

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

им. М.В. Ломоносова

---

На правах рукописи

БОРОНИН Сергей Андреевич

**РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ  
УСТОЙЧИВОСТИ ТЕЧЕНИЙ ДИСПЕРСНЫХ СРЕД**

*Специальность 01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы*

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Москва – 2008

Работа выполнена на кафедре аэромеханики и газовой динамики механико-математического факультета и в лаборатории механики многофазных сред Института механики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук  
А.Н. Осипцов

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
профессор В.А. Полянский  
доктор физико-математических наук  
Ю.М. Циркунов

Ведущая организация: Институт механики УНЦ РАН (г. Уфа)

Защита состоится 21 ноября 2008 г. в 15 часов на заседании диссертационного совета Д.501.001.89 при Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова по адресу: 119899, г. Москва, Ленинские горы, Главное здание МГУ, аудитория 16-24.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова.

Автореферат разослан “\_\_\_” октября 2008 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д.501.001.89,  
доктор физико-математических наук

А.Н. Осипцов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Течения дисперсных сред широко распространены в природе и технике. Вопрос гидродинамической устойчивости дисперсных потоков во многих случаях является исключительно важным и по этой причине привлекает значительное внимание ученых-исследователей и инженеров. В частности, проблема гидродинамической устойчивости существенна при проектировании барботажных, флотационных и гидротранспортных установок. Гидротранспорт измельченной породы полезных ископаемых (например, угля) используется в горнодобывающей промышленности, и гидродинамическая устойчивость двухфазных течений в значительной степени влияет на энергозатраты. Широко используется также пневмотранспорт порошковых материалов. В гидроразрывных технологиях, применяемых для улучшения нефтеотдачи месторождений, используется закачка суспензии твердых частиц в трещины гидроразрыва, что ставит вопрос обеспечения оптимального (ламинарного) режима течения в трещине. В аэродинамических приложениях важное значение имеет оценка влияния дисперсной примеси на устойчивость аэродисперсных течений в пограничных слоях, струях и следах.

Ввиду существенных трудностей экспериментального исследования устойчивости течений дисперсных сред большую значимость приобретают теоретические исследования на базе современных двухконтинуальных моделей, которые в настоящий момент являются основным инструментом исследований в области механики многофазных сред.

К настоящему времени теория устойчивости течений дисперсных сред развита недостаточно. Классическая постановка задач гидродинамической устойчивости плоскопараллельных течений дисперсных сред, сформулированная П.Дж. Сэфманом в начале 60-х годов прошлого столетия в рамках так называемой модели "запыленного газа", крайне схематична и не учитывает ряд важных факторов, характерных для реальных дисперсных течений. К таким факторам в первую очередь относятся: (i) пространствен-

ная неоднородность распределения частиц в основном течении; (ii) наличие нестоксовских компонент силы, действующей на частицы дисперсной фазы, в том числе подъемной силы, вызванной локальной сдвиговостью потока, обтекающего частицы; (iii) рассогласование скоростей фаз в основном течении и, наконец, (iv) конечность объемного содержания частиц, учет которой необходим при рассмотрении течений суспензий и пузырьковых сред.

### **Цели работы:**

- Развитие постановок задач линейной устойчивости плоскопараллельных течений разреженных дисперсных сред с учетом современного уровня развития двухконтинуальных моделей
- Исследование влияния ряда дополнительных факторов, характеризующих основное течение и межфазное взаимодействие, на устойчивость течений двухфазных сред
- Получение результатов, которые на качественном уровне могут быть использованы при планировании и проведении экспериментов по влиянию дисперсной примеси на ламинарно-турбулентный переход в течениях дисперсных смесей

**Научная новизна.** В работе получены следующие новые результаты, выносимые на защиту:

- Формулировка задач линейной гидродинамической устойчивости различных плоскопараллельных течений запыленного газа в рамках классической модели взаимопроникающих континуумов при учете ряда дополнительных факторов
- Влияние неоднородности концентрации частиц и нестоксовских компонент межфазной силы рассмотрено на примере течения запыленного газа в пограничном слое. Показано, что наиболее устойчивым является течение с накоплением дисперсной фазы в направлении стенки

- Эффект рассогласования скоростей фаз в основном течении исследован на примере течения запыленного газа в вертикальном плоском канале. Выявлена область в пространстве определяющих параметров, в которой течение является устойчивым по отношению к малым возмущениям при любом значении числа Рейнольдса
- Предложен вариант двухскоростной модели дисперсной среды, в которой учтена конечная объемная доля включений. В рамках этой модели исследована устойчивость течения суспензии в плоском канале с однородным и неоднородным распределением концентрации частиц. Показано, что в первом случае частицы модифицируют характеристики моды Толлмина-Шлихтинга, во втором - возникает неустойчивая мода уже при малых числах Рейнольдса, что соответствует существующим экспериментальным данным

**Достоверность полученных результатов.** Достоверность результатов диссертации основана на использовании современных моделей механики многофазных сред. В вычислительных алгоритмах использовались хорошо апробированные методы с контролем точности. Точность численных расчетов подтверждается сравнением результатов с известными численными решениями, а также качественным соответствием существующим экспериментальным данным.

**Научная и практическая значимость.** Научная значимость работы состоит в развитии постановок задач линейной устойчивости плоскопараллельных течений разреженных дисперсных сред с учетом современного уровня развития двухконтинуальных моделей. На примере ряда задач устойчивости классических плоскопараллельных течений рассмотрено влияние дополнительных факторов, не учитывавшихся ранее, (таких как пространственная неоднородность распределения частиц в основном течении; наличие подъемных сил, действующих на частицы дисперсной фазы; рассогласование скоростей фаз в основном течении; конечность объема, за-

нятого дисперсной фазой) на устойчивость течений двухфазных сред.

Практическая значимость работы определяется возможностью оценки диапазонов определяющих параметров, соответствующих устойчивости различных течений дисперсных сред по отношению к малым возмущениям, а также возможностью на качественном уровне использования результатов проведенного исследования при планировании и проведении экспериментов по влиянию дисперсной примеси на ламинарно-турбулентный переход различных течений жидкостей и газов.

**Апробация работы.** Основные положения и результаты, вошедшие в диссертацию, докладывались и обсуждались на семинаре по газовой динамике под рук. акад. Г.Г. Черного (НИИ механики МГУ, Москва), семинарах по механике многофазных сред под рук. д.ф.м.н. А.Н. Осипцова (НИИ механики МГУ, Москва), семинарах кафедры аэромеханики и газовой динамики (МГУ, Москва), XIV и XV школе-семинаре “Современные проблемы аэрогидродинамики” (Сочи, 2006, 2007 гг.), Конференции-конкурсе молодых ученых НИИ механики МГУ (Москва, 2004–2008 гг.), Ломоносовских чтениях МГУ (Москва, 2004, 2006–2008 гг.), IX Всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике (Нижний Новгород, 2006 г.), конференции “Современные проблемы механики сплошной среды” (МИАН, Москва, 2007 г.), конференции “Механика и химическая физика сплошных сред” (Бирск, 2007 г.), Европейском конгрессе по аэрозолям ЕАС (Гент, Бельгия, 2005 г.), 6-ом Международном конгрессе по прикладной математике ICIAM (Цюрих, Швейцария, 2007 г.), 11-ой Европейской конференции по турбулентности ЕТС (Порто, Португалия, 2007 г.), 6-ой и 7-ой конференции по механике жидкости Европейского сообщества механиков Euromech (Стокгольм, Швеция, 2006 г. и Манчестер, Великобритания, 2008 г.).

За работы “Устойчивость течения запыленного газа в вертикальном канале” и “Гидродинамическая устойчивость течений двухфазных сред с конечным объемным содержанием включений”, вошедшие в состав диссертации, автор удостоен дипломов 2-ой и 3-ей степени по результатам Конфе-

ренции-конкурса молодых ученых НИИ механики МГУ в 2005 и 2007 гг. соответственно.

**Публикации по теме диссертации.** Основные результаты работы изложены в 20 научных публикациях, из которых 7 статей и тезисы 13-ти докладов. 5 работ написаны совместно с научным руководителем А.Н. Осипцовым. Статьи [17] и [20] опубликованы в журнале, входящем в перечень ВАК на момент публикации.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. В работе содержится 39 рисунков, 3 таблицы и 95 библиографических ссылок. Общий объем диссертации составляет 105 страниц.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность темы работы, указаны цель и новизна исследований, отмечена их практическая ценность.

**Глава 1** посвящена обзору литературы по существующим непрерывным моделям двухфазных сред и исследованным задачам устойчивости течений дисперсных сред в рамках рассмотренных моделей. Обсуждаются достоинства и недостатки существующих в литературе постановок задач устойчивости течений дисперсных сред, указывается на необходимость их расширения для адекватного описания устойчивости широкого круга двухфазных потоков.

В **Главе 2** исследована задача устойчивости течения запыленного газа в пограничном слое в рамках классической модели взаимопроникающих континуумов (запыленного газа). Учитывается неоднородное пространственное распределение частиц в основном течении и подъемная сила, действующая на включения. Основные предположения модели запыленного газа:

- Двухфазная среда является монодисперсной и состоит из несущей фазы (несжимаемая ньютоновская жидкость или газ) и дисперсной фазы

(частицы)

- Частицы - сферы радиуса  $\sigma$  с плотностью материала  $\rho_s^0$  и массой  $m$
- Выполняются следующие соотношения для линейных масштабов:  $\lambda \ll \sigma \ll l \ll L$ , где  $\lambda$  – длина свободного пробега молекул в несущей фазе,  $l$  – характерное расстояние между частицами,  $L$  – макромасштаб рассматриваемого течения
- Объемная доля включений мала, поэтому не учитывается поправка к вязкости несущей фазы и эффект вытеснения несущей фазы. Массовая концентрация частиц считается конечной
- Радиус частиц достаточно велик, чтобы можно было пренебречь их броуновским движением

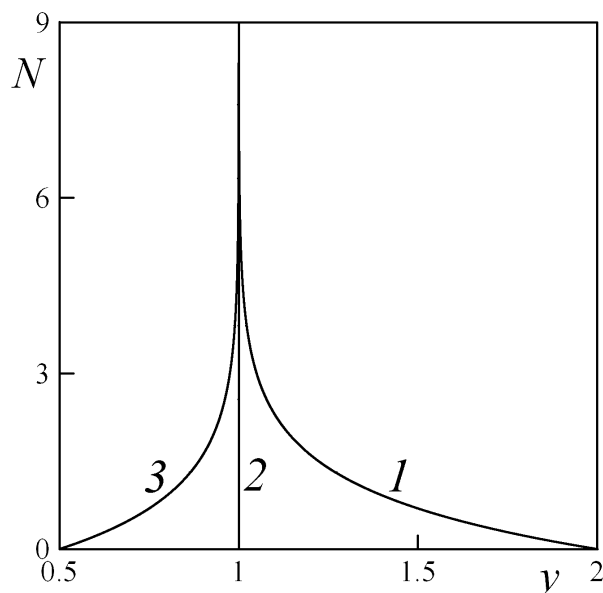
В разделе 2.1 приводятся оценки компонент межфазной силы и показывается, что наибольшими по порядку силами, действующими на частицу в течении в пограничном слое с малыми возмущениями, являются силы Стокса и Сэфмана. Рассматривается система уравнений движения запыленного газа в безразмерном виде, выделяются определяющие безразмерные параметры:

$$\text{Re} = \frac{\rho U_0 \delta}{\mu}, \quad \alpha = \frac{m N_0}{\rho}, \quad \beta = \frac{6\pi\sigma\mu\delta}{mU_0}$$

$$K = \frac{6.46\sigma^2(\delta\mu\rho)^{1/2}}{mU_0^{1/2}} = \frac{6.46}{2\pi\sqrt{2}}\sqrt{\beta}\sqrt{\frac{\rho}{\rho_s^0}}$$

При обезразмеривании декартовы координаты отнесены к местной толщине пограничного слоя  $\delta$ , скорости фаз и концентрация частиц отнесены к их характерным значениям во внешнем потоке  $U_0$  и  $N_0$ , давление – к  $\rho U_0^2$ ;  $\alpha$  – относительная массовая концентрация частиц,  $\beta$  – параметр инерционности частиц (обратное число Стокса), равный отношению толщины пограничного слоя к длине скоростной релаксации частиц, и  $K$  –





Фиг. 1. Рассматриваемые профили концентрации частиц  $N(y)$  в основном течении в пограничном слое. Кривые 1-3 соответствуют профилям (1) I-III.

параметр, характеризующий вклад силы Сэфмана в межфазное взаимодействие. **Раздел 2.2** посвящен постановке задачи линейной устойчивости течения двухфазной среды. Основное течение рассматривается в равновесной по скоростям области пограничного слоя, где профили скорости несущей и дисперсной фаз совпадают и соответствуют профилю Блазиуса в среде с эффективной плотностью. Исследуются три качественно различных профили концентрации частиц в основном течении (фиг. 1, а, ось  $y$  декартовой системы координат направлена перпендикулярно потоку, пластина соответствует линии  $y = 0$ ):

$$I. N(y) = 1 + \exp(-y), \quad II. N(y) \equiv 1, \quad III. N(y) = 1 - 0.5 \exp(-y) \quad (1)$$

Профили (1) I-III качественно соответствуют формирующимся вдали от передней кромки пластины распределениям частиц в поперечном к потоку направлении под действием сил Стокса и Сэфмана. В **разделе 2.3** исследуется линейная устойчивость течения дисперсной среды в пограничном слое методом Фурье. Все возмущения представляются в виде бегущих волн с вещественным волновым числом  $k$  и комплексной фазовой скоростью

стью  $c = c_r + ic_i$ :

$$Q(x, y) = q(y) \exp[ik(x - ct)]$$

Система линеаризованных уравнений движения двухфазной среды с граничными условиями прилипания несущей фазы на пластине сводится к задаче на собственные значения для модифицированного уравнения Орра-Зоммерфельда относительно амплитуды возмущения функции тока  $\psi$ :

$$L_{OZ} = -\alpha\beta\text{Re}N (k^2\psi - ikv_s(\psi, \psi')) + \\ + \alpha\text{Re}\left(\beta N' - N\left(ikK(U')^{1/2} - \beta\frac{d}{dy}\right)\right)(\psi' - u_s(\psi, \psi'))$$

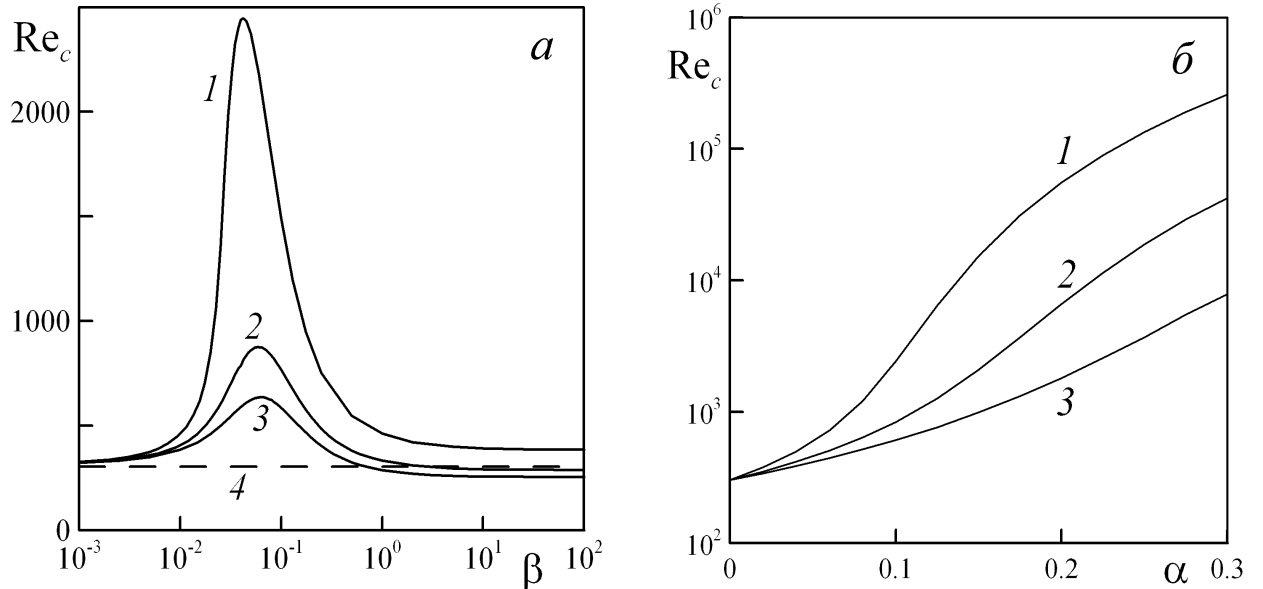
Здесь  $u_s, v_s$  – амплитуды компонент возмущения скорости дисперсной среды, выражаемые линейно через  $\psi, \psi'$ .  $L_{OZ}$  – классический оператор Орра-Зоммерфельда:

$$L_{OZ} \equiv \psi^{IV} - k^2\psi^{II} + k^4\psi - ik\text{Re}((\psi^{II} - k^2\psi)(U - c) - U''\psi)$$

Граничные условия соответствуют прилипанию несущей фазы на пластине и затуханию возмущений на бесконечности:

$$\psi(0) = \psi'(0) = 0, \quad \psi(\infty) = \psi'(\infty) = 0$$

В **разделе 2.4** излагается алгоритм метода ортогонализации, применяющегося для решения сформулированной задачи. Тестовые расчеты проводились для случая стоксовского обтекания частиц и их однородного пространственного распределения. Получено совпадение результатов с известными в литературе данными с высокой точностью. **Раздел 2.5** посвящен обсуждению результатов проведенного параметрического исследования собственных значений. При чисто стоксовском режиме обтекания частиц наиболее устойчивым является течение с увеличивающейся по направлению к стенке концентрацией частиц (фиг. 2, *a*). В случае массовой концентрации частиц 10% максимальное критическое число Рейнольдса, соответствующее случаю частиц с длиной релаксации порядка толщины пограничного слоя, практически на порядок больше, чем в чистом газе. В



Фиг. 2. Зависимость критического числа Рейнольдса  $Re_c$  от параметра инерционности частиц  $\beta$  (а) и от массовой концентрации частиц  $\alpha$  (б) при чисто стоксовском режиме обтекания частиц. Кривые 1-3 соответствуют профилям концентрации частиц (1) I-III. Кривая 4 соответствует критическому числу Рейнольдса для течения чистой жидкости.

случае уменьшающейся концентрации частиц течение наименее устойчиво. Учет подъемной силы приводит к значительной стабилизации течения для частиц с длиной релаксации порядка локальной толщины пограничного слоя. Увеличение массовой концентрации включений приводит к существенному росту критических чисел Рейнольдса (фиг. 2, б).

В **Главе 3** рассматривается влияние рассогласования скоростей фаз в основном течении на устойчивость течений дисперсных сред. В качестве примера исследуется устойчивость течения запыленного газа в вертикальном плоском канале при учете силы тяжести. Система уравнений движения запыленного газа при стоксовском взаимодействии фаз в поле силы тяжести приведена в **разделе 3.1**. Определяющими безразмерными параметрами являются:  $Re = \rho U_0 L / \mu$  – Число Рейнольдса,  $\alpha = mN / \rho$  – массовая концентрация частиц,  $\beta = 6\pi\sigma\mu L / (mU_0)$  – параметр инерционности частиц,  $Fr^2 = U_0^2 / (gL)$  – число Фруда. **Раздел 3.2** посвящен постановке задачи устойчивости течения запыленного газа в вертикальном канале. В основном течении профиль скорости несущей фазы является па-

рабочим, скорость частиц отличается на константу, соответствующую стоксовской скорости осаждения одиночной частицы. Из линеаризованной системы уравнений движения дисперсной среды выводится модифицированное уравнение Орра-Зоммерфельда относительно амплитуды возмущения функции тока  $\psi$ :

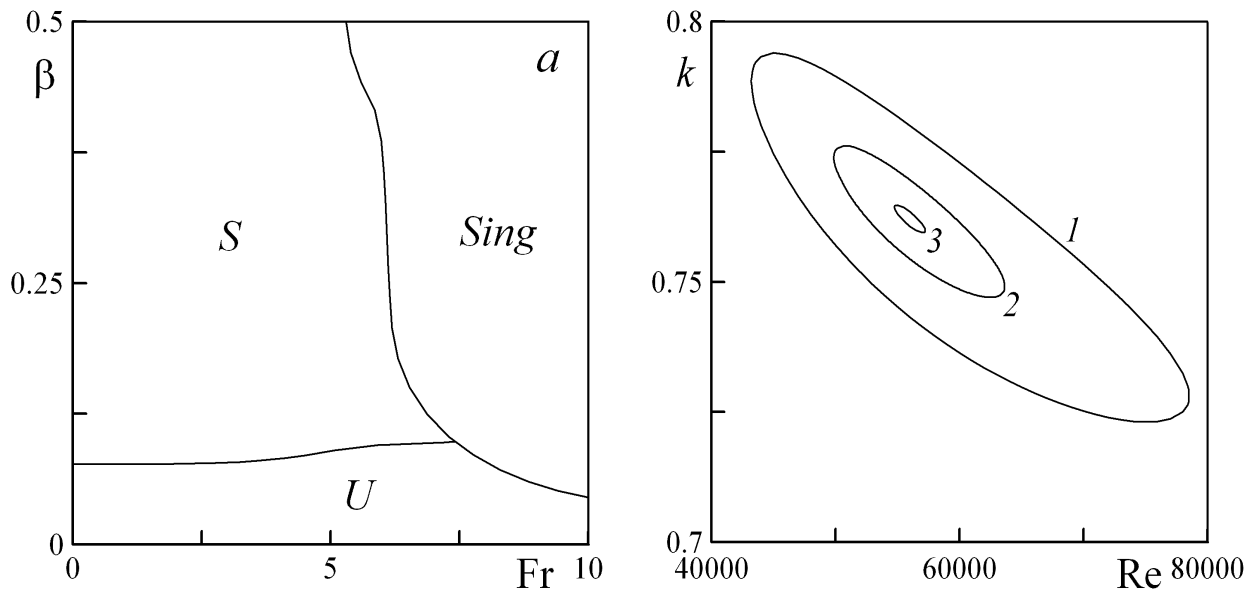
$$L_{O-S}(U_s^*, \psi) = -\alpha \text{Re} \frac{1}{\text{Fr}^2} n'$$

$$\psi(\pm 1) = 0, \quad \psi'(\pm 1) = 0$$

$$L_{O-S}(U_s^*, \psi) = \psi^{IV} - 2k^2 \psi^{II} + k^4 \psi - ik \text{Re} \left( (\psi'' - k^2 \psi)(U_s^* - c) - (U_s^*)'' \psi \right)$$

$$U_s^* = U + \frac{\alpha \beta (U_s - c)}{ik(U_s - c) + \beta}, \quad n = \frac{2k^2 \beta \psi U_s'}{(\beta + ik(U_s - c))^2 ik(U_s - c)}$$

Здесь  $L_{O-S}(U_s^*, \psi)$  – дифференциальный оператор Орра-Зоммерфельда, в который входит комплексный профиль скорости  $U_s^*$ . В основное уравнение устойчивости входит амплитуда возмущения концентрации частиц  $n$ , которая имеет особенность в критических слоях в случае нулевой скорости нарастания  $c_i = 0$  при определенных значениях параметров  $\beta$ ,  $\text{Fr}$  (соответствующая область отмечена буквами 'Sing' на фиг. 3, а). В **разделе 3.3** проведено исследование причины возникновения указанной особенности. В рамках полных уравнений движения запыленного газа без обратного влияния частиц на несущую фазу исследовано течение дисперсной среды в канале. Течение несущей фазы является течением Пуазейля с малыми возмущениями в виде бегущих волн, характеристики которых получены из решения задачи устойчивости течения чистой жидкости в канале. Показано, что при нулевой скорости нарастания возмущений концентрация частиц существенно изменяется по сравнению с начальным значением вдоль траекторий, начинающихся в окрестности критического слоя. Для траекторий, начинающихся на некотором расстоянии от критического слоя, изменение концентрации частиц остается малым. В случае нарастающих и затухающих возмущений несущей фазы изменение концентрации частиц остается



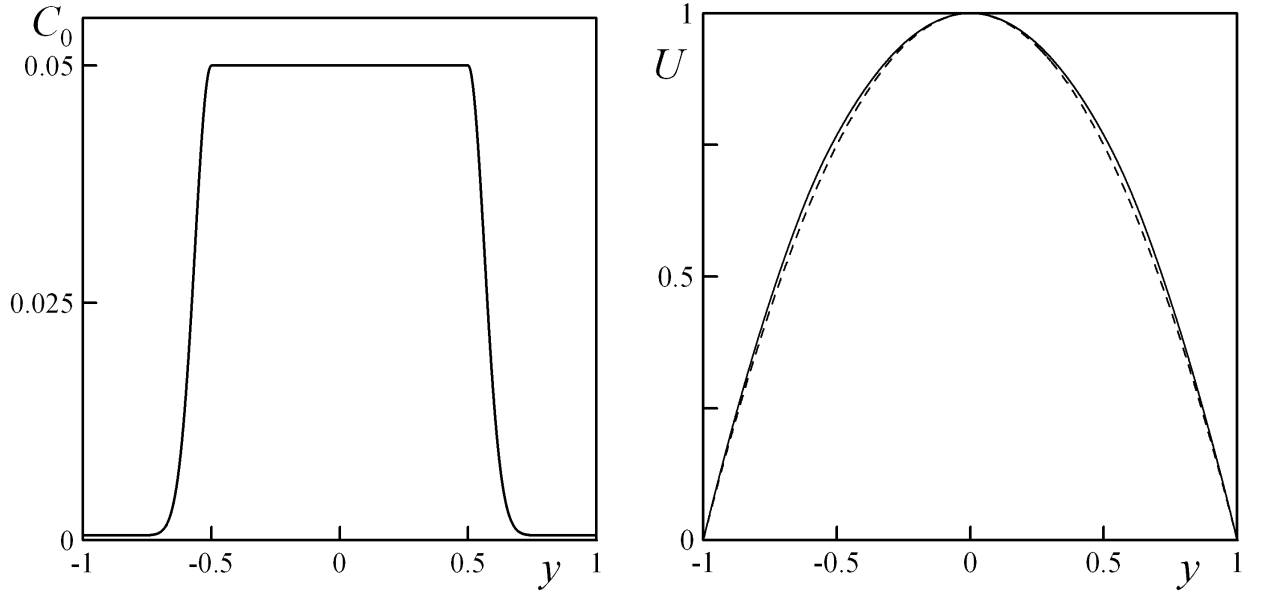
Фиг. 3. *a* – области наличия особенности в выражении для возмущения концентрации частиц ('*Sing*'), устойчивости ('*S*') и неустойчивости ('*U*') в плоскости параметров ( $Fr, \beta$ ). *b* – нейтральные кривые при  $\alpha = 0.1$  и  $\beta = 0.09$ , соответствующие различным значениям числа Фруда; Кривые 1–3 соответствуют  $Fr = 0.86, 0.84, 0.8362$ .

малым вне зависимости от начального положения частиц. Это подтверждает невозможность линеаризации уравнения неразрывности дисперсной фазы в окрестности критического слоя для нейтральных возмущений. Постановка линейной задачи устойчивости остается применимой для нарастающих и затухающих возмущений, что позволяет определить спектр возмущений и критические числа Рейнольдса. **Раздел 3.4** посвящен обсуждению результатов параметрического исследования собственных значений модифицированного уравнения Орра-Зоммерфельда, полученных методом ортогонализации. Рассогласование скоростей фаз в основном течении и наличие гравитации приводят к тому, что нейтральные кривые являются замкнутыми при любом конечном значении числа Фруда (фиг. 3, *b*). В плоскости ( $Fr, \beta$ ) найдена граница области (соответствующей малым значениям числа Фруда и не слишком инерционным частицам), в которой малые возмущения подавляются при любом значении числа Рейнольдса (область '*S*' на фиг. 3, *a*). В областях, отмеченных на фиг. 3 буквами '*Sing*' и '*U*' течение неустойчиво в определенном диапазоне значений числа Рейнольдса.

**Глава 4** посвящена исследованию влияния конечной объемной доли включений на устойчивость плоскопараллельных течений дисперсных сред. В **разделе 4.1** предложен вариант двухскоростной модели взаимопроникающих континуумов, в котором объемная доля частиц учитывается через поправки к вязкости несущей фазы и межфазной силе. Существенным усложнением по сравнению с классической моделью запыленного газа является вытеснение несущей сплошной среды частицами, то есть сжимаемость континуума, моделирующего несущую фазу. Приводится система уравнений, описывающая течение суспензии, и оценки величин различных компонент межфазной силы. Для достаточно инерционных частиц наибольшей по порядку силой, действующей на включения при конечном отношении плотностей материалов фаз, является сила Стокса. **Раздел 4.2** посвящен постановке задачи устойчивости течения суспензии в плоском канале. В основном течении рассматривается два типа распределения частиц в поперечном к потоку направлении: однородное и неоднородное, задаваемое аналитически (фиг. 4, *a*):

$$C_0(y) = \begin{cases} C_1 + (C_2 - C_1) \exp(-(y - y_0)^2/\varepsilon^2), & y \in [y_0, 1] \\ C_2, & y \in [-y_0, y_0] \\ C_1 + (C_2 - C_1) \exp(-(y + y_0)^2/\varepsilon^2), & y \in [-1, -y_0] \end{cases} \quad (2)$$

Выражение для концентрации частиц (2) содержит четыре безразмерных параметра:  $C_1$ ,  $C_2$  – характеризуют концентрацию частиц вблизи стенок и на оси канала соответственно,  $\varepsilon$  – характеристика градиента концентрации частиц,  $y_0$  – полуширина зоны распределения частиц. Профиль концентрации (2) качественно соответствует распределению включений в результате их миграции от стенок канала под действием подъемной силы на начальном участке течения, где еще не произошло смыкание пристеночных пограничных слоев. В случае однородного распределения частиц единственным безразмерным параметром, характеризующим объемную концентрацию частиц, является ее значение в основном течении  $C_0$ . Остальные определяю-



Фиг. 4. *a* – Профиль концентрации частиц  $C_0(y)$  при  $C_1 = 0.05\%$ ,  $C_2 = 5\%$ ,  $\varepsilon = 0.1$ ,  $y_0 = 0.5$ ; *b* – соответствующий профиль скорости  $U(y)$  (сплошная кривая) в сравнении с профилем Пуазейля (пунктирная кривая).

щие безразмерные параметры таковы:  $\text{Re} = \rho U_0 L / \mu$  – Число Рейнольдса,  $\beta = 6\pi\sigma\mu L / (mU_0)$  – параметр инерционности частиц,  $\eta = \rho_s^0 / \rho^0$  – отношение плотностей материалов фаз. Рассогласование скоростей фаз в основном течении отсутствует. Профиль скорости суспензии в случае однородного распределения включений является параболическим, в случае неоднородного распределения частиц профиль скорости определяется из решения обыкновенного дифференциального уравнения, к которому сводится уравнение сохранения импульса суспензии (фиг. 4, *b*). Линеаризованная система уравнений движения суспензии сводится к задаче на собственные значения для обыкновенного дифференциального уравнения четвертого порядка относительно амплитуды возмущения функции тока  $\psi$ :

$$\begin{aligned}
& C_0' [ik(U - c)(\eta u_s - u) + U'(\eta v_s - v)] + ik(U - c)[u_*' - ikv_*] + \\
& + U'(iku_* + v_*') + v_* U'' = \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{5}{2} [(C_0'' + k^2 C_0)U' + 2C_0'U'' + CU'''' + 2C_0'(u'' - k^2 u)] + \right. \\
& \left. + \frac{5}{2} [C_0''(u' + ikv)] + \left(1 + \frac{5}{2}C_0\right) [-k^2 u' + u''' + ik^3 v - ikv''] \right\} \\
& u_* = (1 - C_0)u + C_0\eta u_s, \quad v_* = (1 - C_0)v + C_0\eta v_s
\end{aligned}$$

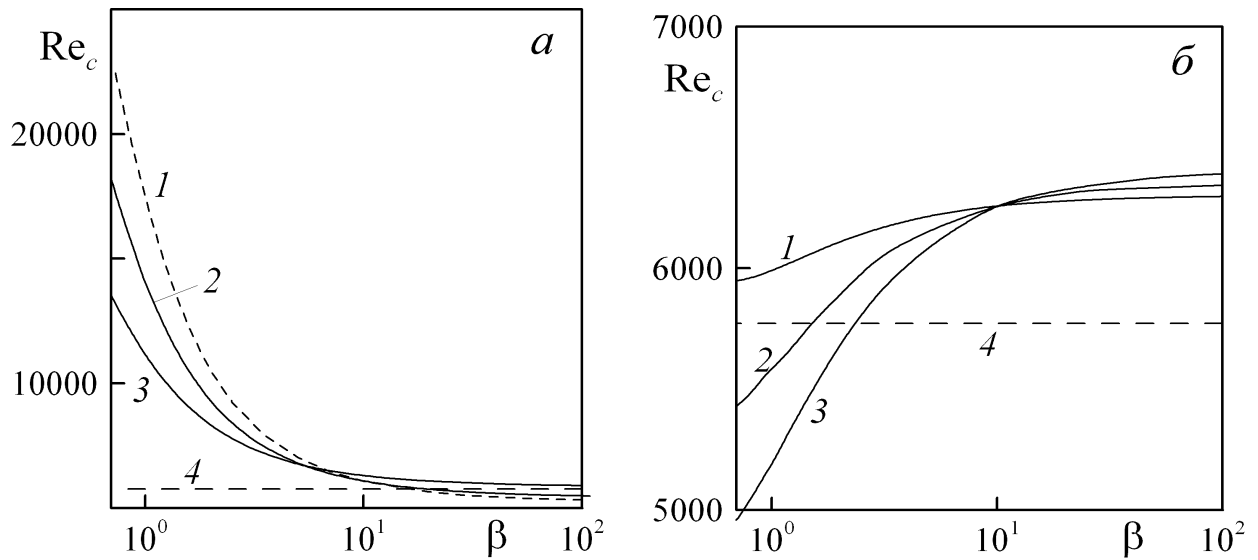
Здесь  $C$  – амплитуда возмущения объемной доли частиц,  $u, v, u_s, v_s$  – амплитуды компонент возмущения скорости несущей и дисперсной среды, выражаемые линейно через  $\psi, \psi'$ . На стенках канала заданы условия прилипания несущей фазы

$$\psi(\pm 1) = \psi'(\pm 1) = 0$$

В предельном случае бесконечно малой объемной доли частиц  $C_0 \rightarrow 0$  полученное уравнение переходит в уравнение Орра-Зоммерфельда. При  $C_0 \rightarrow 0$ ,  $C_0\eta = O(1)$  получаем модифицированное уравнение Орра-Зоммерфельда, описывающее устойчивость течения запыленного газа. В **разделе 4.3** проведен аналитический анализ критического числа Рейнольдса для течения суспензии с частицами, обладающими предельно малой инерционностью. В случае  $\eta < 3.5$  течение суспензии более устойчиво, чем течение чистой жидкости, и наоборот в противном случае. Численные расчеты сформулированной задачи на собственные значения согласуются с полученным асимптотическим поведением критического числа Рейнольдса. В **разделах 4.4, 4.5** приводится алгоритм метода ортогонализации и процедуры интегрирования основного уравнения устойчивости в случае возмущений, близких к нейтральным, а также сравнение результатов расчетов для случая предельно малой объемной доли частиц с существующими в литературе данными. Получено совпадение результатов с высокой точностью.

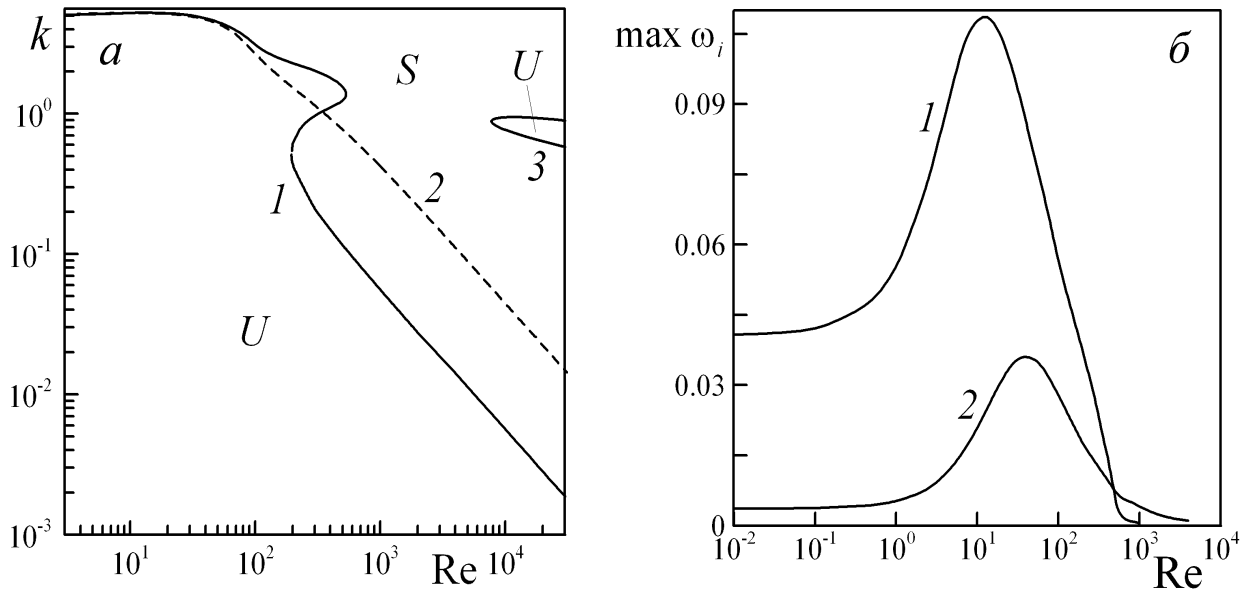
**Раздел 4.6.1** посвящен обсуждению результатов параметрического исследования устойчивости течения суспензии с однородным распределением частиц в поперечном к потоку направлении. Найденные нарастающие волны относятся к типу Толлмина-Шлихтинга и характеризуются волновым числом порядка единицы. Критическое число Рейнольдса порядка  $10^4$  и выше во всем допустимом диапазоне изменения определяющих параметров. При заданном значении массовой концентрации частиц увеличение объемной доли включений приводит к заметному уменьшению критического числа Рейнольдса по сравнению со случаем модели “запыленного газа” с





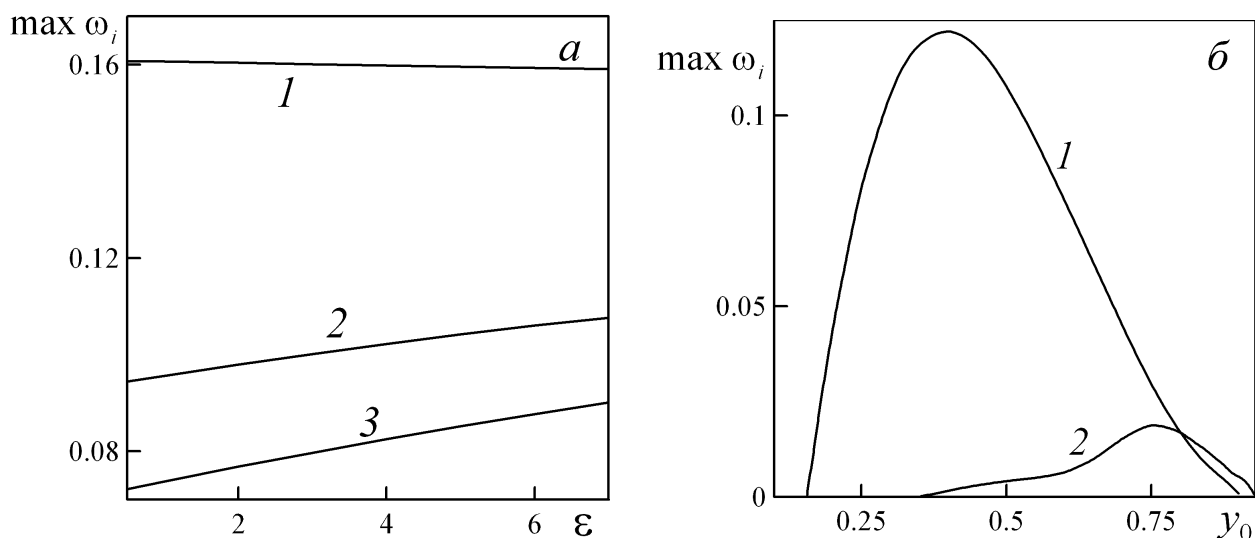
Фиг. 5. Зависимость критического числа Рейнольдса  $Re_c$  от параметра инерционности частиц  $\beta$ . *a* – кривая 1 соответствует  $C_0\eta = 10\%$ ,  $C_0 \ll 1$  (запыленный газ); 2 –  $C_0 = 1\%$ ,  $\eta = 10$ ; 3 –  $C_0 = 3.3\%$ ,  $\eta = 3$ ; 4 –  $C_0 \ll 1$  (чистая жидкость). *б* – кривая 1 соответствует  $C_0 = 3.3\%$ ,  $\eta = 0.75$ ; 2 –  $C_0 = 3.3\%$ ,  $\eta = 0.5$ ; 3 –  $C_0 = 3.3\%$ ,  $\eta = 0.25$ ; 4 –  $C_0 \ll 1$  (чистая жидкость).

нулевой объемной долей частиц (фиг. 5, *a*). Когда плотность материала включений меньше плотности несущей фазы, изменяется характер зависимости критического числа Рейнольдса от параметра инерционности частиц: так, наименее устойчивым является течение для частиц, имеющих длину динамической релаксации порядка ширины канала (фиг. 5, *б*). В **разделе 4.6.2** численно исследуется влияние стратификации концентрации частиц в основном течении на устойчивость потока суспензии в плоском канале. Получено, что стратификация вязкости суспензии, вызванная неоднородным пространственным распределением включений, приводит к появлению неустойчивости уже при малых значениях числа Рейнольдса (фиг. 6, *a*). Найдены два типа нарастающих возмущений – симметричные и антисимметричные. Область неустойчивости в плоскости  $(Re, k)$  для антисимметричных возмущений шире, чем таковая для симметричных возмущений при значении числа Рейнольдса порядка  $10^3$  и выше (соответствующие области неустойчивости находятся под кривыми 1, 2 на фиг. 6, *a*). Макси-

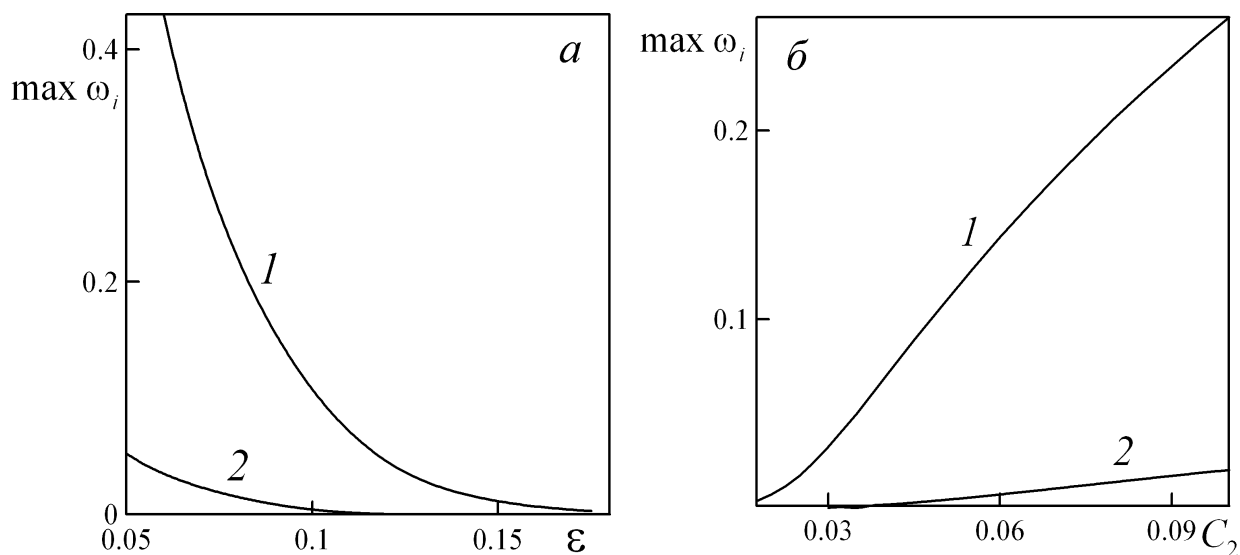


Фиг. 6. *a* – границы областей неустойчивости в плоскости  $(Re, k)$ . Кривые 1–2 соответствуют симметричным и антисимметричным возмущениям, 3 – возмущения типа Толлмина-Шлихтинга. 'S' и 'U' – области устойчивости и неустойчивости. *б* – зависимость максимального инкремента нарастания возмущений  $\max \omega_i$  от числа Рейнольдса  $Re$  для симметричных (1) и антисимметричных (2) возмущений.  $\eta = 7$ ,  $\beta = 5$ ,  $C_1 = 0.05\%$ ,  $C_2 = 5\%$ ,  $\varepsilon = 0.1$ ,  $y_0 = 0.5$ .

мальный инкремент нарастания  $\omega_i = kc_i$  соответствует антисимметричным возмущениям в указанном диапазоне чисел Рейнольдса (фиг. 6, *б*). При значении числа Рейнольдса порядка  $10^4$  помимо неустойчивости, вызванной стратификацией вязкости суспензии, появляется неустойчивость типа Толлмина-Шлихтинга (область нарастающих волн ограничена кривой 3 на фиг. 6, *a*). Отношение плотностей материалов фаз слабо влияет на характеристики устойчивости (фиг. 7, *a*). Инерционность включений оказывает более существенное воздействие. Уменьшение параметра  $\beta$  в диапазоне от 100 до 0.5 (увеличение инерционности частиц) может приводить к двукратному увеличению инкремента нарастания возмущений (фиг. 7, *a*, кривые 1, 3). Наибольшее влияние на устойчивость течения суспензии оказывает форма профиля концентрации частиц. Течение наиболее неустойчиво при ширине распределения включений порядка половины ширины канала, а в случае широких ( $y_0 > 0.9$ ) и узких ( $y_0 < 0.1$ ) распределений неустойчивость вследствие стратификации вязкости подавляется (фиг. 7, *б*). Уве-



Фиг. 7. Зависимость максимального инкремента нарастания возмущений  $\max \omega_i$  от отношения плотностей материалов фаз  $\eta$  (а) при  $y_0 = 0.5$  (кривые 1–3 соответствуют  $\beta = 0.5, 5, 100$ ) и от ширины распределения частиц  $y_0$  (б) при  $\eta = 7, \beta = 5$  (кривые 1, 2 соответствуют  $Re = 10, 1000$ ).  $C_1 = 0.05\%$ ,  $C_2 = 5\%$ ,  $\varepsilon = 0.1$ .



Фиг. 8. Зависимость максимального инкремента нарастания возмущений  $\max \omega_i$  от градиента концентрации  $\varepsilon$  при  $C_2 = 5\%$ ,  $C_1 = 0.05\%$  (а) и от максимума концентрации частиц  $C_2$  при  $\varepsilon = 0.1$  (б). Кривые 1, 2 соответствуют  $Re = 10$  и  $1000$ .  $\eta = 7, \beta = 5, y_0 = 0.5$ .

личение градиента и максимума концентрации частиц приводит к существенному увеличению инкрементов нарастания волн (фиг. 8). Полученные результаты согласуются с известными экспериментальными данными по устойчивости сонаправленных течений несмешивающихся жидкостей с различными вязкостями, а также с данными работ по вязкому ресуспензированию.

В **Заключении** к диссертации подведены итоги работы и указаны ее основные результаты.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

- В рамках современных двухскоростных моделей предложены существенные модификации классической постановки задачи гидродинамической устойчивости плоскопараллельных течений разреженных дисперсных сред
  - На примере течения в аэродисперсном пограничном слое исследовано влияние на устойчивость таких факторов, как неоднородность концентрации частиц в основном течении, а также наличие дополнительных межфазных сил (подъемной силы Сэфмана)
  - На примере аэродисперсного течения в вертикальном плоском канале с учетом силы тяжести изучено влияние на устойчивость рассогласования скоростей фаз в основном течении
  - На примере горизонтального течения суспензии в плоском канале в отсутствие силы тяжести изучено влияние на устойчивость конечности объемной доли частиц при однородном и неоднородном распределении включений по ширине канала
- На основании параметрических расчетов нейтральных кривых показано, что неоднородность концентрации частиц в основном течении заметно изменяет границы устойчивости течения запыленного газа в

пограничном слое: так, при 10% массовой концентрации частиц (без учета подъемных сил) двукратный рост концентрации дисперсной фазы от внешней границы пограничного слоя до пластины приводит к трехкратному увеличению критического числа Рейнольдса по сравнению со случаем однородного распределения включений. Максимальный эффект стабилизации пограничного слоя достигается для частиц, имеющих длину динамической релаксации порядка локальной толщины пограничного слоя. Учет подъемной силы Сэфмана, действующей на частицы, также приводит к заметному повышению устойчивости течения (увеличению критического числа Рейнольдса) для указанного типа частиц

- Для вертикального плоского канала, в случае малых значений числа Фруда и не слишком инерционных частиц, рассогласование скоростей фаз в основном течении, вызванное гравитационным осаждением включений, приводит к подавлению малых возмущений для всех значений числа Рейнольдса. На основании расчетов найдена граница области устойчивости в плоскости “число Фруда – параметр инерционности частиц” и показано, что в некоторой подобласти плоскости указанных параметров нейтральные кривые являются замкнутыми, а область неустойчивости ограничена по числу Рейнольдса.
- В случае течения суспензии в плоском канале с однородным пространственным распределением включений, объемная концентрация которых конечна, частицы лишь модифицируют волны Толлмина-Шлихтинга. При заданном значении массовой концентрации частиц увеличение объемной доли частиц приводит к заметному уменьшению критического числа Рейнольдса по сравнению со случаем модели “запыленного газа” с нулевой объемной долей частиц. В случае неоднородного распределения частиц по ширине канала неустойчивые возмущения существуют уже при бесконечно малых значениях числа Рейнольдса в

широком диапазоне волновых чисел и характеризуются высокими инкрементами нарастания. Указанная неустойчивость наблюдалась в известных экспериментах по вязкому ресуспензированию, что является подтверждением достоверности математической модели и численных расчетов, представленных в диссертации

## ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Боронин С.А. Устойчивость течения запыленного газа в пограничном слое // В сб.: Труды конференции-конкурса молодых ученых. Октябрь 2004г. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2004. С. 79–86.
2. Боронин С.А., Осипцов А.Н. Гидродинамическая устойчивость двухфазного пограничного слоя // Ломоносовские чтения. Секция механики. Апрель 2004. Тезисы докладов. С. 40.
3. Boronin S.A., Osiptsov A.N. Stability of aero-disperse boundary layer with non-uniform particle distribution // European Aerosol Conference 2005. 28 August – 2 September 2005. Book of abstracts. P. 683.
4. Боронин С.А. Устойчивость течения запыленного газа в вертикальном канале // В сб.: Труды конференции-конкурса молодых ученых. Октябрь 2005г. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2005. С. 41–47.
5. Боронин С.А. О новых постановках задач плоско-параллельных течений запыленного газа // IX Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике. Нижний Новгород, 22–28 августа 2006. Аннотации докладов. Т. II. С. 38.
6. Боронин С.А. Задачи устойчивости плоскопараллельных течений запыленного газа // Тезисы докладов XIV школы - семинара “Современные проблемы аэрогидродинамики” Сентябрь 2006г. Изд. Моск. Унив. 2006. С. 18.

7. Боронин С.А. Устойчивость восходящего и нисходящего течений запыленного газа в канале с учетом силы тяжести // В сб.: Труды конференции-конкурса молодых ученых. Октябрь 2006г. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2007. С. 79–86.
8. Боронин С.А. Устойчивость течения запыленного газа в вертикальном плоском канале в поле силы тяжести // Ломоносовские чтения. Секция механики. Апрель 2006. Тезисы докладов. С. 31.
9. Boronin S.A. Osiptsov A.N. Stability of dusty gas flow in a vertical channel // Euromech Fluid Mechanics Conference 6. Royal Institute of Technology. Stockholm. June 26–30. 2006. Abstracts. V. 1. P. 140.
10. Боронин С.А. Гидродинамическая устойчивость течений двухфазных сред с конечным объемным содержанием включений // Ломоносовские чтения. Апрель 2007г. Секция механики. Тезисы докладов. С. 35.
11. Osiptsov A.N., Boronin S.A. Towards the problem of hydrodynamic stability of plane-parallel dusty-gas flows // Book of abstracts for ICIAM 2007. P. 105–106.
12. Боронин С.А. Устойчивость течений дисперсных сред с конечным объемным содержанием включений // Тезисы докладов XV школы - семинара “Современные проблемы аэрогидродинамики”. Сентябрь 2007г. Изд. Моск. Унив. 2007. С. 22.
13. Boronin S.A., Osiptsov A.N. Stability of upward and downward dusty-gas flows in a vertical channel // Advances in Turbulence XI. Proceedings of the 11-th EUROMECH European Turbulence Conference. June 25–28. 2007. Porto, Portugal. P. 759.
14. Боронин С.А. Задачи устойчивости плоскопараллельных течений запыленного газа // Труды Института механики Уфимского научного центра РАН 2007. Вып. 5. С. 121–126.

15. Боронин С.А. Гидродинамическая устойчивость течений двухфазных сред с конечным объемным содержанием включений // В сб.: Труды конференции-конкурса молодых ученых. Октябрь 2007г. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2008. С. 47–54.
16. Боронин С.А. Устойчивость течений дисперсных сред с конечной объемной долей включений // Всероссийская конференция “Современные проблемы механики сплошной среды” 12–14 ноября 2007г. Тезисы докладов. С. 29–30.
17. **Боронин С.А., Осипцов А.Н. Устойчивость течения дисперсной смеси в пограничном слое // Изв. РАН. МЖГ. 2008. N 1. С. 76–87.**
18. Боронин С.А. Параметрическое исследование устойчивости течения суспензии в плоском канале и особенности течения двухфазной среды в окрестности критических слоев // Ломоносовские чтения. Апрель 2008г. Секция механики. Тезисы докладов. С. 38.
19. Boronin S. On hydrodynamic stability of two-phase flow in a channel with a finite volume fraction of inclusions // Euromech Fluid Mechanics Conference 7. University of Manchester, United Kingdom. 14–18 September 2008. Abstracts. P. 34.
20. **Боронин С.А. Исследование устойчивости течения суспензии в плоском канале с учетом конечной объемной доли частиц // Изв. РАН. МЖГ. 2008. N 6. С. 40–53.**