

На правах рукописи

ЛЕБЕДЕВА Наталья Анатольевна

**ИССЛЕДОВАНИЕ ЗОН АККУМУЛЯЦИИ ЧАСТИЦ
В ДИСПЕРСНЫХ ПОТОКАХ**

Специальность 01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2009

Работа выполнена на кафедре аэромеханики и газовой динамики механико-математического факультета и в лаборатории механики многофазных сред Института механики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук
А.Н. Осипцов

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук
Ю.М. Циркунов
кандидат физико-математических наук
В.В. Прокофьев

Ведущая организация: Институт механики УНЦ РАН (г. Уфа)

Защита состоится 20 февраля 2009 г. в 15 часов на заседании диссертационного совета Д.501.001.89 при Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова по адресу: 119899, г. Москва, Ленинские горы, Главное здание МГУ, аудитория 16-24.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова.

Автореферат разослан “___” января 2009 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д.501.001.89,
доктор физико-математических наук

А.Н. Осипцов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Течения разреженных дисперсных сред часто встречаются в природных явлениях и технологических процессах. Интерес к изучению областей предпочтительной аккумуляции инерционных частиц в дисперсных потоках связан с развитием методов визуализации течений (методы PIV, PTV, ЛДИС), совершенствованием технологий инерционной коагуляции аэрозолей, сепарации и фракционирования частиц, а также построением моделей двухфазных потоков с фазовыми переходами (испарением, конденсацией, кавитацией и др.), интенсифицирующимися в областях скопления дисперсной фазы. Кроме того, в последнее время развиваются технологии, которые используют аэродинамически сфокусированные пучки микро- и наночастиц, применяемые для очистки поверхностей, резки материалов, нанесения покрытий и др.

В случае малоинерционных частиц области аккумуляции дисперсной фазы формируются прежде всего вблизи гидродинамических особенностей течения несущей фазы (критических точек, разрывов, областей локализованной завихренности). При описании дисперсной фазы в рамках континуального приближения, в областях аккумуляции дисперсной фазы, как правило, появляются “сборки” и “складки” фазового объема, соответствующие зонам пересекающихся траекторий частиц, а на границах таких зон часто возникают интегрируемые сингулярности числовой плотности дисперсной фазы. Указанные особенности существенно усложняют задачу аккуратного расчета поля концентрации дисперсной фазы.

До настоящего времени детальная структура локальных зон накопления частиц в дисперсных потоках практически не исследовалась, в литературе отсутствует описание общих механизмов возникновения локальных зон накопления инерционных частиц. Изучению этих проблем и посвящена настоящая диссертация. В работе рассматривается ряд течений с типичными гидродинамическими особенностями, приводящими к возникновению зон аккумуляции частиц и являющимися локальными элементами многих двухфазных течений. Для нахождения параметров дисперсной примеси применяется полный лагранжев метод, предложенный в работах А.Н. Осипцова*. Данный метод позволяет рассчитывать скорость и числовую концентрацию дисперсной фазы вдоль выбранных траекторий движения частиц, в том числе, в областях пересечения траекторий частиц, при разрывах сплошности континуума частиц и в зонах накопления дисперсной фазы.

*Osipov A.N. Lagrangian modeling of dust admixture in gas flows // *Astrophysics and Space Science*. 2000. V. 274. P. 377-386. Осипов А.Н. Развитие лагранжева подхода для моделирования течений дисперсных сред. В сб.: *Проблемы современной механики. К 85-летию со дня рождения академика Г.Г. Черного*. М.: Изд. МГУ, 2008. С. 390-407.

Целями настоящей работы являются:

- исследование механизмов фокусировки инерционных частиц в дисперсных потоках на примере ряда течений с типичными гидродинамическими особенностями в поле параметров несущей фазы, описываемых автомодельными либо аналитическими решениями;
- исследование влияния различных компонент межфазных сил на механизмы фокусировки примеси при различных отношениях плотностей материалов фаз;
- нахождение критических значений параметров инерционности дисперсной фазы, соответствующих возникновению зон аккумуляции частиц;
- численное исследование структуры зон аккумуляции частиц, соответствующих появлению “складок” в континууме частиц на основе развития и применения полного лагранжева подхода.

В работе получены следующие **новые результаты**, выносимые на защиту:

- Изучены механизмы фокусировки частиц и образования неоднородностей в распределении инерционной дисперсной примеси на примере (i) течений в окрестности “неортогональных” критических точек в двумерных вязких стационарных потоках и в окрестности стационарной точки в двумерном периодическом по времени течении, (ii) течения в области локализованной завихренности на границе взаимодействия двух параллельных невязких потоков (течения Кельвина типа “кошачий глаз”), (iii) вязкого течения в окрестности присоединения вихревой нити к твердой поверхности (модель “торнадо”) и (iv) вязкого течения суспензии в узком вертикальном канале в присутствии силы тяжести.
- В рассмотренных течениях найдены критические значения определяющих параметров, соответствующие качественной перестройке структуры течения дисперсной фазы и формированию локальных зон накопления частиц.
- Численно исследована структура зон накопления дисперсной примеси и изучены типы сингулярностей в поле числовой концентрации частиц.

Достоверность результатов диссертации обусловлена использованием строгих математических моделей движения двухфазных сред. В численных алгоритмах применялись хорошо апробированные методы с контролем точности. Точность расчетов подтверждается сравнением результа-

тов с известными численными решениями, а также качественным соответствием полученных результатов некоторым известным экспериментальным данным.

Научная значимость работы состоит в установлении связи между типами гидродинамических особенностей несущей фазы и характером неоднородностей, возникающих в поле концентрации инерционной дисперсной примеси. На примере ряда течений в окрестности типичных гидродинамических особенностей исследованы механизмы образования зон предпочтительной аккумуляции частиц в зависимости от определяющих параметров течения и форм межфазного взаимодействия. Полученные результаты могут быть использованы для усовершенствования моделей дисперсных сред с учетом мезомасштабных неоднородностей в распределении дисперсной фазы.

Практическая значимость работы определяется возможностью применения результатов для развития технологий фокусировки и сепарации частиц, методов визуализации потоков при помощи дисперсных включений, для совершенствования технологий, использующих движение разреженных суспензий в плоских каналах, а также для планирования и проведения экспериментов по дисперсным течениям.

Результаты, полученные в диссертации, докладывались на 17 научных конференциях: Конференции-конкурсе молодых ученых НИИ механики МГУ (2004–2008); Конференции “Ломоносовские чтения” (2005, 2008); IX Всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике (Н.Новгород, 2006); XIV и XV школе-семинаре “Современные проблемы гидроаэродинамики” (Сочи, 2006, 2007); 77 и 79 Научных конгрессах Германского общества прикладной математики и механики GAMM (Германия, 2006, 2008); Всероссийской конференции “Механика и химическая физика сплошных сред” (Бирск, 2007); Всероссийской конференции “Современные проблемы механики сплошной среды” (Москва, 2007); XIX Международном симпозиуме по процессам переноса ISTP-19 (Исландия, 2008); IV Всероссийской конференции “Актуальные проблемы прикладной математики и механики” (Абрау-Дюрсо, 2008); III Международной конференции “Тепломассообмен и гидродинамика в закрученных потоках” (Москва, 2008).

Результаты работы обсуждались на трех специализированных научных семинарах: семинаре Института механики МГУ под руководством академика Г.Г. Черного (Москва, 2008), семинаре кафедры аэромеханики и газовой динамики механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова (Москва, 2003–2008), семинаре по механике многофазных сред под рук. д.ф.м.н. А.Н. Осипцова (НИИ механики МГУ, Москва, 2003–2008).

За работы “Аэродисперсное течение вблизи критической точки на гра-

нице взаимодействия двух потоков” и “Формирование локальных зон аккумуляции дисперсной примеси в нестационарных и вихревых потоках”, вошедшие в состав диссертации, автор удостоен дипломов 3-ей степени на Конференции-конкурсе молодых ученых НИИ механики МГУ в 2005 и 2007 годах. За работу “Аэрогидродинамическая фокусировка частиц в дисперсных потоках”, лежащую в основе диссертации, автор удостоен звания победителя конкурсной программы “Участник молодежного научно-инновационного конкурса” (“УМНИК”), проводимой Фондом содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в 2008 году.

Основные результаты работы изложены в 18 научных публикациях, из которых 10 статей и тезисы 8-ми докладов. Восемь работ написаны в соавторстве. Две статьи опубликованы в журнале, входящем в перечень ВАК на момент публикации.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. В работе содержится 32 рисунка, 4 таблицы и 125 библиографических ссылок. Общий объем диссертации составляет 121 страницу.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **Введении** обоснованы актуальность работы и ее научная значимость, сформулированы основные цели и задачи исследования.

Глава 1 посвящена обзору литературы по теме диссертации. Среди публикаций, в которых исследовались течения с зонами пересечения траекторий частиц или пузырьков в разреженных дисперсных потоках и формированием “складок” в средах, лишенных “собственного давления”, отмечаются работы В.И. Арнольда, Я.Б. Зельдовича, А.Д. Мышкиса, В.М. Волощука, В.В. Прокофьева, А.Б. Ватажина, А.Н. Крайко, Ю.М. Циркунова, А.Н. Осипцова, J. Peddieson, J. Fernandez de la Mora, D.P. Healy, J.V. Young, В.У. Wang и др. Несмотря на большое число работ, связанных с изучением фокусировки дисперсной примеси, имеется очень немного публикаций, посвященных исследованию общих механизмов аккумуляции инерционных частиц и подробному анализу структуры областей накопления дисперсной фазы.

В **главе 2** описывается модель течения дисперсной среды и основные идеи полного лагранжева подхода. В **разделе 2.1** формулируются предположения используемой модели двух взаимопроникающих континуумов. Несущая фаза считается (в общем случае) несжимаемой вязкой жидкостью. Дисперсная фаза состоит из одинаковых сферических частиц с постоянны-

ми массой и радиусом. Броуновское движение и непосредственное взаимодействие между частицами не учитывается, что приводит к отсутствию собственных напряжений в среде частиц. Предположение о малом относительном объеме частиц позволяет считать тензор напряжений несущей фазы таким же, как в чистом газе. Взаимное влияние фаз осуществляется за счет силы межфазного взаимодействия. Приведены выражения для основных компонент силы межфазного взаимодействия (сил Стокса, Архимеда, присоединенных масс, подъемных сил), которые могут быть существенны при различных отношениях плотностей фаз, геометрических условиях и режимах движения разреженных дисперсных сред. Система уравнений двухконтинуальной модели приводится к безразмерному виду, и обсуждаются параметры подобия. Основным параметром, характеризующим скоростное отставание частиц при стоксовском законе сопротивления, является параметр инерционности частиц β (или обратное число Стокса), равный отношению макромасштаба задачи к характерной длине скоростной релаксации фаз. Важность учета нестоксовских компонент межфазного взаимодействия определяется величиной отношения плотностей материалов фаз.

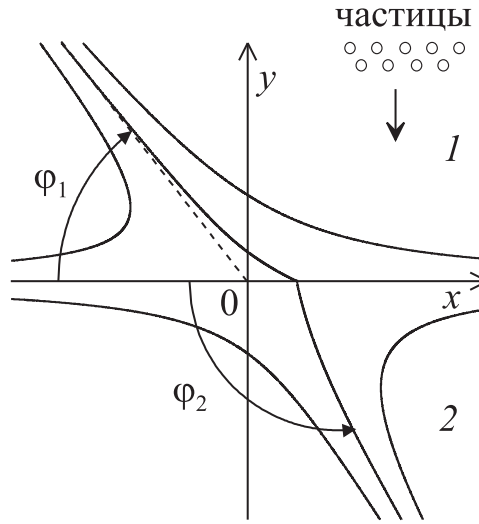
В разделе 2.2 представлены основные идеи полного лагранжева метода при использовании декартовых и криволинейных ортогональных координат. В простейшем случае, когда течение описывается в декартовых координатах $\mathbf{r} = (x_1, x_2, x_3)$, уравнения движения и неразрывности частиц в лагранжевых координатах (в качестве лагранжевых координат выбраны значения эйлеровых координат $\mathbf{r}_0 = (x_{10}, x_{20}, x_{30})$ в некоторый момент времени $t = 0$, взятый за начало отсчета) в безразмерной форме имеют вид ($i, j = 1, 2, 3$):

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} = \mathbf{v}_s, \quad \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} = \mathbf{f}_p, \quad n_s(\mathbf{r}_0, t) |J_{ij}| = n_s(\mathbf{r}_0, 0), \quad J_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial x_{j0}} \quad (1)$$

Здесь \mathbf{v}_s и n_s – скорость и числовая концентрация дисперсной фазы, $|J_{ij}|$ – модуль якобиана матрицы перехода от эйлеровых координат к лагранжевым, \mathbf{f}_p – сила, действующая на частицу. Считается, что x_i и v_{si} – функции времени и лагранжевых координат, а f_{pi} – известные функции координат, параметров несущей фазы и скоростей частиц. Уравнения для определения компонент J_{ij} выводятся путем дифференцирования первых двух векторных уравнений по лагранжевым координатам x_{0j} :

$$\frac{\partial J_{ij}}{\partial t} = \Omega_{ij}, \quad \frac{\partial \Omega_{ij}}{\partial t} = \frac{\partial f_{pi}}{\partial x_{j0}}, \quad \Omega_{ij} = \frac{\partial v_{si}}{\partial x_{0j}} \quad (2)$$

Если известны параметры несущей фазы во всей области течения, то f_{pi} представляет собой известную функцию пространственных координат и



Фиг. 1. Схема течения в окрестности критической точки. Ось x совпадает с линией взаимодействия потоков, ось y перпендикулярна ей, начало координат находится в точке, куда пришла бы разделяющая линия тока несущей фазы первого потока, если бы эта фаза была вязкой.

скорости дисперсной фазы. При этом дифференцирование $\partial f_{pi}/\partial x_{j0}$ следует проводить по правилам дифференцирования сложных функций.

На выбранной траектории частиц уравнения (1)–(2) образуют замкнутую систему обыкновенных дифференциальных уравнений для подсчета скоростей дисперсной фазы и компонент якобиана. Числовая концентрация вдоль траектории находится из алгебраического соотношения (1). Начальные условия для системы (1)–(2) естественным образом следуют из граничных условий для исходной задачи в эйлеровых переменных

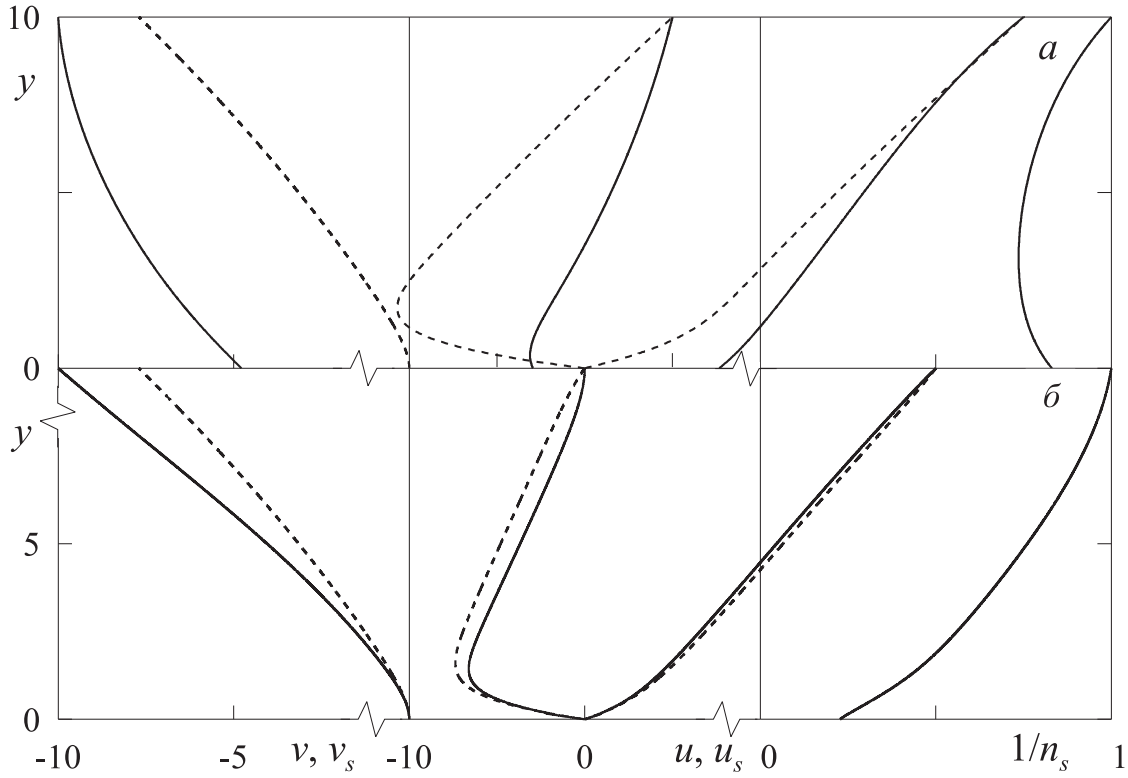
$$t = 0 : \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}_0, \quad \mathbf{v}_s = \mathbf{v}_s(\mathbf{r}_0), \quad J_{ii} = 1, \quad J_{ij} = 0 (i \neq j), \quad \Omega_{ij} = \frac{\partial v_{si}}{\partial x_j}(\mathbf{r}_0)$$

Полный лагранжев метод позволяет рассчитывать поле концентрации дисперсной фазы при наличии сильных разрывов, областей пересечения траекторий частиц и локальных зон накопления частиц.

Глава 3 посвящена исследованию аккумуляции частиц в окрестности критических и стационарных точек.

В **разделе 3.1** рассматривается плоское, стационарное течение в окрестности критической точки, возникающей при столкновении под произвольными углами двух несжимаемых потоков, имеющих (в общем случае) различные вязкости и плотности. Контактная поверхность между потоками считается локально плоской (фиг. 1). Первый поток содержит сферические дисперсные включения, которые в силу их инерционности могут проникать во второй поток, пересекая (в том числе, многократно) контактную поверхность.

Математическая постановка задачи о несимметричном взаимодействии



Фиг. 2. Типичные профили скоростей и распределение концентрации дисперсной примеси (сплошные линии) и несущей фазы (штриховые линии) в случае течений с осаждением (а) и без осаждения (б) частиц на стенку. Профили скоростей u и u_s представлены для $x = -15; 5$.

двух вязких дисперсных потоков дана в **разделе 3.1.1**. Предполагается, что вдали от критической точки поля скоростей несущей фазы в верхнем и нижнем потоках выходят на поля скоростей, соответствующие течению невязкой жидкости вблизи произвольной вихревой критической точки, которое в безразмерном виде имеет вид:

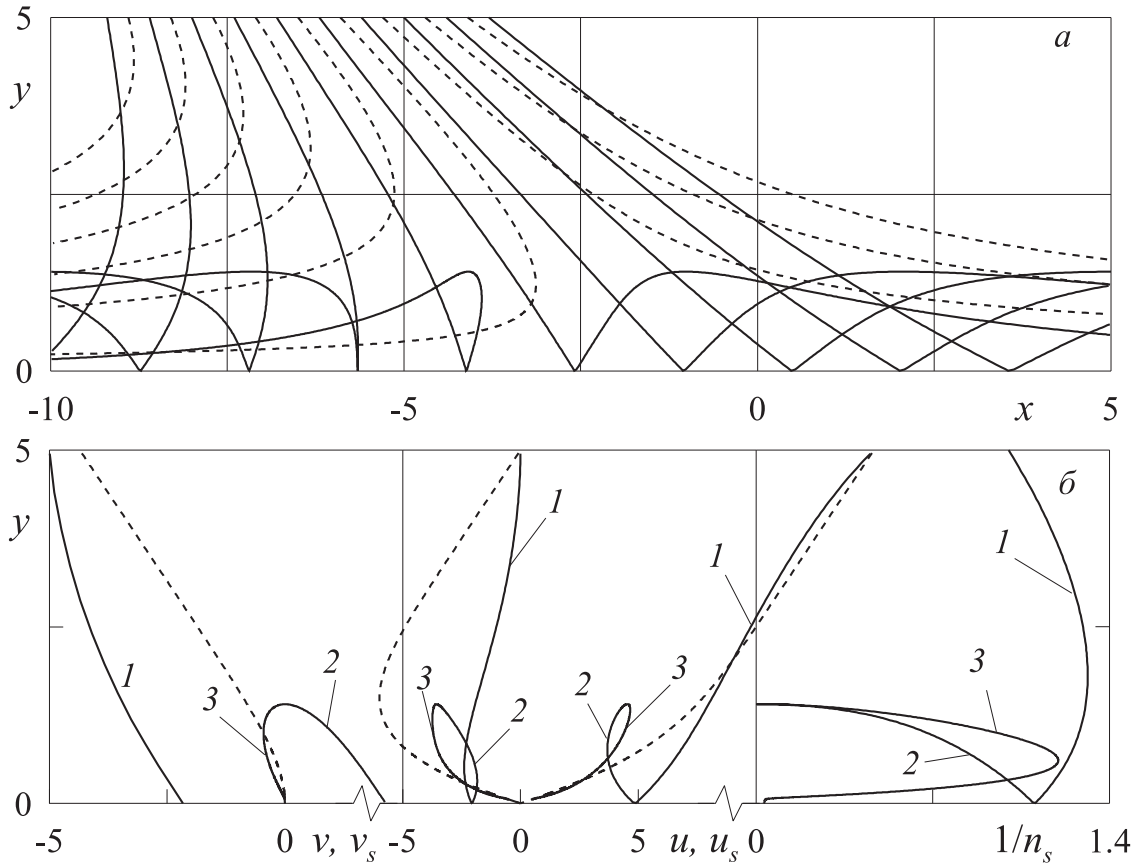
$$u_i = \chi_i x + \lambda_i y, \quad v_i = -\chi_i y, \quad i = 1, 2 \quad (3)$$

Здесь параметры $\chi_i = C_i/C_1$, $\lambda_i = B_i/C_1$ связаны с углами, под которыми натекают потоки: $\text{tg } \varphi_i = 2\chi_i/\lambda_i$ (C_i, B_i – скорость растекания и удвоенный модуль завихренности i -го потока). При обезразмеривании в качестве масштабов длины и скорости взяты $L = (\mu_1/C_1\rho_1)^{1/2}$ и $U = (\mu_1 C_1/\rho_1)^{1/2}$, где μ_1, ρ_1 – вязкость и плотность первого потока. Вблизи линии взаимодействия потоков поле скорости несущей фазы имеет автомодельный вид:

$$u_i = g_i(y) + x f'_i(y), \quad v_i = -f_i(y) \quad (4)$$

В межфазном обмене импульсом учитывается лишь сила Стокса.

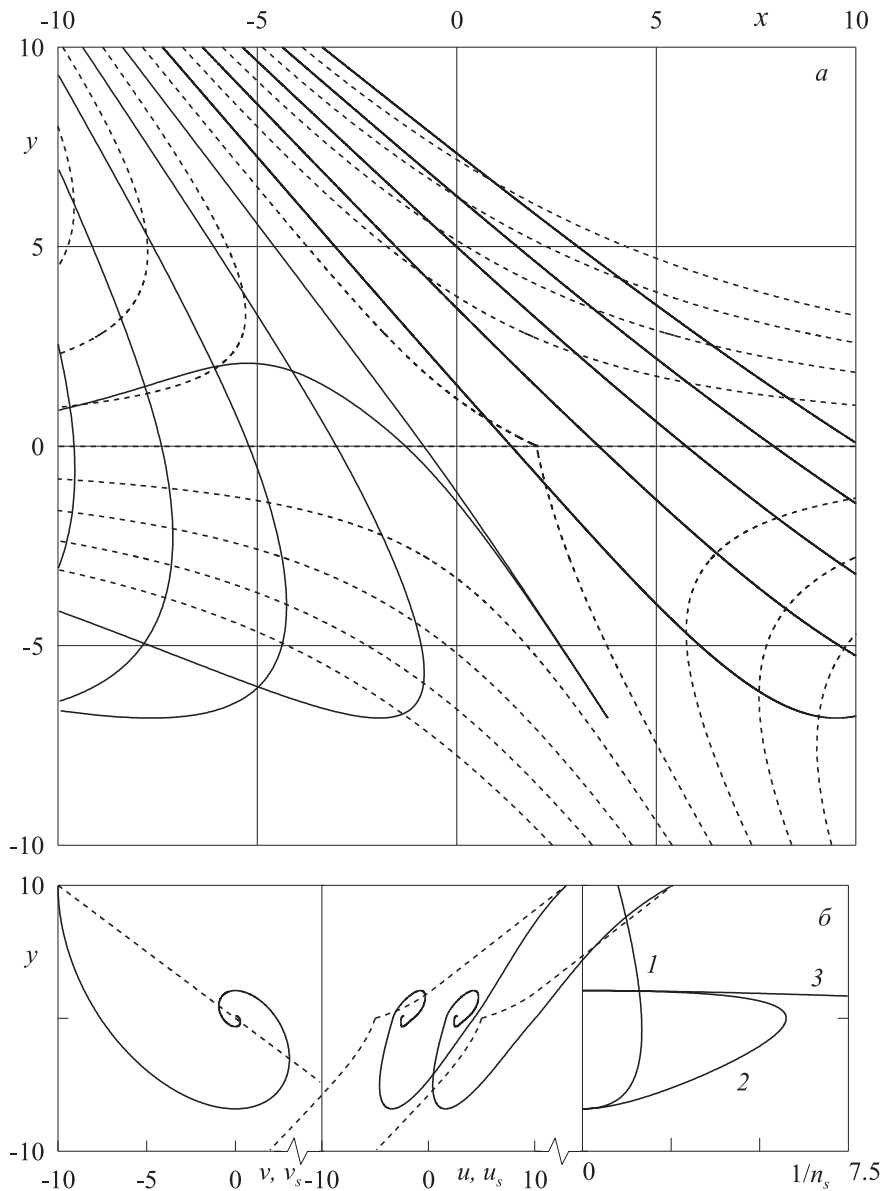
Предельный случай неортогонального натекаания вязкой запыленной среды на плоскую стенку, соответствующий бесконечной вязкости одного из



Фиг. 3. Типичное течение в окрестности критической точки при неортогональном натекании вязкой несжимаемой жидкости на твердую поверхность в случае течения с отражением частиц. Линии тока, профили скоростей, распределение концентрации дисперсной примеси (сплошные линии) и несущей фазы (штриховые линии). Профили скоростей u и u_s представлены для $x = -10; 5$. Числами обозначены части графиков, соответствующие значению параметров дисперсной фазы в слоях складки: до соударения со стенкой (1), после соударения до разворота (2), после разворота (3).

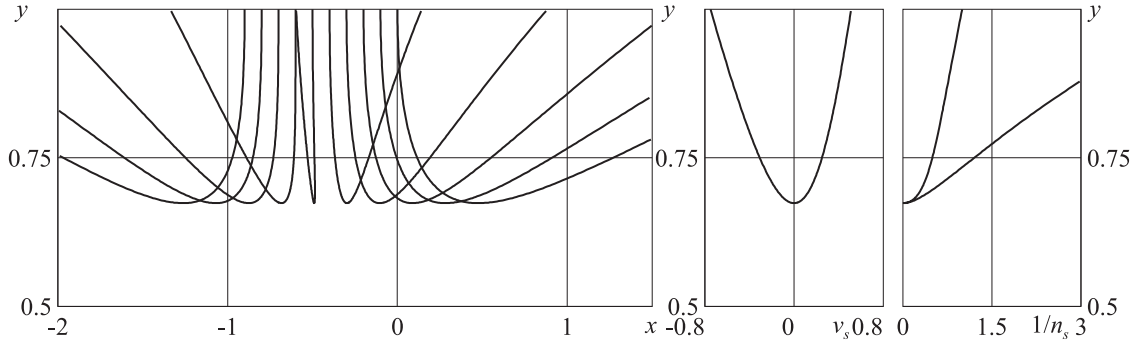
потоков, рассмотрен в **разделе 3.1.2**. Задача решена с учетом обратного влияния дисперсной примеси на несущую фазу. Параметры дисперсной фазы также ищутся в автомодельном виде типа (4), что позволяет свести уравнения двухконтинуальной модели к краевой задаче для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) девятого порядка. На основе численного решения этой задачи найдены два возможных качественно различных режима течения: с осаждением и без осаждения дисперсной примеси на стенку. Первый случай соответствует достаточно инерционным частицам, а второй – частицам с малой инерционностью. Качественно различное распределение концентрации частиц в указанных случаях проиллюстрировано на фиг. 2. При малой массовой концентрации дисперсной фазы исследовано течение с образованием особенностей числовой плотности частиц на огибающих траекторий частиц, отраженных от стенки (фиг. 3).

Столкновение вязких дисперсных потоков без учета влияния частиц на



Фиг. 4. Типичное течение в окрестности критической точки при неортогональном столкновении потоков вязкой несжимаемой жидкости в случае проникновения частиц в область встречного потока. Линии тока, профили скоростей, распределение концентрации дисперсной примеси (сплошные линии) и несущей фазы (штриховые линии). Числами обозначены значения концентрации частиц в слоях складки, соответствующих первому (1), второму (2) и третьему (3) пересечению частицами контактной поверхности.

несущую фазу исследовалось в **разделе 3.1.3**. Поле скоростей несущей фазы найдено в автомодельном виде (4) из решения краевой задачи ОДУ десятого порядка. Для рассчитанных заранее на эйлеровой сетке полей скорости несущей фазы, на основе решения уравнений типа (1)–(2) проведено параметрическое численное исследование полей скорости и концентрации дисперсной фазы. В численных процедурах для нахождения текущих значений параметров несущей фазы и их пространственных производных использовалась квадратичная интерполяция их значений, найденных в уз-



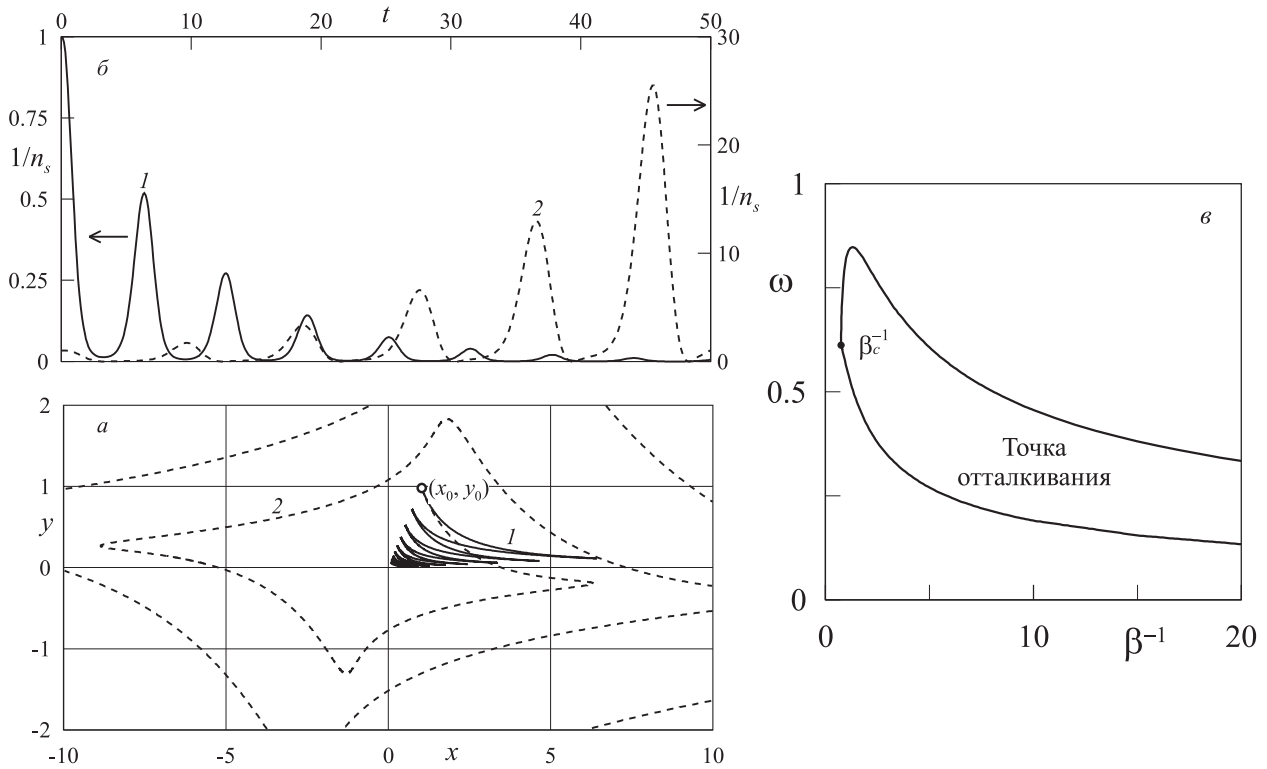
Фиг. 5. Примеры траекторий частиц, профилей вертикальной компоненты скорости и числовой концентрации дисперсной фазы при неортогональном столкновении невязких потоков в случае вытеснения частиц из окрестности контактной поверхности.

лах эйлеровой сетки. Показано, что в зависимости от значения параметра инерционности частиц возможны как течения с проникновением (фиг. 4), так и без проникновения частиц в область встречного потока. Инерционные частицы (число Стокса которых выше некоторого критического значения) осциллируют в окрестности линии раздела двух потоков, формируя многослойную структуру в поле концентрации. На огибающих траекторий частиц возникают тонкие слои высоких концентраций дисперсной фазы. Малоинерционные частицы накапливаются вблизи линии раздела двух потоков, при этом концентрация дисперсной фазы на контактной поверхности неограниченно (но интегрируемым образом) возрастает.

В разделе 3.1.4 исследуется течение в окрестности критической точки, возникающей при столкновении двух эффективно невязких потоков, с учетом влияния нестационарных эффектов в межфазном обмене импульсом: помимо силы Стокса учитываются также силы присоединенных масс и Архимеда. В предположении, что представление (1) справедливо во всей области течения, при помощи полного лагранжева метода найдено пять качественно различных режимов течения дисперсной фазы. Полученные режимы разбиваются на два класса: с пересечением и без пересечения частицами контактной поверхности, при этом частицы либо накапливаются вблизи линии раздела, либо вытесняются из окрестности этой линии (фиг. 5). В зависимости от типа течения в дисперсном континууме могут формироваться одна или несколько “складок”, границы которых являются поверхностями неограниченного роста числовой концентрации частиц.

В разделе 3.2 исследована эволюция конечного объема инерционных частиц в окрестности стационарной точки в нестационарном двумерном потоке с гармонической зависимостью безразмерной скорости растекания от времени:

$$u = x \sin \omega t, \quad v = -y \sin \omega t$$

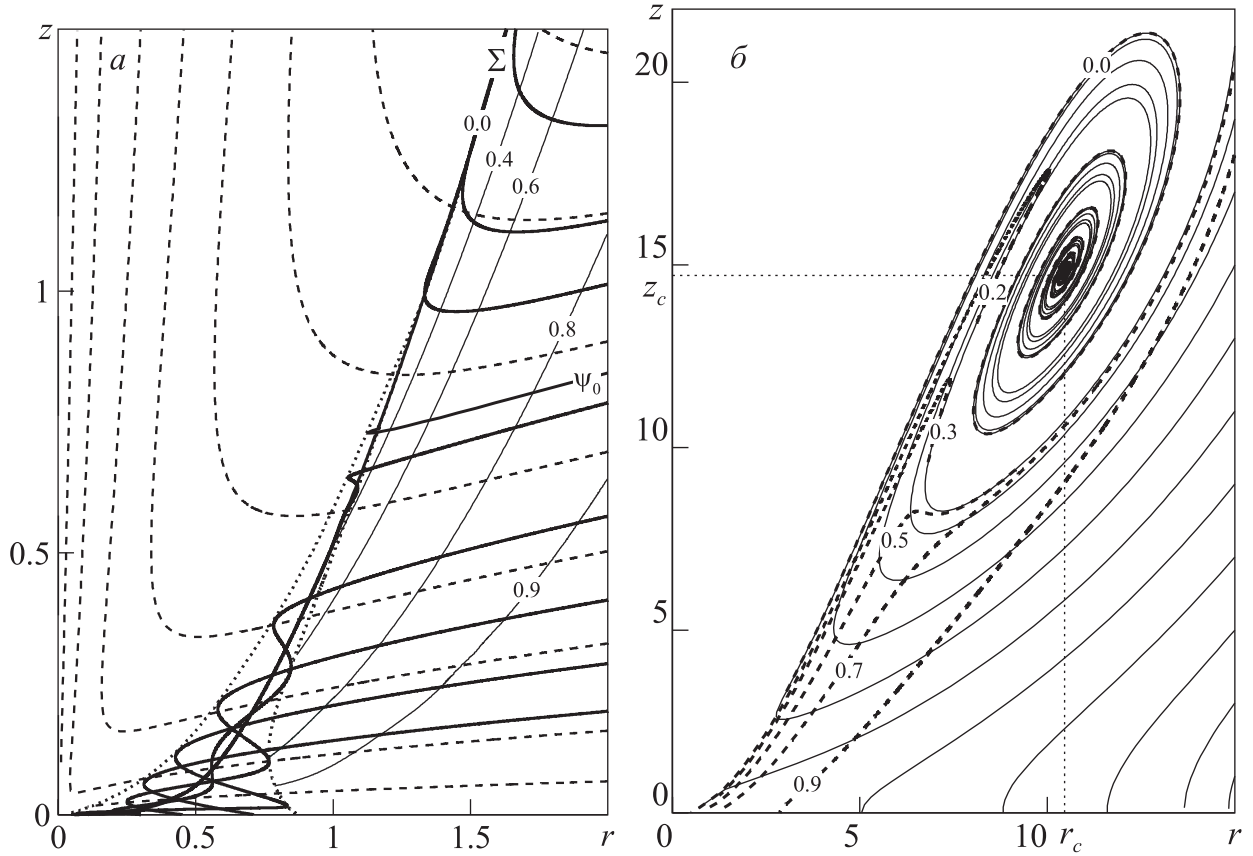


Фиг. 6. Примеры траекторий частиц (*a*) и поведения концентрации частиц (*б*) в окрестности стационарной точки в случаях, когда она является точкой притяжения (1 – сплошные линии) и разбрасывания (2 – штриховые линии); граница режимов течения в области определяющих параметров: параметра инерционности частиц β и безразмерной частоты ω (*в*).

Задача рассматривается на некотором характерном масштабе длины L , а в качестве масштабов скорости и времени взяты параметры LA и A^{-1} , где A — скорость растекания.

На основании параметрических расчетов показано, что в зависимости от инерционности дисперсной примеси и частоты колебания облако частиц совершает периодические колебания и, с течением времени, либо стягивается к стационарной точке, либо неограниченно расширяется (фиг. 6). На основании расчетов определены границы этих режимов в области определяющих параметров. В обоих случаях периодически формируются поверхности с неограниченным значением числовой концентрации частиц.

В **главе 4** рассматривается формирование локальных зон накопления дисперсной примеси в потоках с локализованной завихренностью. **Раздел 4.1** посвящен исследованию движения инерционной примеси в трехмерном осесимметричном стационарном течении вязкой несжимаемой среды, формирующемся при взаимодействии полубесконечной вихревой нити с ортогонально расположенной твердой подстилающей поверхностью (простейшая модель торнадо). Параметры несущей фазы находятся из численного решения уравнений Навье-Стокса в предположении, что течение обладает свой-



Фиг. 7. Типичная структура течения в окрестности присоединения вихря к плоскости. Трубки тока несущей (штриховые линии) и дисперсной (сплошные линии) фаз; изолинии числовой концентрации частиц (линии, отмеченные числами, равными величине обратной концентрации) в плоскости $\varphi = const$ без учета (а) и с учетом (б) влияния силы тяжести.

ством автомодельности, тип которой был указан М.А. Гольдштиком*:

$$v_r = \frac{F'(\xi)}{r}, \quad v_\varphi = \frac{G(\xi)}{r}, \quad v_z = \frac{\xi F'(\xi) - F(\xi)}{r}, \quad p = \frac{P(\xi)}{r^2}, \quad \xi = \frac{z}{r} \quad (5)$$

Здесь в качестве масштаба длины выбрана характерная длина скоростной релаксации частиц при стоксовском законе сопротивления $l = (m\Gamma/6\pi\sigma\mu)^{1/2}$, где m — масса частицы, σ — радиус частицы, μ — динамическая вязкость несущей фазы. В качестве масштаба скорости и давления приняты $U = \Gamma/l$ и $P = \rho\Gamma^2/l^2$, выраженные через параметр Γ — циркуляцию азимутальной скорости вдали от подстилающей поверхности, где выполняется условие выхода на течение от свободной вихревой нити в невязкой среде. На подстилающей поверхности для несущей фазы ставятся условия прилипания. Влиянием частиц на несущую фазу пренебрегается.

Представление (5) позволяет свести задачу нахождения параметров несущей фазы к краевой задаче для системы ОДУ пятого порядка. Указанная

*Гольдштик М.А. Одно парадоксальное решение уравнений Навье-Стокса // ПММ. 1960. Т. 24. N 4. С. 610-621.

система решается численно методом стрельбы, при этом параметры несущей фазы находятся на эйлеровой сетке. Параметры дисперсной фазы находятся численно с использованием полного лагранжева метода. Рассмотрены различные схемы межфазного силового взаимодействия, соответствующие различным отношениям плотностей материалов фаз. На основании параметрических расчетов обнаружено, что в случае тяжелых частиц (превосходящих по плотности несущую фазу) формируется “чашеобразная” поверхность аккумуляции дисперсной фазы и зона осаждения частиц на подстилающую поверхность вблизи основания вихря (фиг. 7, *a*). Внутри чашеобразной поверхности возникает зона, свободная от частиц. При учете силы тяжести верхний край поверхности накопления частиц закручивается в спираль (фиг. 7, *b*). При этом, в осесимметричном распределении концентрации дисперсной фазы формируется слоистая структура, в которой зоны высокой концентрации чередуются с зонами, свободными от частиц. Окружность, на которую наматывается спираль, является множеством точек неинтегрируемых сингулярностей концентрации дисперсной фазы. В случае легких частиц действие силы Архимеда приводит к засасыванию примеси в окрестность оси вихря.

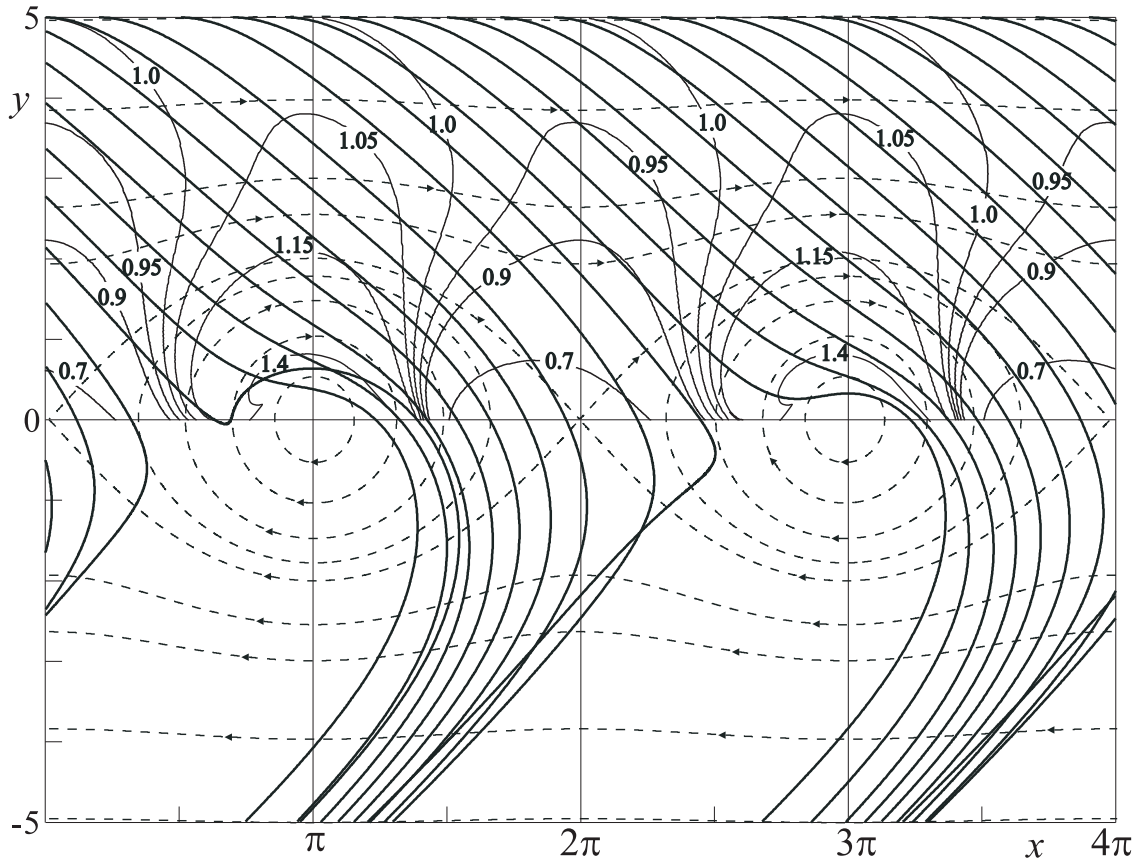
В разделе 4.2 исследована задача о гравитационном осаждении облака частиц, которое под действием силы тяжести проходит через слой смешения двух противоположно направленных невязких несжимаемых потоков. Поле скоростей несущей фазы описывается известным однопараметрическим решением Кельвина типа “кошачий глаз” с функцией тока

$$\psi = \ln(d_1 \operatorname{ch}(y) + d_2 \cos(x)), \quad d_2 = \sqrt{d_1^2 - 1} \quad (6)$$

Здесь в качестве масштаба скорости U взят модуль скорости потоков вдали от слоя смешения, а в качестве масштаба длины используется $L = 2\pi d_e$, где d_e — ширина одного вихря.

Решение (6) соответствует квазистационарному этапу развития неустойчивости Кельвина-Гельмгольца и описывает периодическую цепочку зон сосредоточенной завихренности в слое смешения.

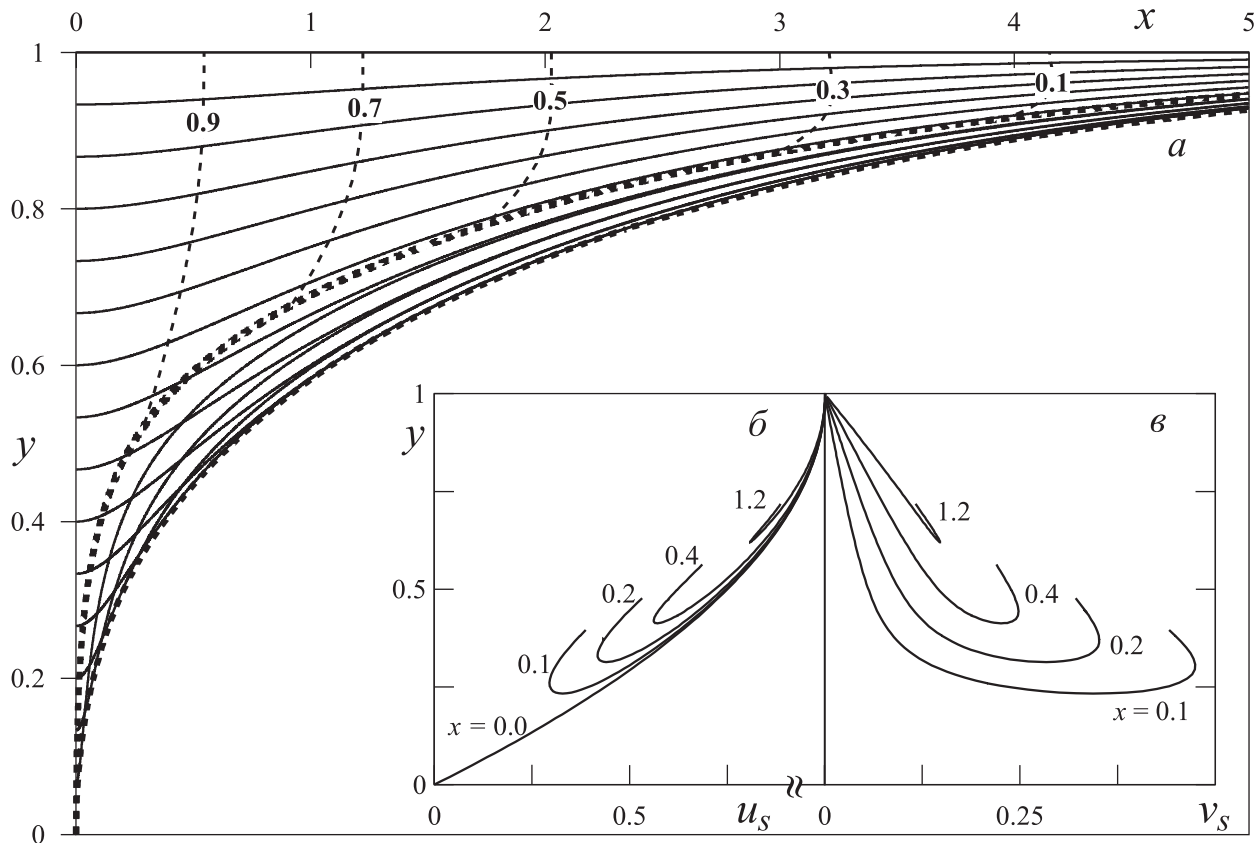
В расчетах длина скоростной релаксации фаз выбирается сравнимой с расстоянием между центрами вихрей. Влияние на частицы силы сопротивления со стороны несущей фазы и силы тяжести приводит к тому, что быстро оседающие частицы (при малых числах Фруда) “прошивают” цепочку вихрей и формируют в нижней области течения периодическую пальцеобразную структуру с областями свободными от частиц (фиг. 8). В верхней области возникают периодические зоны высокой концентрации в окрестностях критических точек и на границах вихрей. В случае медленно оседающих частиц (при больших числах Фруда) дисперсная фаза движется



Фиг. 8. Пример течения в окрестности слоя смешения. Траектории частиц (сплошные линии), линии тока несущей фазы (штриховые линии) и изолинии числовой концентрации (линии с числами, равными величине обратной числовой концентрации) в случае быстрого оседания частиц.

вдоль цепочки вихрей длительное время, не попадая в нижнюю область течения. При этом облако частиц сильно сжимается по мере приближения к линии, разделяющей замкнутые и незамкнутые линии тока несущей фазы.

В течениях, рассмотренных в предыдущих главах, эффект аккумуляции частиц был связан с неоднородностью поля скорости несущей фазы. В **главе 5** исследован другой механизм инерционной фокусировки частиц, для которого существенным является действие на частицы боковых сил, обусловленных градиентами скорости несущей фазы. На примере стационарного напорного течения разреженной вязкой суспензии в вертикальном узком канале рассмотрена поперечная миграция частиц, движущихся вместе с несущей фазой и оседающих под действием силы тяжести. Миграция вызвана инерционной боковой силой, действующей на частицу за счет существенно неоднородного характера течения несущей фазы на масштабе частицы и близости стенок. На основании параметрических расчетов показано, что частицы накапливаются вблизи средней линии канала, а вблизи



Фиг. 9. Пример течение в узком канале в случае монотонной миграции частиц. Траектории частиц (сплошные линии), границы “складок” в среде частиц (пунктир), изолинии обратной числовой концентрации частиц для однородного начального профиля концентрации (*a*); профили скорости дисперсной фазы (*б*, *в*).

стенки формируются слои свободные от частиц, ширина которых возрастает вниз по потоку. С использованием полного лагранжева метода исследовано поле концентрации частиц. Показано, что в случае малоинерционных частиц вблизи границы с зонами чистой жидкости в дисперсном континууме возникает “складка”, на краю которой концентрация дисперсной фазы неограниченно возрастает (фиг. 9). В случае сильноинерционных частиц их траектории многократно пересекают среднюю линию канала, а на границах множественных “складок” в дисперсном континууме формируются слои высоких концентраций. На основании расчетов и асимптотического анализа определены критические значения определяющих параметров, соответствующие смене режимов течения, и найдены характерные масштабы, на которых эффект формирования слоев высокой концентрации частиц может проявляться в приложениях, связанных с технологиями гидроразрыва.

В **Заключении** к диссертации подведены итоги работы и указаны ее основные результаты.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. В рамках модели двух взаимопроникающих континуумов с использованием полного лагранжева подхода исследованы инерционные механизмы фокусировки частиц и локальная структура областей аккумуляции дисперсной примеси в течениях разреженных дисперсных сред, содержащих ряд типичных гидродинамических особенностей.
2. На примере течения в окрестности критической точки, возникающей на контактной поверхности между двумя сталкивающимися двумерными вязкими несжимаемыми потоками, один из которых содержит дисперсные включения, показано, что малоинерционные частицы накапливаются вблизи контактной поверхности, а сильноинерционные частицы многократно пересекают эту поверхность. В первом случае числовая концентрация частиц резко возрастает на линии раздела потоков, а во втором – возникает слоистая структура с накоплением частиц на огибающих их траекторий. На основании параметрических расчетов определены критические значения параметра инерционности частиц, соответствующее смене режимов течения. Показано, что это критическое значение зависит только от отношения плотностей и вязкостей жидкостей и не зависит от углов, под которыми натекают потоки.
3. В предельном случае натекания вязкого запыленного газа на твердую плоскую поверхность задача решена с учетом обратного влияния частиц на несущую фазу. Установлено, что в зависимости от параметра инерционности частиц возможно как течение без осаждения, так и течение с осаждением частиц на стенку. В первом случае вблизи поверхности дисперсная фаза движется вмерзено в основной поток, числовая концентрация частиц сильно возрастает, но остается конечной. При малых массовых концентрациях частиц на огибающих траекторий частиц, отраженных от стенки, формируются зоны повышенной концентрации частиц. Установлено, что с увеличением массовой концентрации дисперсной фазы повышается инерционный порог прекращения осаждения частиц на обтекаемую поверхность.
4. Влияние нестоксовских составляющих межфазного взаимодействия (сил Архимеда и присоединенных масс) на возникновение зон накопления частиц исследовано на примере задачи о неортогональном столкновении невязких несжимаемых потоков с дисперсными включениями. Показано, что в зависимости от параметра инерционности частиц и отношения плотностей материалов фаз возможны пять качественно

различных режимов течения. Влияние сил Архимеда и присоединенных масс приводит к тому, что частицы могут не только скапливаться в окрестности линии раздела, но и вытесняться из этой области. При этом в дисперсном континууме формируются одна или несколько складок с неограниченным значением числовой концентрации частиц на границах складок. Найдены такие режимы, в которых при различных отношениях плотностей материалов фаз поля траекторий частиц близки, однако поля числовой концентрации качественно различаются: по мере приближения к контактной поверхности концентрация примеси может неограниченно возрастать, оставаться конечной либо уменьшаться до нуля. В области определяющих параметров определены границы, соответствующие качественным перестройкам структуры течения.

5. При исследовании осцилляции конечного объема инерционной дисперсной примеси в окрестности стационарной точки в периодическом по времени двумерном течении найдены диапазоны определяющих параметров, соответствующие случаям, когда стационарная точка является точкой “притяжения” или “расбрасывания” частиц. В обоих случаях происходит периодическое “схлопывание” объема частиц в плоскость, что приводит к неограниченному росту числовой концентрации дисперсной примеси. При движении с уменьшением амплитуды колебания облако частиц стягивается к стационарной точке, где формируется сингулярность в поле числовой концентрации частиц.
6. При гравитационном оседании облака дисперсных частиц, проходящего через вихревой слой смешения двух невязких несжимаемых потоков, установлено, что быстро оседающие частицы формируют периодические пальцеобразные структуры. При этом зоны накопления частиц возникают на границах вихрей и вблизи критических точек, а зоны, свободные от частиц – в областях высокой завихренности. В случае медленно оседающих частиц облако дисперсной фазы движется вдоль цепочки вихрей, сильно сжимаясь и длительное время не проникая в область противоположного потока.
7. Для течения вязкой несжимаемой среды типа торнадо с инерционными дисперсными включениями показано, что легкие частицы под действием силы Архимеда засасываются в область высокой завихренности вблизи оси вихря. Тяжелые частицы (превосходящие по плотности несущую фазу) формируют расширяющуюся кверху “чашеобразную” поверхность высокой концентрации. Внутри этой поверхности возник-

кает область, свободная от частиц. При малых числах Фруда верхний край поверхности накопления частиц сворачивается в спираль вокруг некоторой окружности, положение которой определяется балансом силы сопротивления частиц, центробежной силы и силы тяжести. При этом в осесимметричном поле концентрации дисперсной фазы формируется спиральная слоистая структура, в которой слои высокой концентрации чередуются со слоями, свободными от частиц.

8. Механизм инерционной фокусировки частиц, обусловленный действием боковых сил в локально сдвиговом потоке несущей фазы, исследован на примере напорного течения суспензии в вертикальном узком канале при наличии гравитационного оседания частиц. Показано, что под действием боковой силы частицы мигрируют к центру канала, в результате чего в середине потока возникает зона аккумуляции дисперсной фазы, а в окрестности стенок – области чистой жидкости. В зависимости от значений параметра инерционности частиц обнаружены различные режимы миграции, при которых частицы монотонно накапливаются вблизи средней плоскости течения либо многократно пересекают середину канала.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Лебедева Н.А. Аэродисперсные течения вблизи критических точек // В сб.: Труды конф.-конкурса молодых ученых НИИ механики МГУ 12-14 октября 2004 г. Под ред. акад. Г.Г. Черного и проф. В.А. Самсонова. М.: Изд-во Моск. Ун-та, 2004. С. 158-164.
2. Лебедева Н.А., Осипцов А.Н. Структура течений вязкого запыленного газа вблизи критических точек // В сб.: Ломоносовские чтения 2005. Секция механики. Тезисы докладов. М.: Изд-во Моск. Ун-та, 2005. С. 133-134.
3. Лебедева Н.А. Аэродинамическая фокусировка дисперсной примеси в потоках с критической и стационарной точкой // Тез. докл. XIV школы-семинара “Современные проблемы аэрогидродинамики”, 6-16 сентября 2006 г. М.: Изд-во Моск. Ун-та, 2006. С. 62-63.
4. Лебедева Н.А. Эффекты стратификации дисперсной примеси вблизи критических и стационарных точек // Аннот. докл. IX Всероссийского съезда по теоретической и прикладной механике, 22-28 августа 2006 г. Изд. Нижегородского унив., 2006. С. 122.

5. Lebedeva N.A., Osiptsov A.N. Admixture stratification in the stagnation region of two streams // PAMM Proc. Appl. Math. Mech. 2006. N 6. P. 569-570.
6. Лебедева Н.А. Аэродисперсное течение вблизи критической точки на границе взаимодействия двух потоков // Труды конф.-конкурса молодых ученых НИИ механики МГУ, 12-17 октября 2005. Под ред. акад. Г.Г. Черного и проф. В.А. Самсонова. М.: Изд-во Моск. Ун-та, 2006. С. 75-84.
7. Лебедева Н.А. Локализованная стратификация дисперсной примеси в нестационарных и вихревых потоках // Тез. докл. Всеросс. конф. “Современные проблемы механики сплошной среды”, Москва, МИАН, 12-14 ноября 2007. С. 102-104.
8. Лебедева Н.А. Исследование локальных зон аккумуляции частиц в нестационарных и вихревых потоках // Тез. докл. XV школы-семинара “Современные проблемы аэрогидродинамики”, 5-15 сентября 2007 г. М.: Изд-во Моск. Ун-та, 2007. С. 69-70.
9. Лебедева Н.А. Исследование локальной структуры зон аккумуляции инерционных частиц в вихревых и нестационарных потоках // Труды конф.-конкурса молодых ученых НИИ механики МГУ, 11-16 октября 2006 г. Под ред. акад. Г.Г. Черного и проф. В.А. Самсонова. М.: Изд-во Моск. Ун-та, 2007. С. 159-167.
10. Лебедева Н.А. Моделирование локализованной стратификации дисперсной примеси в течениях с гидродинамическими особенностями // Труды института механики УНЦ РАН. 2007. Т. 5. С. 253-259.
11. **Лебедева Н.А., Осипцов А.Н. Течение вблизи критических точек при несимметричном столкновении вязких дисперсных потоков // Изв. РАН, МЖГ. 2007. N 5. С. 85-97.**
12. Lebedeva N.A., Osiptsov A.N. Modeling of local particle accumulation in disperse flows with kinematic singularities // PAMM Proc. Appl. Math. Mech. 2008. V. 8. P. 641-642.
13. Лебедева Н.А., Осипцов А.Н. Модель торнадо в запыленном газе. В сб.: Ломоносовские чтения 2008. Секция механики. Тезисы докладов. М.: Изд-во Моск. Ун-та, 2008. С. 115-116.
14. Osiptsov A.N., Golubkina I.V., Lebedeva N.A. Investigation of particle accumulation zones in disperse flows // Proc. of 19th Intern. Sym. on Transport Phenomena. 2008. Iceland, Reykjavik. CD. P.1-8.

15. Лебедева Н.А. Моделирование стратификации примеси в дисперсных потоках // Тез. докл. IV Всеросс. конф. “Актуальные проблемы прикладной математики и механики”, 15-21 сентября 2008 г. Абрау-Дюрсо. 2008. С. 40-41.
16. Лебедева Н.А., Осипцов А.Н. Исследование зон аккумуляции частиц в дисперсном вихревом потоке // Сб. тез. конф. “Тепломассообмен в закрученных потоках”, 21-23 октября 2008 г. Москва. 2008. С. 81-82.
17. Лебедева Н.А. Формирование локальных зон аккумуляции дисперсной примеси в нестационарных и вихревых потоках // Труды конф.-конкурса молодых ученых НИИ механики МГУ 10-12 октября 2007 г. Под ред. акад. Г.Г. Черного и проф. В.А. Самсонова. М.: Изд-во Моск. Ун-та, 2009. С. 55-66.
18. **Лебедева Н.А., Осипцов А.Н. Структура зон аккумуляции инерционной примеси в течении типа торнадо // Изв. РАН, МЖГ. 2009. N 1. С. 92-105.**