Московский государственный университет
имени М.В. Ломоносова
Механико-математический факультет

На правах рукописи

УДК 519.2

Бережной Василий Евгеньевич

СХОДИМОСТЬ МНОГОЧЛЕНОВ НА ПРОСТРАНСТВАХ С МЕРАМИ

Специальность 01.01.01 – математический анализ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико - математических наук

Москва — 2008

Работа выполнена на кафедре теории функций и функционального анализа механико-математического факультета
Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор В.И. Богачев.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук А.В. Колесников,
доктор физико-математических наук, профессор В.В. Ульянов.

Ведущая организация: С.-Петербургский государственный политехнический университет.

Защита диссертации состоится 14 ноября 2008 года в 16 часов 45 минут на заседании диссертационного совета Д.501.001.85 при Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова по адресу: 119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, МГУ, механико-математический факультет, аудитория 16–24.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке механико-математического факультета МГУ (главное здание, 14 этаж).

Автореферат разослан 14 октября 2008 года.

Ученый секретарь диссертационного
совета Д.501.001.85 при МГУ,
доктор физико-математических
наук, профессор И.Н. Сергеев

ВВЕДЕНИЕ

Общая характеристика работы

Актуальность темы.

Изучение измеримых многочленов на бесконечномерных пространствах с мерами восходит к классическим работам Н. Винера, Р. Камерона, У. Мартина, К. Ито, И. Сигала[1,2,3,4]. Такие многочлены сначала появились в виде кратных стохастических интегралов и рядов из многочленов от конечного числа переменных, а затем уже в более абстрактном виде. Позже они изучались многими авторами, см. работы[5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16]. В двух последних книгах подробно рассмотрен гауссовский случай и приведена обширная библиография по современным исследованиям. Негауссовский случай был впервые исследован О.Г. Смоляновым[6] еще в 60-х годах.

Измеримые многочлены важны как для общей теории, так и для разнообразных приложений в статистике, математической физике, стохастическом анализе. Это красивый и интересный объект, который определяется сравнительно просто, но обладает весьма нетривиальными свойствами и до сих пор является источником открытых проблем. Эти проблемы имеют как качественный, так и количествен-

[1]Wiener N. *The homogeneous chaos.* Amer. J. Math. 1938. V. 60. P. 879–936.

[2]Cameron R.H., Martin W.T. *The orthogonal development of non linear functionals in series of Fourier–Hermite polynomials.* Ann. Math. 1947. V. 48. P. 385–392.

[3]Itô K. *Multiple Wiener integral.* J. Math. Soc. Japan. 1951. V. 3. P. 157–169.

[4]Segal I. *Tensor algebras over Hilbert spaces. I.* Trans. Amer. Math. Soc. 1956. V. 81, N 2. P. 106–134.

[5]Вершик А.М. *Общая теория гауссовских мер в линейных пространствах.* Успехи мат. наук. 1964. Т. 19, N 1. С. 210–212.

[6]Смолянов О.Г. *Измеримые полилинейные и степенные функционалы в некоторых линейных пространствах с мерой.* ДАН СССР. 1966. Т. 170. С. 526–529.

[7]Гихман И.И., Скороход А.В. Теория случайных процессов. Т. 1. Наука, М., 1971.

[8]Скороход А.В. Интегрирование в гильбертовом пространстве. Наука, М., 1975.

[9]Добрушин Р.Л., Минлос Р.А. *Полиномы от линейных случайных функций.* Успехи мат. наук. 1977. Т. 32, N 2. С. 67–122.

[10]Дороговцев А.А. Стохастический анализ и случайные отображения в гильбертовом пространстве. Наукова думка, Киев, 1982.

[11]Далецкий Ю.Л., Фомин С.В. Меры и дифференциальные уравнения в бесконечномерных пространствах. Наука, М., 1983.

[12]Каллианпур Г. Стохастическая теория фильтрации. Нелинейная фильтрация и смежные вопросы. Наука, М., 1987.

[13]Давыдов Ю.А. *О распределениях кратных интегралов Винера–Ито.* Теория вероятн. и ее примен. 1990. Т. 35. С. 51–62.

[14]Janson S. Gaussian Hilbert spaces. Cambridge University Press, Cambridge, 1997.

[15]Богачев В.И. Гауссовские меры. Наука, М., 1997.

[16]Bogachev V.I. Gaussian measures. Amer. Math. Soc., Providence, Rhode Island, 1998.

ный характер, например, относятся к каким-либо асимптотическим свойствам или оценкам. Нередко проблемы такого рода имеют дело даже с конечномерными многочленами, но зависящими от большого числа переменных, не ограниченного в совокупности.

Хорошо известно, что на пространстве многочленов фиксированной степени на конечномерном пространстве все нормы эквивалентны. Для многочленов от бесконечного числа переменных это уже не так. Однако некоторые весьма содержательные аналоги указанного конечномерного факта сохраняются и в бесконечномерном случае. Например, известно, что для фиксированной радоновской гауссовской меры γ на локально выпуклом пространстве X при фиксированном натуральном d на пространстве $P_d(\gamma)$ всех γ-измеримых многочленов степени не выше d эквивалентны все нормы из $L^p(\gamma)$. Характерной чертой бесконечномерного случая оказывается использование измеримых многочленов, которые не являются непрерывными или всюду определенными. Например, в случае меры Винера типичные измеримые многочлены задаются кратными стохастическими интегралами. Даже простейшие непостоянные измеримые многочлены первой степени, представляющие собой стохастические интегралы (интегралы Винера) детерминированных функций по винеровскому процессу оказываются непрерывными функциями на пространстве траекторий лишь для детерминированных функций ограниченной вариации.

Попытки получить не зависящие от размерности аналоги конечномерного результата об эквивалентности норм восходят к работе Е. Ремеза[17], в которой в одномерном случае получены оценки на рост модуля многочлена степени d в терминах поведения многочлена на множестве положительной меры. Позже аналогичные результаты были получены для многочленов многих переменных. Современное понимание теоремы Е. Ремеза привело к осознанию роли функции распределения значений модуля многочлена. Первый существенный шаг был сделан Ж. Бургэном, который в своей ставшей уже классической работе[18] получил оценку функции распределения значений модуля многочлена, не зависящую от размерности. В дальнейшем идея Ж. Бургэна о связи оценок функции распределения значе-

[17] Remez E.J. *Sur une propriété extremale des polynômes de Tschebychef.* Сообщ. Харьк. мат. о-ва. 1936. Т. 13. С. 93–95.

[18] Bourgain J. *On the distribution of polynomials on hight dimensional convex sets.* Lecture Notes in Math. 1991. V. 1469. P. 127–137.

ний модуля многочлена с геометрическими характеристиками выпуклых тел, близкими неравенству Брунна–Минковского, получила широкое развитие, см., например, работы[19,20,21,22,23]. Использование геометрических неравенств типа неравенства Брунна–Минковского привело к рассмотрению вероятностных выпуклых (иное название: логарифмически вогнутых) мер, связанных с логарифмически вогнутыми функциями, которые еще в 80-х годах прошлого века широко использовались в стохастическом программировании, см., например, работу[24]. Оказалось, что практически все выпуклые меры на конечномерном пространстве можно получить, используя неравенство Брунна–Минковского в высших размерностях[25]. Это привело к новому всплеску исследований задач, связанных с оценками многочленов в измеримых пространствах с выпуклыми мерами, см.[25,26,27].

С другой стороны, в недавней работе А.А. Дороговцева[28] было показано, что в случае, когда X – гильбертово пространство, $L^2(\gamma)$-норма на пространстве $P_d(\gamma)$ эквивалентна $L^2(\gamma|_B)$-норме, где $\gamma|_B$ – сужение меры γ на единичный шар B пространства X. Однако оставался открытым вопрос о справедливости аналогичных утверждений как для более общих множеств, так и для более общих мер. Затронутые вопросы имеют важные и интересные качественные и количественные аспекты. Основные результаты диссертации получены путем сочетания количественных оценок и различных каче-

[19]Bobkov S.G. *Large deviations and isoperimetry over convex probability measures with heavy tails.* Electr. J. Probab. 2007. V. 12, N 39. P. 1072–1100.

[20]Bobkov S.G., Nazarov F.L. *On convex bodies and log-concave probability measures with unconditional basis.* Geometric Aspect of Functional Analysis. Lecture Notes in Math. 2003. V. 1807. P. 53–69.

[21]Carbery A. Wright J. *Distributional and L^q norm inequalities for polynomials over convex bodies in R^n.* Math. Res. Lett. 2001. V. 8. P. 233–248.

[22]Gromov M., Milman V. *Brunn theorem and a concentration of volume phenomena for symmetric convex bodies.* Lecture Notes in Math. 1984. V. 1469. P. 127–137.

[23]Klartag B., Milman V.D. *Geometry of log-concave functions and measures.* Geometriae Dedicata. 2005. V. 112. P. 169–182.

[24]Prekopa A. *Logarithmic concave measures and related topics.* Stochastic Programming. Ed. by M.A.H. Dempster. P. 63–82. Academic Press, New York, 1980.

[25]Назаров Ф., Содин М., Вольберг А. *Геометрическая лемма Каннана – Ловаса – Шимоновича, не зависящие от размерности оценки распределения значений полиномов и распределение нулей случайных аналитических функций.* Алгебра и анализ. 2002. Т. 14, N 2. С. 214–235.

[26]Bobkov S.G. *Remarks on the growth of L^p-norms of polynomials.* Lecture Notes in Math. 2000. V. 1745. P. 27–35.

[27]Kannan R., Lovasz L., Simonovits M. *Isoperimetric problem for convex bodies and a localization lemma.* Discrete Comput. Geom. 1995. V. 13. P. 541–559.

[28]Дороговцев А.А. *Измеримые функционалы и финитно абсолютно непрерывные меры на банаховых пространствах.* Укр. матем. журн. 2000. Т. 52, N 9. С. 1194–1204.

ственных соображений, связанных с рассмотрением асимптотических свойств последовательностей случайных величин. Последнее обстоятельство связывает тематику работы с предельными теоремами теории вероятностей, см. работы[29,30]. Здесь уместно напомнить, что полиномиальные статистики широко используются в приложениях.

Цель работы.

Целью настоящей работы является изучение связей между интегральными нормами на пространствах измеримых многочленов фиксированной степени на бесконечномерном пространстве с мерой, полученными интегрированием по всему пространству и интегрированием по подмножеству. Кроме того, изучается связь между сходимостью многочленов фиксированной степени по мере на подмножестве и на всем пространстве.

Научная новизна.

Основные результаты диссертации являются новыми и состоят в следующем:

1. В случае гауссовской меры доказано, что всякая L^p-норма на пространстве измеримых многочленов фиксированного порядка эквивалентна любой L^r-норме относительно сужения данной меры на любое подмножество положительной меры. Аналогичное утверждение доказано для мер, абсолютно непрерывных относительно гауссовских.

2. Описаны широкие классы выпуклых мер, на которые переносится предыдущий результат. К этому классу относятся линейные образы счетных произведений выпуклых мер на конечномерных пространствах.

3. Построены примеры, показывающие, что без существенных ограничений на меры доказанные результаты теряют силу даже для очень хороших множеств. В частности, даже для шаров они не переносятся на меры, абсолютно непрерывные относительно суммы двух гауссовских мер.

---

[29] Прохоров Ю.В., Висков О.В., Хохлов В.И. *Биномиальные аналоги неравенства Чернова.* Теория вероятн. и ее примен. 2001. Т. 46, N 3. С. 592–594.

[30] Гетце Ф., Прохоров Ю.В., Ульянов В.В. *Оценки для характеристических функций многочленов от асимптотически нормальных случайных величин.* Успехи матем. наук. 1996. Т. 51, N 2. С. 3–26.

Методы исследования.

В работе применяются методы теории меры, в частности, теория условных мер, функционального анализа, теории вероятностей, а также некоторые оригинальные конструкции, разработанные автором диссертации.

Теоретическая и практическая ценность.

Работа носит теоретический характер. Ее результаты и методы могут быть использованы в теории меры, теории вероятностей, теории случайных процессов, математической статистике, нелинейном анализе и математической физике.

Апробация диссертации.

Основные результаты работы неоднократно докладывались на семинаре „Бесконечномерный анализ и стохастика" под руководством В.И. Богачева и Н.А. Толмачева (МГУ, 2003–2008 гг.), на конференциях молодых ученых Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (2004, 2007 гг.) и на международной конференции „Пространство Скорохода: 50 лет спустя" (Киев, 2007 г.).

Публикации.

Основные результаты диссертации опубликованы в 3 работах автора, список которых приведен в конце автореферата.

Структура и объем работы.

Диссертация состоит из введения, трех глав, включающих 9 параграфов, и списка литературы из 47 наименований. Общий объем диссертации составляет 62 страницы.

Краткое содержание диссертации

В современной проблематике, относящейся к изучению многочленов на бесконечномерных пространствах с мерами, в частности, к исследованию их сходимости и оцениванию норм, ключевыми являются следующие две в каком-то смысле двойственные задачи.

1. Пусть на локально выпуклом пространстве X задана некоторая вероятностная мера μ. Требуется найти такие условия на μ, чтобы для любого множества $A \subset X$ с $\mu(A) > 0$ нормы из $L^p(\mu|_A)$ и $L^p(\mu)$ на пространстве измеримых многочленов фиксированной степени были эквивалентны. Здесь через $\mu|_A$ мы обозначаем сужение меры μ на множество A.

2. Пусть в локально выпуклом пространстве X задано подмножество $A \subset X$ с $\mu(A) > 0$ (или класс подмножеств, обладающих некоторыми свойствами). Требуется найти такие условия на вероятностную меру μ, чтобы нормы из $L^p(\mu|_A)$ и $L^p(\mu)$ на пространстве измеримых многочленов фиксированной степени были эквивалентны.

Обе эти задачи оказались трудными и в настоящее время весьма далеки от своего окончательного решения. В диссертации есть результаты по обеим задачам, но основные результаты относятся к первой задаче, по которой достигнут существенный прогресс. В главе 2 эта задача полностью решается для гауссовских мер, а в главе 3 для широкого класса выпуклых мер. Некоторые результаты, связанные со второй задачей, приведены в главе 1.

Глава 1.

В первой главе излагаются предварительные сведения из теории меры и теории многочленов на бесконечномерных пространствах. Кроме того, приводятся вспомогательные результаты. Основным объектом исследования являются измеримые многочлены.

Определение. *Пусть μ — радоновская вероятностная мера на локально выпуклом пространстве X. Обозначим через $P_d(\mu)$ замыкание относительно сходимости по мере μ множества конечномерных многочленов вида*

$$f(x) = g(l_1(x), \dots, l_n(x)),$$

где g — многочлен степени d на R^n и $l_1, \ldots, l_n$ — непрерывные линейные функционалы на X.

В этой же главе получено достаточное условие на вероятностную меру μ на локально выпуклом пространстве X и измеримое множество $A \subset X$ положительной меры, при которых из сходимости последовательности измеримых многочленов фиксированной степени d по мере на A следует их сходимость по мере на всем X. Для этого используется одна геометрическая конструкция, которая каждому измеримому множеству M для $d \in N$ сопоставляет новое измеримое множество M_d. «Массивность» в некотором смысле множества M_d и является определяющей для доказательства равносильности двух видов сходимости по мере. В конце главы приведены два примера. Первый пример показывает, что даже в одномерном случае множество M_d может быть не очень «массивным»: указан пример непрерывной сингулярной меры μ_0 на прямой и измеримого множества M положительной меры, таких, что для множества M_1 верно равенство $\mu_0(M_1) = 0$. Сингулярность здесь существенна, ибо для множества M положительной меры Лебега множество M_1 содержит интервал. С другой стороны, приведен пример бесконечномерной гауссовской меры γ и такого множества M, что $\gamma(M) > 0$, но $\gamma(M_1) = 0$.

Однако отмечается ограничительность этого условия, состоящая в том, что для общих мер довольно простые множества ему не удовлетворяют. Более того, приведены примеры, показывающие, что в общем случае без существенных ограничений на меру нельзя получить универсальное достаточное условие даже для хороших множеств. Здесь предлагается пример безатомической вероятностной меры μ на гильбертовом пространстве l^2, множества A с $\mu(A) > 0$ и последовательности многочленов l_j (даже первого порядка), которые сходятся по мере на A, но не на всем пространстве. В качестве A здесь можно взять как компакт, так и шар (открытый или замкнутый). Кроме того, можно сделать меру μ положительной на всех непустых открытых множествах. Более того, такая мера может иметь ограниченную плотность относительно суммы двух гауссовских мер (но не может иметь плотность относительно одной гауссовской меры). В построенном примере нормы из $L^p(\mu)$ и $L^p(\mu|_A)$ на пространстве измеримых линейных функций не эквивалентны.

Глава 2.

В этой главе исследуется сходимость измеримых многочленов в случае гауссовской меры. Напомним, что радоновская вероятностная мера γ на локально выпуклом пространстве X называется гауссовской, если всякий непрерывный линейный функционал на X является гауссовской случайной величиной относительно γ. Такая мера называется невырожденной, если она не сосредоточена на собственном замкнутом аффинном подпространстве. Основной результат главы состоит в следующем.

Теорема 2.2.1. *Предположим, что γ — радоновская гауссовская мера, $p \in [1, \infty)$ и задано γ-измеримое множество A положительной γ-меры. Тогда $L^p(\gamma)$-норма на пространстве $P_d(\gamma)$ эквивалентна $L^p(\gamma|_A)$-норме.*

Эта теорема заметно усиливает упомянутый выше результат А.А. Дороговцева для шара в гильбертовом пространстве.

При обосновании установлено, что для последовательности многочленов фиксированной степени из сходимости по мере на множестве положительной меры (относительно гауссовской меры!) следует сходимость по мере на всем пространстве.

Следствием этой теоремы является такой результат.

Теорема 2.3.1. *Пусть $p \in [1, +\infty)$. Пусть $\mu = \varrho \cdot \gamma$, где γ — радоновская гауссовская мера и $\varrho \in L^{1+\varepsilon}(\gamma)$ — некоторая вероятностная плотность, причем $\varepsilon > 0$. Предположим, что задано μ-измеримое множество A с $\mu(A) > 0$. Тогда $L^p(\mu)$-норма на пространстве $P_d(\mu)$ эквивалентна $L^p(\mu|_A)$-норме на $P_d(\mu)$. Кроме того, все такие нормы при разных p эквивалентны друг другу.*

Как уже отмечалось, в главе 1 построен пример, показывающий, что эта теорема не переносится на меры, абсолютно непрерывные относительно суммы двух гауссовских мер. В этом примере последовательность непрерывных линейных функционалов сходится по мере и во всех L^p на шаре (относительно меры, заданной ограниченной плотностью относительно суммы двух невырожденных гауссовских мер), но не сходится по мере на всем пространстве (тем более нет сходимости в L^p на всем пространстве).

Уже долго остается открытой такая проблема: если измеримые многочлены степени d на пространстве с гауссовской мерой сходятся по распределению, то будет ли предельное распределение совпадать с распределением какого-либо измеримого многочлена степени d? Положительный ответ известен лишь для $d = 1, 2$. Результаты главы 2 позволяют получить некоторые оценки для многочленов фиксированной степени, сходящихся по распределению.

Глава 3.

В главе 3 получены аналоги результатов главы 2 для широкого класса выпуклых мер.

Напомним, что вероятностная мера μ на R^n называется выпуклой (или логарифмически вогнутой), если она сосредоточена на некотором аффинном подпространстве L и задается на нем относительно соответствующей меры Лебега плотностью вида $\exp(-V)$, где V — выпуклая функция на L (равная $+\infty$ вне выпуклого множества, на котором она конечна). Такие меры возникают во многих задачах анализа, теории вероятностей и в различных приложениях. В последние два десятилетия было опубликовано много работ по выпуклым мерам в связи с изучением нелинейных функциональных неравенств и экстремальных свойств различных классов функций, в том числе многочленов. Ряд общих свойств выпуклых мер изложен в книгах[31,32], где можно найти дополнительные библиографические ссылки. Для формулировки основных результатов нам понадобится лишь одно определение.

Определение. *Радоновская вероятностная мера μ на локально выпуклом пространстве называется выпуклой, если ее образы при непрерывных линейных отображениях в конечномерные пространства выпуклы. Равносильное условие:*

$$\mu(\lambda A + (1-\lambda)B) \geq \mu(A)^{\lambda} \cdot \mu(B)^{1-\lambda}$$

для всех $\lambda \in [0, 1]$ и всех компактных множеств A и B.

Гауссовские меры являются выпуклыми, но обладают заметной спецификой. Важным примером не обязательно гауссовской выпуклой меры является счетное произведение выпуклых мер на конечномерных пространствах или линейный образ такого произведения.

[31] Богачев В.И. Основы теории меры. Т. 1, 2. 2-е изд. РХД, Москва–Ижевск, 2006.

[32] Богачев В.И. Дифференцируемые меры и исчисление Маллявэна. РХД, Москва–Ижевск, 2008.

Основной результат главы состоит в следующем.

Теорема 3.2.4. *Пусть дана последовательность конечномерных пространств $X_k = \mathbf{R}^{n_k}$ с борелевскими σ-алгебрами $\mathcal{B}_k$ и при каждом k дана выпуклая вероятностная мера μ_k на X_k. Рассмотрим пространство $X = \prod_{k=1}^{\infty} X_k$ с продакт-мерой $\mu = \bigotimes_{k=1}^{\infty} \mu_k$. Зафиксируем множество $M \subseteq X$ с $\mu(M) > 0$ и натуральное число d. Тогда верны следующие утверждения.*

(i) *Если последовательность многочленов из $P_d(\mu)$ сходится по мере на M, то она сходится по мере на всем X и во всех $L^p(\mu)$, где $p < \infty$.*

(ii) *Для всякого $p \in [1, +\infty)$ на пространстве $P_d(\mu)$ норма из $L^p(\mu)$ эквивалента норме из $L^p(\mu|_M)$.*

Значит, при $1 \leq p, q < \infty$ на пространстве $P_d(\mu)$ норма из $L^p(\mu)$ эквивалента норме из $L^q(\mu|_M)$.

Для рассмотренного в этой теореме класса выпуклых мер, как и для класса всех гауссовских мер, совпадают два естественных понятия измеримого многочлена степени d. В этом состоит содержание следующего утверждения, доказанного в данной главе.

Предложение 3.2.5. *Для выпуклых мер μ рассмотренного в предыдущей теореме вида пространство измеримых многочленов $P_d(\mu)$ совпадает с замыканием множества непрерывных многочленов степени d в метрике сходимости по мере, а также с замыканием в любом $L^p(\mu)$ с $p < \infty$.*

Верно ли это для всех выпуклых мер, остается открытым вопросом.

Следствие 3.2.6. *Пусть μ — выпуклая мера указанного в теореме 3.2.4 вида. Предположим, что E — суслинское локально выпуклое пространство и $T : X \to E$ — измеримое отображение, которое является линейным на некотором линейном подпространстве $L \subset X$ полной меры. Тогда мера $\nu = \mu \circ T^{-1}$ на E выпукла, причем для нее также верно заключение теоремы 3.2.4.*

С помощью этого следствия путем образования линейных образов, счетных произведений и сверток существенно расширяется класс мер, для которых приведенная теорема остается в силе. Неизвестно, верна ли она для всех выпуклых мер. Правда, не удалось построить и выпуклые меры, не охватываемые описанной процедурой с помощью последнего следствия. Видимо, такие меры все же существуют, но представляется правдоподобным, что сама теорема верна для всех выпуклых мер. Полученные в главе 3 результаты могут быть полезны при дальнейшем исследовании этой проблемы, так как некоторые промежуточные рассуждения и построения остаются в силе для всех выпуклых мер.

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю профессору В.И. Богачеву за постановку задач и помощь в работе.

Работы автора по теме диссертации

1. Бережной В.Е. *Об эквивалентности норм на пространстве γ-измеримых полиномов.* Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1, Математика. Механика. 2004. N 4. С. 54–56.

2. Berezhnoy V. *On the equivalence of norms on the space of measurable polynomials with respect to a log-concave measure.* Abstracts International Conference "Skorokhod Space: 50 Years On", 17–23 June, 2007, Kyiv, Ukraine, Section 4: Measures in infinite-dimensional spaces, pp. 73–74.

3. Berezhnoy V.E. *On the equivalence of integral norms on the space of measurable polynomials with respect to a convex measure.* Theory Stoch. Processes. 2008. V. 14, N 1. P. 7–10.