разрушение алюминиевой оболочки. Можем заметить, что разрушение

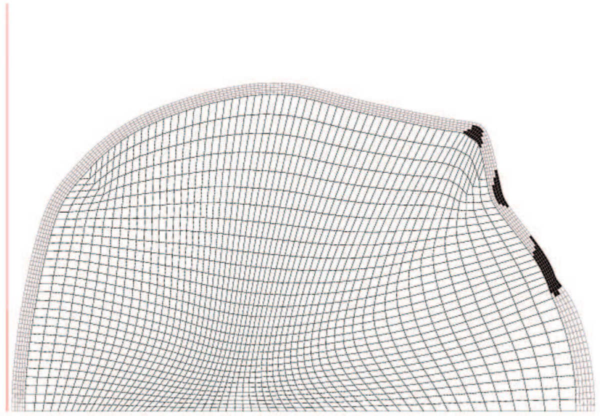

Рис. 35

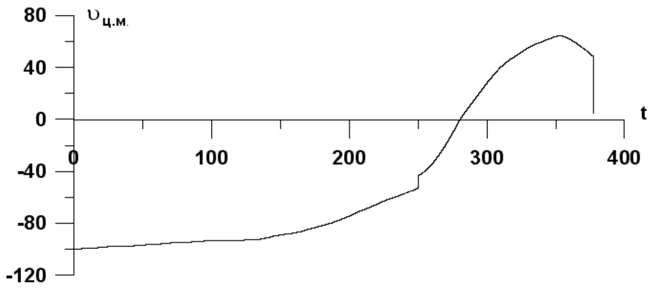

Рис. 36

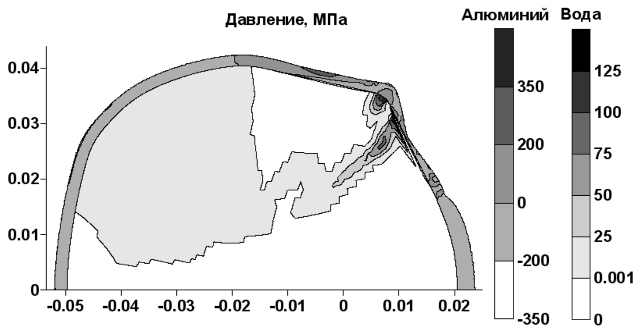

Рис. 37

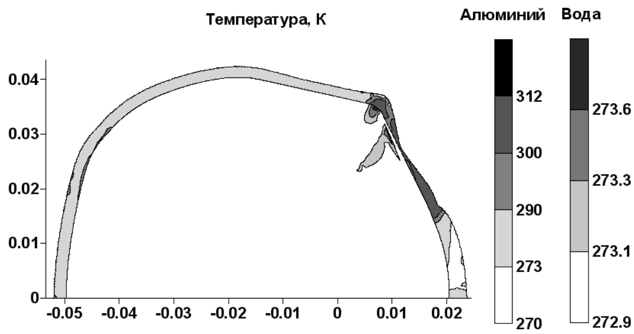

Рис. 38

произошло со стороны противоположной плоскости соударения со стенкой, при том что алюминиевая оболочка значительно деформирована.

На рис. 36 представлена зависимость скорости центра масс от времени. Мы видим, что оболочка сталкиваясь с препятствием замедляет свое движение, затем останавливается, а затем отлетает.

Выводы

Таким образом, получены следующие основные результаты.

1. Разработана методика и создана программа расчета одномерных и двумерных осесимметричных задач динамики необратимого деформирования и разрушения сред и элементов конструкций.

2. Впервые численно исследованы задачи необратимого динамического деформирования и разрушения тостостенной сферической и цилиндрической оболочки с учетом как микроразрушения с образованием и развитием дефектов типа микропор и полос адиабитического сдвига, так и макроразрушения вплоть до полного разрушения конструкций.

3. Впервые численно исследованы в двумерной постановке необратимые динамические процессы деформирования, микро- и макроразрушения осесимметричной двуслойной оболочечной конструкции, заполненной

жидкостью, при внешнем ударном воздействии на нее. Выявлены основные закономерности.

Список публикаций по теме диссертации

1. Киселев А.Б., Нехаева О.В. Численное моделирование динамического деформирования и разрушения толстостенной сферической оболочки // Вестн. МГУ. Сер. 1. Матем. Механ. - 2004. - N 5. - С. 53-58.

2. Киселев А.Б., Нехаева О.В. Численное моделирование динамических процессов необратимого деформирования и разрушения толстостенных сферических и цилиндрических оболочек // Ломоносовские чтения: Тезисы докл. научной конф. "Ломоносовские чтения". Секция механики. Апрель 2004 года, Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 2004. - С. 95.

3. Киселев А.Б., Нехаева О.В. Численное моделирование динамического деформирования и разрушения толстостенной цилиндрической оболочки // Вестн. МГУ. Сер. 1. Матем. Механ. - 2005. - N 2. - С. 33-37.

4. Kiselev A.B., Nechaeva O.V. Mathematical modelling of dynamic processes of irreversible deforming, micro- and macrofracture of solids and structures // 11th Int. Conference on Fracture (Turin (Italy) - March 20-25, 2005). Abstract Book. - Turin: CCI, 2005. - P. 228.

5. Kiselev A.B., Nechaeva O.V. Mathematical modelling of dynamic processes of irreversible deforming, micro- and macrofracture of solids and structures // 11th Int. Conference on Fracture (Turin (Italy) - March 20-25, 2005). Proc. on CD-ROM. - Turin: CCI, 2005. - 6 p.

6. Kiselev A.B., Nechaeva O.V. Computational simulation of dynamic processes of irreversible deforming, micro- and macrofracture of solids and structures // First Int. Conference on Comtutational Methods in Science and Engineering (Santorini, Greece - May 25-27, 2005). Proc. on CD-ROM. - Barcelona, Spain: CIMNE, 2005. - 20 p.

7. Kiselev A.B., Nechaeva O.V. Computational simulation of dynamic processes of irreversible deforming, micro- and macrofracture of solids and structures // First Int. Conference on Comtutational Methods in Science and Engineering (Santorini, Greece - May 25-27, 2005). Abstract Book. - Barcelona, Spain: CIMNE, 2005. - P. 179.

8. Kiselev A.B., Nechaeva O.V. Computational simulation of irreversible dynamic deforming and fracture of damageable solids and structures // XXXIII Summer

School - Conference "Advances Problems in Mechanics"(St. Petersburg (Repino), Russia - June 28 - July 5, 2005). APM 2005. Book of Abstracts. - St. Petersburg, IPME of RAS, - P. 51-52.

9. Киселев А.Б., Смирнов Н.Н., Нехаева О.В., Никитин В.Ф. Высокоскоростное взаимодействие частиц космического мусора с двухслойными оболочками, наполненными жидкостью или газом // Ломоносовские чтения. Научная конф. Секция механики. Апрель 2005 года. Тезисы докладов. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 2005. - С. 112-113.

10. Киселев А.Б., Нехаева О.В. Численное моделирование необратимого деформирования и разрушения двухслойной сферической оболочки, заполненной жидкостью, при столкновении с препятствием // Межд. Научный симпозиум по проблемам механики деформируемых тел, посв. 95-летию рождения А.А. Ильюшина (Москва, 19-20 янв. 2006 г.). Тезисы докл. - М.: МГУ, 2006. - С. 63-64.

11. Kiselev A.B., Nekhaeva O.V., Privalsky A.V. Computational simulation of irreversible deforming and fracture of damageable solids and structures // III European Conf. on Computational Mechanics - Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering (Lisbon, Portugal, 5-9 June 206). Book of Abstracts. - Springer, Netherlands, 2006, p. 92.

12. Kiselev A.B., Nekhaeva O.V., Privalsky A.V. Computational simulation of Irreversible deforming and fracture of damageable solids and structures // III European Conf. on Computational Mechanics - Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering (Lisbon, Portugal, 5-9 June 2006). Proc. on CD-ROM - 18 p.

13. Киселев А.Б., Нехаева О.В. Численное моделирование процессов необратимого деформирования и разрушения двухслойной сферической оболочки, заполненной жидкостью, при столкновении с препятствием // Проблемы механики деформируемых твердых тел и горных пород. Сб. статей к 75-летию Е.И. Шемякина / Под ред. Д.Д. Ивлева и Н.Ф. Морозова . - М. ФИЗМАТЛИТ, 2006. - С. 320-338.

14. Киселев А.Б., Нехаева О.В. Численное моделирование необратимого деформирования и разрушения двухслойной сферической оболочки, заполненной жидкостью, при столкновении с препятствием // Упругость и неупругость. Материалы Международного научного симпозиума по проблемам механики деформируемых тел, посвященного 95-летию со дня рождения А.А. Ильюшина (Москва, 19-20 января 2006 г.) - М.: ЛЕНАНД, 2006. - С. 332-337.

15. Kiselev A.B., Nekhaeva O.V. Computational simulation of irreversible deforming and fracture of damageable solids and structures // COMPDYN 2007. Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering (Book of Abstracts of the Int. Conf. on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, Rethhymno, Crete, Greece, 13-16 June, 2007), p. 433.

16. Kiselev A.B., Nekhaeva O.V. Computational simulation of irreversible deforming and fracture of damageable solids and structures // COMPDYN 2007. Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering (Book of Proceedings of the Int. Conf. on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, Rethhymno, Crete, Greece, 13-16 June, 2007). Proc. on CD-ROM - 12 p.

17. Нехаева О.В. Численное моделирование процессов необратимого динамического деформирования и разрушения повреждаемых сред и конструкций // Ломоносовские чтения. Научная конференция. Секция механики. Апрель 2007 года. Тезисы докладов. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 2007. - С. 128-129.