МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

Механико – математический факультет.

На правах рукописи
УДК 512.55

Шириков Евгений Николаевич

СТРУКТУРА ЖОРДАНОВОЙ ПЛОСКОСТИ

01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико–математических наук

Москва — 2008

Работа выполнена на кафедре высшей алгебры Механико-математического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Научный руководитель:	доктор физико–математических наук, профессор В.А. Артамонов
Официальные оппоненты:	доктор физико–математических наук, профессор А.А. Михалёв (Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова)
	доктор физико–математических наук, профессор А.А. Туганбаев (Российский государственный торгово-экономический университет)
Ведущая организация:	Самарский государственный университет

Защита состоится 21 ноября 2008 г. в 16 часов 40 минут на заседании диссертационного совета Д 501.001.84 при Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова по адресу: Российская Федерация, 119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, дом 1, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, аудитория 14-08.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Механико-математического факультета (Главное здание, 14 этаж).

Автореферат разослан 21 октября 2008 г.

Ученый секретарь диссертационного
совета Д 501.001.84 при МГУ,
доктор физико – математических наук,
профессор   Иванов А.О.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Данная диссертация посвящена исследованию жордановой плоскости – алгебры с единицей над полем $\mathbb{K}$, порождённой элементами X и Y с определяющим соотношением $YX = XY + Y^2$. Интерес к изучению жордановой плоскости обусловлен следующими классификационными результатами: рассмотрим ассоциативные градуированные алгебры $A = \bigoplus_{n=0}^{\infty} A_n$ без делителей нуля, где $A_0 = \mathbb{K}$ – поле, $A_1 = \langle X, Y\rangle$ – линейная оболочка двух порождающих X и Y. Предположим, что алгебра A не имеет делителей нуля, $\dim A_2 = 3$ и выполнены некоторые дополнительные ограничения. Тогда алгебра A является либо жордановой плоскостью, либо квантовой плоскостью, т.е. порождается элементами X и Y с определяющим соотношением $YX = \lambda XY$ для некоторого $\lambda \in \mathbb{K}^*$.

Подобные "деформированные" алгебры широко изучаются в современной математике. Изучается кольцевое строение этих алгебр – первичный спектр, автоморфизмы, нормирования, представления, тело частных. Ключевую роль здесь играет описание первичных идеалов, что существенно упрощает решение остальных задач. Так, при описании автоморфизмов мы пользуемся тем, что любой автоморфизм "переставляет" первичные идеалы. При изучении нормирований важную роль играет идеал нормирования, который является вполне первичным идеалом. При изучении неприводимых представлений мы пользуемся тем фактом, что аннулятор неприводимого модуля всегда есть первичный идеал. С другой стороны, изучение "деформированных" алгебр важно для исследования алгебр Хопфа: а именно, подобные алгебры рассматриваются как "некоммутативные пространства", на которых действуют алгебры Хопфа[1,2,3]. С этой точки зрения интересно описание алгебраических косых дифференцирований с автоморфизмами конечного порядка.

Квантовая плоскость является частным случаем алгебры квантовых многочленов от нескольких переменных, которые определяются следующим образом: пусть $\mathbb{K}$ – поле и задана квадратная матрица $Q = (q_{ij})$ размера $n \geqslant 2$ с коэффициентами из поля $\mathbb{K}$ со следующими свойствами: $q_{ii} = q_{ij}q_{ji} = 1$ $\forall i, j$. Зафиксируем также целое число r, $0 \leqslant r \leqslant n$. Алгеброй квантовых многочленов $\Lambda = \mathbb{K}_Q[X_1^{\pm1}, ..., X_r^{\pm1}, X_{r+1}, ..., X_n]$ называется ассоциативная $\mathbb{K}$-алгебра с единицей, порождённая элементами $X_1^{\pm1}, ..., X_r^{\pm1}, X_{r+1}, ..., X_n$ с определяющими соотношениями $X_iX_i^{-1} = X_i^{-1}X_i = 1$, $i = 1, ..., r$, $X_iX_j = q_{ij}X_jX_i$, $1 \leqslant i, j \leqslant n$. Для алгебр квантовых многочленов все выше означенные вопросы хорошо изучены. В лекциях К. Брауна и

[1] *Демидов Е.Е.* Квантовые группы, Москва, Факториал, 1998.

[2] *Montgomery S.* Hopf Algebras and Their Actions on Rings, Amer. Math. Soc., Providence RI, 1993.

[3] *Manin Yu.I.* Quantum groups and non-commutative geometry. CRM, Universite de Montreal, 1988.

К. Гудёрла[4] рассматриваются общие вопросы, связанные с квантовыми алгебрами. Первое описание автоморфизмов и дифференцирований алгебры квантовых многочленов в случае $r = 0$ получили Ж. Алев и М. Шамари[5]. Дальнейшие результаты по изучению автоморфизмов, дифференцирований, нормирований, представлений, тела частных и действий алгебр Хопфа получены В.А. Артамоновым[6]. Именно поэтому – ввиду наших классификационных результатов – особенно интересно решение аналогичных задач для жордановой плоскости. Кроме того, в настоящее время широко изучаются квадратичные алгебры – алгебры, определяемые квадратичными соотношениями. Такие алгебры имеют важное значение в некоммутативной геометрии[7] и тесно связаны с козюлевыми алгебрами[8]. При изучении квадратичных алгебр всегда рассматриваются так называемые ПБВ-теоремы – вопросы о базисах Пуанкаре – Биркгофа – Витта и их обобщения[8].

Отметим, что исторически первым примером "деформированных" колец являются кольца косых многочленов, введённые О. Оре в начале 30-х годов прошлого века[9]. Алгебры квантовых многочленов и жорданова плоскость являются кольцами косых многочленов Оре. Также алгебры квантовых многочленов и жорданова плоскость тесно связаны с алгебрами Вейля. Алгебру квантовых многочленов в случае $r = n$ часто называют "мультипликативным аналогом" алгебры Вейля, т.к. на неё переносятся многие свойства алгебры Вейля[10,11]. В диссертации доказывается, что жорданова плоскость и алгебра Вейля (ранга 1) имеют одинаковое тело частных, а любое неприводимое бесконечномерное представление жордановой плоскости над полем нулевой характеристики является представлением алгебры Вейля. В диссертации строится серия неизоморфных представлений неприводимых как над жордановой плоскостью, так и над алгеброй Вейля.

Цель работы. Целью работы является классификация некоторых 2-порождённых градуированных алгебр и изучение первичного спектра,

[4] *Brown K.A., Goodearl K.A.* Lectures on Algebraic Quantum Groups, Birkhäuser, Basel, Boston, 2002.

[5] *Alev J., Chamarie M.* Derivations et automorphismes de quelques algebres quantiques. – Communications in Algebra. – 1992. – Vol. 20, N 6. – p. 1787 – 1802.

[6] *Артамонов В.А.* Алгебры квантовых многочленов. – Итоги науки и техн. Сер. Соврем. мат. и ее прил. Темат. обз. – 2002. – т. 26. – с. 5 – 34.

[7] *Manin Yu.I.* Topics in non-commutative geometry. Princeton Univ. Press, Princetown, 1991.

[8] *Polishchuk A., Positselski L.* Quadratic algebras, University lecture series, Vol. 37, 2005.

[9] Ore O. Theory of non-commutative polynomials. – Ann. of. Math. (2). – 1933. – Vol. 34. – p. 480 – 508.

[10] McConnell J.C., Pettit J.J. Crossed products and multiplicative analogues of Weyl algebras. – J. London Math. Soc. – 1988. – Vol. 38, N 1. – p. 47 – 55.

[11] Jategaonkar V. A. A multiplicative analog of the Weyl algebra. – Communications in Algebra. – 1984. – Vol. 14, N 12. – p. 1669 – 1688.

группы автоморфизмов, представлений, нормирований и алгебры дифференцирований жордановой плоскости.

Методы исследования. Используются результаты и методы теории колец и модулей.

Научная новизна. Все основные результаты диссертации являются новыми и состоят в следующем.

1. Классифицированы некоторые градуированные 2-порождённые алгебры, являющиеся естественным обобщением кольца многочленов от двух переменных.

2. Изучена кольцевая структура жордановой плоскости, а именно описаны первичный спектр и группа автоморфизмов жордановой плоскости над произвольным полем.

3. Полностью описаны конечномерные неприводмые представления жордановой плоскости над полем нулевой характеристики. Выявлена связь неприводимых бесконечномерных представлений жордановой плоскости над полем нулевой характеристики с представлениями алгебры Вейля ранга 1. Построена серия бесконечномерных модулей, неприводимых как над жордановой плоскостью, так и над алгеброй Вейля.

4. Построены примеры нормирований жордановой плоскости. Доказано, что все нормирования жордановой плоскости над произвольным полем абелевы.

5. Для жордановой плоскости над произвольным полем описаны дифференцирования, алгебра внешних дифференцирований и некоторые косые дифференцирования. В случае нулевой характеристики описаны все алгебраические косые дифференцирования, порождённые автоморфизмами конечного порядка.

Теоретическая и практическая ценность. Работа носит теоретический характер. Её результаты и методы могут быть полезны при изучении алгебр Хопфа и некоммутативной геометрии.

Апробация диссертации. Содержащиеся в диссертации результаты неоднократно докладывались на семинаре кафедры высшей алгебры “Кольца и модули” (2005 – 2008), на международной конференции по общей алгебре в Потсдаме (март 2005), на международной конференции, посвящённой 65-летию профессора А.В. Михалёва (ноябрь 2005), на международной алгебраической конференции, посвящённой 100-летию со дня рождения А.Г. Куроша (июнь 2008).

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в пяти работах автора, список которых приведён в конце автореферата [1-5].

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, разбитых на параграфы, и списка литературы. Общий объем текста – 97 страниц. Список литературы содержит 49 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении показана актуальность темы диссертации, описано содержание диссертации и сформулированы основные результаты.

В параграфе 1 главы 1 мы определяем квантовую и жорданову плоскость и описываем их основные свойства.

Определение. *Квантовой плоскостью над полем* $\mathbb{K}$ *называется* $\mathbb{K}$*-алгебра с единицей, порождённая элементами* X *и* Y *с определяющим соотношением* $YX = \lambda XY$ *для некоторого* $\lambda \in \mathbb{K}^*$*. Жордановой плоскостью над полем* $\mathbb{K}$ *называется* $\mathbb{K}$*-алгебра с единицей, порождённая элементами* X *и* Y *с определяющим соотношением* $YX = XY + Y^2$*.*

Жорданова и квантовая плоскости имеют следующие общие свойства. Во-первых, множество $X^\bullet Y^\bullet$ является базисом квантовой плоскости и жордановой плоскости как линейных пространств. Далее, квантовая плоскость и жорданова плоскость являются расширениями Оре кольца $\mathbb{K}[Y]$. В-третьих, квантовая и жорданова плоскости являются $\mathbb{N}_0-$градуированными алгебрами, а именно: $n-$ой компонентой градуировки является линейная оболочка всех мономов степени n, а размерность $n-$ой компоненты равна $n+1$. Следующее утверждение описывает центр жордановой плоскости.

Теорема. *Если* $char\mathbb{K} = 0$*, то центр жордановой плоскости равен* $\mathbb{K}$*. Если* $char\mathbb{K} = p > 0$*, то центр жордановой плоскости совпадает с подалгеброй* $\mathbb{K}[X^p, Y^p]$*, порождённой элементами* X^p *и* Y^p*.*

В заключение параграфа 1 показывается, что квантовые многочлены и жордановы плоскости неизоморфны. В параграфе 2 классифицируются некоторые 2-порождённые градуированные алгебры $A = \bigoplus\limits_{n=0}^{\infty} A_n$, где

$A_0 = \mathbb{K}$ – поле, $A_1 = \langle X, Y \rangle$ – линейная оболочка двух порождающих X и Y, причём $\dim A_2 = 3$.

Теорема. *(Первая классификационная теорема.) Пусть основное поле $\mathbb{K}$ не имеет квадратичных расширений, алгебра A не имеет делителей нуля и $\dim A_n = n + 1$. Тогда A является либо алгеброй квантовых многочленов, либо жордановой плоскостью.*

Приводится критерий отсутствия в алгебре A делителей нуля. Из условия $\dim A_2 = 3$ следует, что элементы X^2, Y^2, XY и YX линейно зависимы. Значит, существует единственный с точностью до пропорциональности ненулевой набор коэффициентов $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$, такой, что $\alpha X^2 + \beta Y^2 + \gamma XY + \delta YX = 0$.

Следствие. *Пусть $\dim A_n = n + 1$. Тогда алгебра A не имеет делителей нуля в том и только в том случае, если $\alpha\beta - \gamma\delta \neq 0$.*

Жорданова плоскость является расширением Оре нётерова кольца $\mathbb{K}[Y]$. Следовательно, жорданова плоскость также является нётеровой областью целостности и, в частности, удовлетворяет условию Оре. Тогда жорданова плоскость имеет тело частных. В параграфе 3 мы описываем некоторые подкольца тела частных жордановой плоскости, которые понадобятся нам при описании первичного спектра и нормирований жордановой плоскости.

Глава 2 посвящена первичному спектру и автоморфизмам жордановой плоскости. В параграфе 1 мы приводим определение и основные свойства первичных колец и идеалов, используемые в дальнейшем. В параграфе 2 собраны технические леммы о многочленах. В параграфе 3 приводится самая общая классификация простых идеалов кольца коммутативных многочленов от двух переменных. В параграфе 4 мы исследуем общие свойства двусторонних идеалов жордановой плоскости. В параграфе 5 с помощью полученных ранее результатов мы получаем описание первичных идеалов жордановой плоскости над полем нулевой характеристики.

Теорема. *Пусть $char\mathbb{K} = 0$, I – первичный собственный идеал жордановой плоскости. Тогда либо $I = (Y)$, либо $I = (Y, \psi(X))$ для некоторого неприводимого многочлена $\psi(X) \in \mathbb{K}[X]$. И обратно, любой такой идеал является первичным. В частности, любой первичный идеал жордановой плоскости над полем нулевой характеристики является вполне первичным.*

В качестве приложения полученных результатов мы классифицируем некоторые центральные 2-порождённые градуированные алгебры без делителей нуля. Напомним, что мы рассматриваем ассоциативные 2-порождённые градуированные алгебры $A = \bigoplus\limits_{n=0}^{\infty} A_n$, где $A_0 = \mathbb{K}$ – поле, $A_1 = \langle X, Y \rangle$ – линейная оболочка порождающих X и Y и $\dim A_2 = 3$.

Теорема. *(Вторая классификационная теорема.) Пусть основное поле* $\mathbb{K}$ *не имеет квадратичных расширений, алгебра* A *центральна и не имеет делителей нуля. Тогда* A *является либо алгеброй квантовых многочленов, либо жордановой плоскостью.*

В случае поля положительной характеристики спектр жордановой плоскости устроен гораздо сложнее: в параграфе 6 мы показываем, что описание первичных идеалов жордановой плоскости над полем положительной характеристики сводится к описанию простых идеалов её центра, изоморфного кольцу многочленов от двух переменных.

Теорема. *Пусть* $char\mathbb{K} = p > 0$, I *– собственный первичный идеал жордановой плоскости. Тогда выполнено одно из следующих условий:* (i) $I = (Y)$; (ii) $I = (Y, \psi(X))$ *для некоторого неприводимого многочлена* $\psi(X) \in \mathbb{K}[X]$; (iii) $I = (\tilde{f}(X^p, Y^p))$ *для некоторого неприводимого многочлена* $\tilde{f}(U, V) \in \mathbb{K}[U, V] \setminus (V)$; (iv) $I = \left(\tilde{f}(Y^p), \tilde{g}(X^p, Y^p)\right)$ *для некоторых таких неприводимых многочленов* $\tilde{g}(U, V) \in \mathbb{K}[U, V]$ *и* $\tilde{f}(V) \in \mathbb{K}[V] \setminus (V)$, *что* $\tilde{g}(U, V) = U^s + \sum\limits_{i=0}^{s-1} U^i \tilde{\psi}_i(V)$, $s \geqslant 1$, *и* $(\tilde{f}(V), \tilde{g}(U, V))$ *– простой идеал в кольце* $\mathbb{K}[U, V]$. *И обратно, любой такой идеал является первичным.*

В этом случае мы приводим примеры первичных, но не вполне первичных идеалов. Далее, для алгебр с "большим" центром традиционно рассматривается вопрос о продолжении простого идеала центра до первичного идеала всей алгебры – эту задачу мы решаем в параграфе 7.

Утверждение. *Пусть* $\tilde{I}$ *– собственный простой идеал центра жордановой плоскости. Тогда существует и притом единственный такой первичный идеал* I *в жордановой плоскости, что* $\tilde{I}$ *равен пересечению* I *с центром.*

Строение первичного спектра позволяет описать группу автоморфизмов жордановой плоскости: в параграфе 8 мы показываем, что вид автоморфизмов не зависит от характеристики основного поля.

Теорема. *Пусть* φ *– автоморфизм жордановой плоскости. Тогда* $\varphi(X) = \gamma X + g(Y)$, $\varphi(Y) = \gamma Y$ *для некоторых* $\gamma \in \mathbb{K}^*$ *и* $g(Y) \in \mathbb{K}[Y]$. *Обратно, любое такое отображение однозначно продолжается до автоморфизма жордановой плоскости. Группа автоморфизмов жордановой плоскости изоморфна группе* $\mathbb{K}^* \times \mathbb{K}[Y]$ *с операцией* $\circ$, *где* $(\gamma_1, g_1(Y)) \circ (\gamma_2, g_2(Y)) = (\gamma_1\gamma_2, \gamma_2 g_1(Y) + g_2(\gamma_1 Y))$.

В случае положительной характеристики мы также описываем группу G – группу автоморфизмов тождественных на центре.

Теорема. *Пусть* $\mathrm{char}\mathbb{K} = p > 0$*. Тогда* $G \cong \mathbb{Z}_p$*. Если* $\varphi \in G$*, то* $\varphi(X) = X + iY$*,* $\varphi(Y) = Y$ *для некоторого* $i \in \mathbb{Z}_p$*.*

В параграфе 9 мы приводим описание автоморфизмов конечного порядка над полем нулевой характеристики.

Теорема. *Пусть* $\mathrm{char}\mathbb{K} = 0$*,* φ *– автоморфизм жордановой плоскости, причём* $\mathrm{ord}\varphi = n \geqslant 2$ *. Тогда* $\varphi(X) = \gamma X + g(Y)$*,* $\varphi(Y) = \gamma Y$*, где* $\gamma \in \mathbb{K}^*$*, причём* $\mathrm{ord}\gamma = n$*,* $g(Y) = \sum\limits_{i \not\equiv 1 (\bmod n)} \alpha_i Y^i \in \mathbb{K}[Y]$*.*

В главе 3 мы исследуем неприводимые представления жордановой плоскости над полем нулевой характеристики. В параграфе 1 собраны общие определения и утверждения о неприводимых модулях. В параграфе 2 мы, используя результаты о строении первичного спектра, описываем все конечномерные неприводимые представления.

Теорема. *Пусть* $\mathrm{char}\mathbb{K} = 0$*,* M *– неприводимый конечномерный левый (правый) модуль над жордановой плоосакостью. Тогда существует такой неприводимый многочлен* $\psi(X) \in \mathbb{K}[X]$*, что модуль* M *изоморфен фактормодулю* ${}^{\mathbb{K}[X]}\!/_{(\psi(X))}$ *с естественным действием* X *и нулевым действием* Y*. При этом* $\dim_{\mathbb{K}} M = \deg \psi(X)$*. Неприводимые конечномерные левые (правые) модули над жордановой плоскостью изоморфны тогда и только тогда, когда соответствующие неприводимые многочлены пропорциональны. Если поле* $\mathbb{K}$ *алгебраически замкнуто, то любой конечномерный неприводимый левый (правый) модуль над жордановой плоскостью изоморфен полю* $\mathbb{K}$*, на котором элемент* X *действует как умножение на некоторый элемент* $\alpha \in \mathbb{K}$*, а элемент* Y *действует нулевым образом.*

Задача описания всех неприводимых представлений, эквивалентная описанию всех максимальных односторонних идеалов, на сегодняшний день является нерешённой, однако в параграфе 3 мы строим серию неизоморфных бесконечномерных неприводимых представлений жордановой плоскости над полем нулевой характеристики. В параграфе 4 мы показываем, что любое бесконечномерное неприводимое представление жордановой плоскости над полем нулевой характеристики является также представлением алгебры Вейля ранга 1. При этом, естественно возникает вопрос: следует ли из неприводимости нал жордановой плоскостью неприводимость над алгеброй Вейля? На сегодняшний день ответа на этот вопрос нет, однако мы строим серию неизоморфных представлений неприводимых как над жордановой плоскостью, так и над алгеброй Вейля.

Глава 4 посвящена нормированиям жордановой плоскости. В параграфе 1 приводятся общие утверждения, необходимые в дальнейшем. В параграфе 2 мы строим некоторые примеры нормирований жордановой плоскости. Мы определяем идеал нормирования и показываем, как нормирования связаны с первичным спектром алгебры. В параграфе 3 мы доказываем, что все нормирования жордановой плоскости над произвольным полем абелевы.

В последней, пятой главе мы изучаем алгебру дифференцирований жордановой плоскости. В параграфе 1 мы явно описываем все дифференцирования жордановой плоскости над произвольным полем.

Теорема. *Пусть ∂ — дифференцирование жордановой плоскости.*
(I) *Если* $char\mathbb{K} = 0$, *то*

$$\partial(X) = \alpha Y + \psi(X) + \mathrm{ad}\, w(X), \quad \partial(Y) = \psi'(X)Y + \mathrm{ad}\, w(Y),$$

где $\alpha \in \mathbb{K}$, $\psi(X) \in \mathbb{K}[X]$, w *– некоторый элемент жордановой плоскости.*
(II) *Если* $char\mathbb{K} = p > 2$, *то*

$$\partial(X) = \psi(X) + T(X^p, Y^p)Y + \mathrm{ad}\, w(X),$$

$$\partial(Y) = \psi'(X)Y + S(X^p, Y^p)YX^{p-1}Y + \mathrm{ad}\, w(Y),$$

где $\psi(X) \in \mathbb{K}[X]$, $T(U,V), S(U,V) \in \mathbb{K}[U,V]$, w *– некоторый элемент жордановой плоскости.*
(III) *Если* $char\mathbb{K} = 2$, *то*

$$\partial(X) = \psi(X) + T(X^2, Y^2)Y + \mathrm{ad}\, w(X),$$

$$\partial(Y) = \varphi(X) + (\varphi'(X) + \psi'(X))Y + S(X^2, Y^2)YXY + \mathrm{ad}\, w(Y),$$

где $\varphi(X), \psi(X) \in \mathbb{K}[X]$, $T(U,V), S(U,V) \in \mathbb{K}[U,V]$, w *– некоторый элемент жордановой плоскости.*

Обратно, указанные отображения однозначно продолжаются в соответствующих случаях до дифференцирований жордановой плоскости.

В параграфе 2 описывается алгебра внешних дифференцирований жордановой плоскости над произвольным полем. В случае поля положительной характеристики алгебра дифференцирований является ограниченной алгеброй Ли – соответствующая операция изучается в параграфе 3. В параграфе 4 доказывается, что жорданова плоскость над полем нулевой характеристики не имеет ненулевых алгебраических дифференцирований. В параграфе 5 мы описываем некоторые косые дифференцирования жордановой плоскости. В частности, мы доказываем, что в случае нулевой характеристики все косые дифференцирования, порождённые автоморфизмами конечного порядка, являются внутренними. В параграфе 6 мы исследуем такие дифференцирования на алгебраичность.

Теорема. *Пусть* $char\mathbb{K} = 0$ *и* φ – *автоморфизм конечного порядка* $n \geqslant 2$ *жордановой плоскости. Если* $\lambda \in \mathbb{K}$, *то косое* $\varphi-$*дифференцирование* $\mathrm{ad}_\varphi \lambda$ *алгебраично. Если* w — *элемент жордановой плоскости, не являющийся константой, то косое дифференцирование* $\partial = ad_\varphi w$ *неалгебраично.*

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю доктору физико-математических наук, профессору Вячеславу Александровичу Артамонову за постановку задачи и постоянное внимание к работе. Автор также благодарит заведующего кафедрой высшей алгебры доктора физико-математических наук, профессора Виктора Николаевича Латышева, доктора физико-математических наук, профессора Александра Васильевича Михалёва и всех сотрудников кафедры за поддержку, внимание и творческую атмосферу.

Работы автора по теме диссертации

[1] Шириков Е.Н., Жорданова плоскость над полем положительной характеристики, Математические заметки, 2007, 82:2, 272 – 292.

[2] Шириков Е.Н., Жорданова плоскость, Фундаментальная и прикладная математика, 2007, 13:2, 217 – 230.

[3] Shirikov E.N., Two-generated graded algebras, Algebra and Discrete mathematics, 3 (2005), pp. 64 – 80.

[4] Shirikov E.N., Two-generated graded algebras, 69th Workshop on General Algebra, 20th Conference for Young Algebraists, March 18-20, 2005, University of Potsdam, Potsdam, Germany, pp. 75 – 76.

[5] Шириков Е.Н., Представления и дифференцирования жордановой плоскости, Международная алгебраическая конференция, посвящённая 100-летию со дня рождения Куроша, Москва, 2008, с. 255 – 257.