МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

Механико-математический факультет

На правах рукописи

Лебедев Антон Викторович

УДК 531.3:007 531.3:62-5

Алгоритмы максиминного тестирования качества стабилизации космических систем

01.02.01 — теоретическая механика

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2009

Работа выполнена на кафедре прикладной механики и управления механико-математического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

Научнй руководитель:	доктор физико-математических наук, С.С. Лемак
Официальные оппоненты:	доктор физико-математических наук, профессор Ю.Ф. Голубев
	доктор физико-математических наук, профессор М.Ю. Овчинников
Ведущая организация:	Федеральное государственное унитарное предприятие “Научно-производственное предприятие Всероссийский научно -исследовательский институт электромеханики с заводом имени А.Г. Иосифьяна”

Защита состоится 5 июня 2009 года в 15.00 на заседании диссертационного совета Д 501.001.22 по механике при Московском государственном университете им. М.В.Ломоносова по адресу: 119991, Москва, Ленинские горы, Главное здание МГУ, аудитория 16-10.

С диссертацией можно ознакомиться в читальном зале библиотеки механико-математического факультета МГУ.

Автореферат разослан 5 мая 2009 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 501.001.22
доцент В.А. Прошкин

1. Общая характеристика работы

Актуальность темы

Диссертационная работа посвящена вопросам разработки методики максиминного тестирования автоматических и полуавтоматических систем стабилизации, где определение результата тестирования точности работы алгоритма производится с использованием нижней оценки критерия качества, полученной при решении игровой задачи.

Важным этапом разработки и создания алгоритмов управления сложных динамических объектов является этап тестирования качества их работы. Особенно актуально проведением тестирования для систем с высокой ценой риска, например для систем управления космическими объектами.

Для космических систем, в контуре управления которых присутствует человек, точность решения задач управления осложняется наличием различных вестибуло-двигательных нарушений, возникающих в невесомости. Использование наземных тестирующих стендов является одним из возможных путей решения этой проблемы. Одной из таких систем является устройство спасения космонавта (УСК), предназначенное для возвращения космонавта к орбитальной станции в случае потери контакта при проведении работ в открытом космосе. Был создан прототип тестирующего тренажера по управлению УСК. Одна из глав работы посвящена описанию математического и программного обеспечения этого тренажера.

Автоматические системы управления космическими объектами, в которых человек не принимает прямого участия, также обладают высокой ценой риска. Ярким примером может служить система ориентации спутника, от качества работы которой зависит не только работа полезной нагрузки, но и энергетика, и жизнь самого аппарата. Для таких систем применение тестирующих стендов, очевидно, является одним из путей отладки и повышения надежности работы бортового алгоритма управления.

Был создан тестирующий стенд для проверки качества работы алгоритмов ориентации микроспутника Земли. Одна из глав работы посвящена математическому и программному обеспечению, лежащему в его основе.

Цель работы

Основной целью диссертационной работы является расширение области применения методики максиминного тестирования на билинейные системы и выработка тестирующих возмущений для класса задач в которых отсутствует ситуация равновесия в исходной динамической игре. Это позволяет применить методику максиминного тестирования для разработки следующих стендов: а) тестирующего тренажера по управлению устройством спасения космонавта; б) тестирующего стенда для проверки работы алгоритмов ориентации микроспутника Земли.

Научная новизна.

Методика максиминного тестирования расширена на билинейные системы. Получено необходимое и достаточное условие существования оптимальной стратегии тестирования в классе выпуклых функционалов. Решена задача синтеза оптимальной смешанной стратегии тестирования в случае отсутствия ситуации равновесия в исходной динамической игре. Поставлена и решена задача тестирования, критерий качества в которой содержит информацию о расходе энергии.

Теоретическая и практическая ценность.

В работе получен метод построения оптимальной стратегии тестировния для билинейных систем, позволяющий проводить тестирование даже в случае отсутствия седловой точки в чистых стратегиях в исходной динамической игре. Разработано математическое обеспечение компьютерного стенда для тестирования качества ориентации микроспутника Земли. Создан прототип тестирующего тренажера по визуальному сближению устройства спасения космонатва (УСК) с орбитальной станцией.

Апробация работы.

Результаты, представленные в диссертации, докладывались автором и обсуждались на следующих научных семинарах и конференциях:

1. Научный семинар им. акад. А.Ю.Ишлинского по прикладной механике и управлению (2008г., Москва, мех.-мат. факультет МГУ).

2. Научный семинар “Динамика относительного движения” под руководством чл.-корр. РАН В.В. Белецкого и проф. Ю.Ф. Голубева. (2009г., Москва, мех.-мат. факультет МГУ).

3. Объединенный семинар кафедры прикладной математики и сектора 4 отдела 5 ИПМ им. М.В. Келдыша. (2009г., Москва, Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша).

4. Международный научно-технический семинар “Современные технологии в задачах управления, автоматики и обработки информации”, Алушта, 2003-2008гг.

5. 5-й международный аэрокосмический конгресс, Москва, 2006г.

6. 2-я международная научная конференция “Современные проблемы прикладной математики и математического моделирования”, г.Воронеж, декабрь 2007г.

7. 39-я Всероссийская молодежная конференция “Проблемы теоретической и прикладной математики”, г.Екатеринбург, январь 2008г.

Публикации. Основные результаты диссертации представлены в работах [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9].

Структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. В работе 105 страниц и 33 рисунка.

Содержание диссертации

Во **введении** рассмотрены вопросы, связанные с актуальностью применения методики максиминного тестирования, описана цель работы, дан краткий обзор работ, связанных созданием и развитием методики максиминного тестирования, также приведено краткое содержание диссертации.

Первая глава диссертации называется **"Математические постановки задач максиминного тестирования и методы их решения"**. Она носит теоретический характер и состоит из трех разделов.

В *первом разделе* данной главы, который носит название *"Задача тестирования качества стабилизации билинейных систем"*, описана задача тестирования качества стабилизации билинейной системы, а также даны и обоснованы методы ее решения.

Раздел состоит из шести параграфов.

В первом параграфе под названием "Постановка задачи тестирования" рассмотрена задача тестирования алгоритмов стабилизации для динамической системы, представленной уравнениями движения следующего вида:

$$\begin{array}{l} \dot{x} = A_q(t)x + B_q(t)u + C_q(t)v_r(t), \\ x(t_0) = x_p, \\ r = 1,2,..,R, \\ p = 1,2,..,P, \\ q = 1,2,..,Q. \end{array} \tag{1}$$

Здесь $x(t)$ — n-мерный вектор состояния; $u(\cdot) \in U = \{L_2[t_0,t_k]||u_i(t)| \le u^{\max}\}$ - s-мерная функция управляющих воздействий; $w = (r,p,q) \in W$ - возмущение, где W- конечное множество возмущений, содержащее $R \cdot P \cdot Q$ элементов.

Показатель качества стабилизации задан функционалом:

$$J(w,u(\cdot)) = x^T(t_k)Sx(t_k), \tag{2}$$

где S — постоянная, симметричная, положительно полуопределенная матрица, моменты t_0, t_k — фиксированы, $w \in W$, $u(\cdot) \in U$ — возмущение и управление в системе (1). Необходимо объективно оценить действия некоторого алгоритма управления системой (1) с точки зрения показателя качества (2).

Оценка алгоритма управления производится на специальном тестирующем стенде, который можно представить следующей функциональной схемой (Рис. 1.):

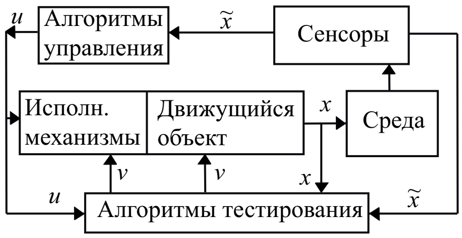

Рис. 1.

В представленной схеме блоки исполнительных механизмов, движущегося объекта, сенсоров и окружающей среды могут быть реализованы либо в качестве имитационного стенда, либо в виде компьютерной модели. Блок алгоритмов тестирования формирует тестирующие возмущения и дает оценку алгоритмам управления в результате процесса тестирования. В качестве основы при разработке этого блока предлагается использовать методику максиминного тестирования, которая позволяет получить объективные показатели точности выполнения алгоритмом управления поставленной задачи при экстремальных условиях.

Методика тестирования опирается на два базовых предположения. В качестве первого предположения рассматривается дифференциальная антагонистическая игра Γ двух независимых воздействий на систему (1) – возмущения w и управления u, а показатель качества управления (2) является функцией выигрыша возмущений (игрока 1). Таким образом, можно определить антагонистическую игру в виде:

$$\Gamma = (W, U, J), \tag{3}$$

где W — множество стратегий игрока 1 (возмущений), U - множество стратегий игрока 2 (управлений), а J - функция выигрыша игрока 1.

Вторым базовым предположением является наличие ситуации равновесия (седловой точки) в игре (3), которое дает возможность объективно оценить действия алгорима управления.

Методика тестирования состоит из трех этапов.

1-й этап – предварительный. На этом этапе осуществляется поиск нижней (наилучшей) оценки показателя качества J_0 управления и оптимальной стратегии поведения внешних возмущений w^0 с помощью численного решения максиминной задачи

$$\min_{u(\cdot)\in U} J(w,u(\cdot)) \to \max_{w\in W}. \tag{4}$$

2-й этап – основной. На этом этапе непосредственно реализуется процесс тестирования, основанный на компьютерном моделировании процесса управления объектом (1), при воздействии на него наихудших возмущений, найденных на первом этапе. На этом этапе определяется реальная оценка качества управления $\tilde{J}$.

3-й этап – заключительный. На этом этапе происходит сравнение наилучшей J_0 и реальной $\tilde{J}$ оценок работы алгоритма управления и выработка рекомендаций по дальнейшим тренировкам и диагностике, калибровке и коррекции.

Во втором параграфе первого раздела первой главы, который носит название "Решение игровой задачи первого этапа методики тестирования", приведен метод решения первого этапа методики тестирования, основанный на разложении исходной динамической системы (1) на возмущенную

$$\dot{x}_w = A_q(t)x_w + C_q(t)v_s(t) \quad x_w(t_0) = x_m, \tag{5}$$

и управляемую

$$\dot{x}_u = A_q(t)x_u - B_q(t)u \quad x_u(t_0) = 0. \tag{6}$$

системы и редукции исходной динамической игры (3) к геометрической игре $\Gamma_1 = (G_w, G_u, \rho)$ на области достижимости G_w возмущаемой системы (5) и пересесечении G_u областей достижимости управляемой системы (6). Функция выигрыша в геометрической игре Γ_1 эквивалентна расстоянию $\rho(x_w(t_k), x_u(t_k))$ между конечными состояними систем (5) и (6). Размерность пространства геометрической игры определяется матрицей S в выражении критерия качества (2).

Изложен и доказан критерий существования точки равновесия в антагонистической игре:

Теорема 1. *Для того чтобы пара стратегий (w^*, u^*) была точкой равновесия антагонистической игры $\Gamma = (W, U, J)$, необходимо и достаточно, чтобы существовал $\max\limits_{w\in W}\min\limits_{u\in U} J(w,u)$ и было выполнено неравенство*

$$J(w^*, u^*) = \max_{w\in W}\min_{u\in U} J(w,u) \geq J(w,u^*), \forall w \in W. \tag{7}$$

Этот критерий основан на знании значения максимина $\max\limits_{w \in W} \min\limits_{u(\cdot) \in U} J(w, u(\cdot))$, которое определяется в нашем случае несравненно легче, чем минимакс, поскольку множество стратегий для возмущений в геометрической игре представлено конечным множеством точек. При выполнении условий этой теоремы можно говорить о наличии ситуации равновесия в чистых стратегиях в игре Γ и переходить к выполнению второго этапа методики тестирования.

В третьем параграфе, который носит название "Существование точки равновесия в классе смешанных стратегий" приведен метод определения стратегии тестирования в случае отсутствия седловой точки в чистых стратегиях геометрической игры. Этот метод основан на переходе к смешанному расширению $\widetilde{\Gamma}$ геометрической игры Γ_1, в котором существует седловая точка, и опирается этот метод на следующую теорему [1]:

Теорема 2. *Пусть* $\Gamma = (X, Y, J),\ X \subset R^m,\ Y \subset R^m$ *- выпуклая игра. Тогда значение игры определяется по формуле*

$$v = \min_{y \in Y} \max_{x \in X} J(x, y).$$

Игрок 1 обладает оптимальной смешанной стратегией μ_0 *с конечным спектром, состоящим не более чем из* $(m+1)$*-й точки множества* X*. В то же время все чистые стратегии* y_0*, на которых достигается* $\min\limits_{y \in Y} \max\limits_{x \in X} J(x, y)$*, являются оптимальными для игрока 2.*

Приведем определение выпуклой игры:

Определение 1. *Пусть* $X \subset R^m,\ Y \subset R^m$ *- компакты, множество* Y *- выпукло, функция* $J : X \times Y \to R^1$ *непрерывна по совокупности аргументов и выпукла по* $y \in Y$ *при любом фиксированном* $x \in X$*. Тогда игра* $\Gamma = (X, Y, J)$ *называется игрой с выпуклой функцией выигрыша (выпуклой игрой).*

Игра Γ_1, согласно определению, является выпуклой, следовательно, согласно теореме 2, оптимальная смешанная стратегия управлений представляет собой чистую стратегию, на которой достигается значение минимакса критерия качества

$$K_0 = \min_{x_u \in G_u} \max_{x_w \in G_w} \rho(x_w, x_u), \tag{8}$$

[1] *Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А.* Теория игр. — Кн. Дом "Университет", 1998. 300 с.

а возмущения обладают оптимальной смешанной стратегией с конечным спектром. Следовательно, для реализации данного метода необходимо получить решение задачи (8).

Таким образом, реализуется переход к смешанному расширению игры Γ_1: $\widetilde{\Gamma} = (G_w^*, G_u, K)$. Множеством стратегий игрока 1 (возмущений) является множество G_w^* всевозможных функций распределения вероятности на множестве чистых стратегий G_w, множество стратегий игрока 2 (управлений) в смешанном расширении $\widetilde{\Gamma}$ совпадает со множеством чистых стратегий G_u, функцией выигрыша является $K(\mu, x_u) = \sum\limits_{w \in W} \mu_w J(x_w, x_u)$ — математическое ожидание выигрыша игрока 1 в точке $x_u \in G_u$ (здесь μ_w - вероятности, соответствующие смешанной стратегии $\mu \in G_w^*$).

Справедлива цепочка неравенств, соответствующая определению ситуации равновесия в смешанных стратегиях:

$$K(x_w, x_u^M) \leq K(\mu_0, x_u^M) \leq K(\mu_0, x_u), \forall x_u \in G_u, \forall x_w \in G_w, \quad (9)$$

где $K(\mu_0, x_u^M) = K_0$, а $K(x_w, x_u^M) = J(x_w, x_u^M)$.

В четвертом параграфе под названием "*Алгоритмы поиска минимакса*" описаны методы нахождения минимакса (8) в геометрической игре. Сначала приведены и доказаны необходимые и достаточные условия минимума функции $\varphi_0(x_u) = \max\limits_{x_w \in G_w} \rho(x_w, x_u)$, основанные на теореме об отделимости выпуклых конусов [1]:

Теорема 3. *Точка x_u^M является абсолютным минимумом функции $\varphi_0(x_u)$ на множестве G_u тогда и только тогда, когда существует вектор $a \in K_u^*$ и постоянные скалярные величины $\lambda_1, \lambda_2 ..., \lambda_{R \cdot P \cdot Q}$ такие, что:*

1. $a + \sum\limits_{r=1}^{R \cdot P \cdot Q} \lambda_r \left(\frac{\partial \rho_r(x_u^M)}{\partial x} \right)^\top = 0$;
2. $\lambda_r \geq 0$, $r = 1, ..., R \cdot P \cdot Q$;
3. $\lambda_r \left(\varphi_0(x_u^M) - \rho_r(x_u^M) \right) = 0$;
4. $\sum\limits_{r=1}^{R \cdot P \cdot Q} |\lambda_r| + |a| \neq 0$.

[1] *Болтянский В.Г.* Оптимальное управление дискретными системами. М.: Наука, 1973

Здесь $\rho_r(x_u) = J(x_r, x_u),\ x_u \in G_u,\ x_r \in G_w$; K_u^* — конус, сопряженный к конусу, аппроксимирующему множество G_u в окрестности точки x_u^M. Условие 3 данной теоремы называется условием дополняющей нежесткости, а условие 4 — условием нетривиальности.

Необходимые и достаточные условия позволяют в некоторых случаях сразу определить решение задачи (8), а также используются далее для синтеза оптимальной смешанной стратегии возмущений.

Далее приведен итерационный алгоритм решения задачи (8) в выпуклой геометрической игре.

В пятом параграфе первого раздела первой главы, который носит название "Синтез смешанной стратегии тестирования", получен метод синтеза оптимальной смешанной стратегии возмущений, основанный на необходимом и достаточном условии минимакса (теореме 3). Этот метод позволяет вычислить распределение вероятностей оптимальной смешанной стратегии μ_0 в зависимости от найденной точки минимакса x_u^M, соответствующей решению задачи (8).

Таким образом, первый этап методики максиминного тестирования можно реализовать следующим образом:

Шаг А — применение теоремы 1 для выяснения наличия ситуации равновесия в чистых стратегиях в игре Г.

Если ситуация равновесия имеет место, то находятся цена игры (неулучшаемая оценка критерия качества) и чистая стратегия тестирования путем решения максиминной задачи (4), затем осуществляется переход ко второму этапу.

Если ситуации равновесия нет — переходим к шагу Б.

Шаг Б — редукция геометрической игры Γ_1 к смешанному расширению $\widetilde{\Gamma}$.

Шаг В — нахождение цены игры $\widetilde{\Gamma}$, что равносильно решению задачи (8) либо с помощью теоремы 3, либо с помощью итерационного метода.

Шаг Г — нахождение смешанной стратегии тестирования (оптимальной смешанной стратегии игрока 1 — возмущений) μ_0, такой, чтобы выполнялись условия (9).

В результате работы данного алгоритма будет получена "мягкая" [1)] стратегия тестирования — оптимальная стратегия для

[1)] *Лемак С.С.* Максиминный контроль качества стабилизации космических объектов. Дисс. на соискание ученой степени доктора физиковозмущений (чистая — в случае наличия ситуации равновесия, и смешанная — в случае её отсутствия).

В шестом параграфе "Реализация второго этапа тестирования в случае смешанных стратегий тестирования" приведен метод реализации второго этапа в случае использования смешанной стратегии тестирования. Для вычисления критерия качества работы алгоритма управления на втором этапе тестирования необходимо провести серию испытаний при воздействии на управляемый объект возмущений — стратегии тестирования, выбираемой в соответствии с распределением вероятностей μ_0, найденным на первом этапе. Каждое испытание представляет собой процесс математического моделирования (либо имитационного моделирования на стенде) движения управляемого объекта, на которое воздействуют выбранное возмущение и управление (игроки 1 и 2). После проведения серии испытаний можно вычислить приближенное значение математического ожидания $\hat{K}(\mu_0, x_u) = \frac{1}{N}\sum\limits_{i=1}^{N} K(\mu_0, x_u^i)$, где N — количество испытаний, x_u^i — реализация управляющего воздействия на i-м испытании, а $K(\mu_0, x_u^i)$ — значение функции выигрыша игры $\widetilde{\Gamma}$ на i-м испытании.

С учетом предположения о достаточно большом числе испытаний N, и учетом центральной предельной теоремы можно заключить, что с вероятностью p_α выполняется оценка

$$\hat{K} - \alpha\frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{N}} < K(\mu_0, x_u) = K_0 < \hat{K} + \alpha\frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{N}}, \qquad (10)$$

где $\tilde{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1}\sum\limits_{i=1}^{N}(K(\mu_0, x_u^i) - \hat{K})$ — несмещенная оценка дисперсии, а p_α и α связаны соотношением $p_\alpha = \frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^\alpha \exp\frac{u^2}{2}du$.

Согласно определению ситуации ε-равновесия [1], пара стратегий (μ_0, x_u^M) является точкой ε-равновесия в игре $\bar{\Gamma}$, если выполнено неравенство

$$K(x_w, x_u^M) - \varepsilon \le K(\mu_0, x_u^M) \le K(\mu_0, x_u) + \varepsilon, \ \forall x_u \in G_u, \ \forall x_w \in G_w. \qquad (11)$$

математических наук. Москва. 2004 г.

[1] *Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А.* Теория игр. — Кн. Дом "Университет", 1998. 300 с.

Отсюда и из (10), (9) следует, что пара стратегий (μ_0, x_u^M) является точкой ε - равновесия в игре $\bar{\Gamma}$. Следовательно, при $\varepsilon = \alpha \frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{N}}$, значение $\hat{K}(\mu_0, x_u)$ удовлетворяет условию ε - равновесия (11), а $K(\mu_0, x_u^M) - \varepsilon$ является нижней оценкой для приближенного значения показателя качества $\hat{K}(\mu_0, x_u)$.

На третьем этапе величина $\hat{K}(\mu_0, x_u)$ сравнивается с ценой игры $K(\mu_0, x_u^M) - \varepsilon$ с учетом ситуации ε-равновесия. В силу достижимости наилучшего результата K_0, оценка алгоритму управления,записанная в виде $(K(\mu_0, x_u^M) - \varepsilon)/\hat{K}(\mu_0, x_u)$, будет объективной, поскольку позволяет алгоритму управления достичь максимального результата.

Во втором разделе **первой главы**, который носит название "*задача тестирования качества стабилизации линейной управляемой системы с учетом расхода топлива*", описан метод реализации методики тестирования для линейных систем вида

$$\begin{cases} \dot{x} = A(t)x + B(t)u + C(t)v, \\ x(t_0) \in X_0, \\ u(\cdot) \in U, \\ v(\cdot) \in V, \end{cases} \tag{12}$$

где x — n-мерный вектор отклонений от программной траектории; $w = (x(t_0), v(\cdot))$ — вектор возмущений, состоящий из начальных и постоянно действующих $v(\cdot) \in V = \{v(\cdot) \in L_2 | |v_i(t)| \leq v^{max}, i = 1...k, v(t) \in R^k\}$ возмущений; $u(\cdot) \in U = \{u(\cdot) \in L_2 | 0 \leq u_i(t) \leq u^{max}, i = 1...m, u(t) \in R^m\}$ - m-мерный вектор управлений (каждая его компонента неотрицательна). Матрицы A, B, C и множества U, V, X_0 считаются известными.

Задан функционал качества:

$$J(u, w) = x^T(t_k) S x(t_k) + \left(\gamma \int\limits_{t_0}^{t^k} \sum_{i=1}^{m} |u_i(t)| dt \right)^2, \tag{13}$$

где t_0, t_k — фиксированные моменты времени; S — известная постоянная неотрицательно определенная матрица, γ — неотрицательная константа. Рассмотренный функционал, помимо отклонения от программной траектории в фиксированный момент времени, отражает расход энергии в течение процесса управления.

Путем введения в систему (12) новой переменной

$$\dot{x}_{n+1} = \gamma \sum_{i=1}^{m} u_i(t)$$

удается свести данную задачу к уже рассмотренной ранее во многих работах [1)] задаче тестирования для линейных систем, первый этап которых реализуются путем редукции исходной дифференциальной игры к геометрической игре.

В третьем разделе **первой главы**, который носит название *"Задача тестирования качества стабилизации нелинейной управляемой системы с конечным множеством возмущений"* рассматривается реализация методики тестирования для нелинейных управляемых систем с конечным множеством возмущений:

$$\begin{array}{l} \dot{x} = f^i(x,t,u), \\ u(\cdot) \in U,\ x(t_0) = x_j^0 \neq 0, \\ i \in \{1,..,N\},\ j \in \{1,..,M\}. \end{array} \tag{14}$$

Здесь $x(t)$ — n-мерный вектор отклонений от программного движения; $f^i(x,t,u)$ — дважды непрерывно-дифференцируемые вектор-функции своих координат; $u(\cdot) \in \{L_2[t_0,t_k]|\ |u_i(t)| \leq u_{max}\}$ — s-мерная функция управлений. $W = \{i,j\}$ — конечное множество возмущений. Показатель качества управления зададан в виде (2). Моменты времени t_0 и t_k - фиксированы.

При каждом фиксированном возмущении $w \in W$ системе (14) соответствует фиксированное множество достижимости по управлениям. Метод численного решения первого этапа методики максиминного тестирования для данной задачи основан на построении точечных аппроксимаций множеств достижимости и численного решения задачи $\min\limits_{u(\cdot)\in U} J(w,u(\cdot)) \to \max\limits_{w\in W}$.

Для определения наличия ситуации равновесия в данном случае необходимо использовать теорему 1.

Вторая глава носит название "*Методика тестирования качества ориентации микроспутника и её применение для*

[1)] *Александров В.В., Блаженнова-Микулич Л.Ю., Гутиерес-Ариас И.М., Лемак С.С.* Максиминное тестирование точности стабилизации и седловые точки в геометрических играх// Вестник МГУ. сер. Мат. мех. 2005. №1.

Лемак С.С. Максиминный контроль качества стабилизации космических объектов. Дисс. на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Москва. 2004 г.

оценки качества работы алгоритмов ориентации аппарата "Университетский-Татьяна-2". Она посвящена применению методики максиминного тестирования к задаче успокоения начальных угловых скоростей микроспутника с помощью электромагнитных катушек. Далее в этой главе представлено программное обеспечение тестирующего стенда и рассмотрено его применение для сравнения качества работы различных алгоритмов ориентации микроспутника "Университетский-Татьяна-2".

В первом разделе **второй главы**, который носит название *цели и состав системы ориентации* дано краткое описание системы ориентации рассматриваемого аппарата, которая состоит из следующих элементов: датчика вертикали, датчиков угловой скорости (3шт.), солнечного датчика, магнитометра, двигателей-маховиков (3шт.), токовых катушек (3шт.) и контроллера системы ориентации. Целью системы ориентации является гашение начальных угловых скоростей, приобретенных аппаратом в результате отделения от носителя, и установка режима ориентации 2ЗС (ориентацию на Землю и Солнце).

Во втором разделе *"Расчет множества возможных начальных угловых скоростей"* произведено математическое моделирование процесса отделения спутника от носителя, расчитано множество возможных начальных угловых скоростей.

Рассматриваемая система отделения представляет собой пружинную систему, состоящую из трех пружин, срабатывающих одновременно при поступлении команды на отделение.Силовые характеристики пружин, расположение центра масс относительно точек приложения пружин и масса микроспутника известны с погрешностью, что приводит к неточности знания начальной угловой скорости после процесса отделения микроспутника от носителя. Производится расчет множества начальных угловых скоростей $\{\omega(t_0)_j,\ j = 1, .., M\}$, которое далее используется при решении задачи тестирования в качестве множества начальных возмущений.

Третий раздел второй главы носит название *"Максиминное тестирование качества гашения угловых скоростей микроспутника Земли на первом этапе ориентации"*. Здесь рассмотрено применение методики максиминного тестирования для задачи успокоения вращений на первом этапе ориентации рассматриваемого космического аппарата.

В первом параграфе "Модель спутника" третьего раздела описана математическая модель движения спутника под воздействием момента, создаваемого взаимодействием электромагнитных катушек с магнитным полем Земли. Сам спутник представляется твердым телом с известным тензором инерции I. Система уравнений движения спутника в векторной форме может быть записана в виде:

$$\begin{cases} \dot{\omega} = I^{-1}(M_a - [\omega \times I\omega]) \\ \dot{h} = \dfrac{h \circ h_\omega}{2} \end{cases} \tag{15}$$

Где ω — угловая скорость аппарата в связанной системе координат, h — кватернион, задающий ориентацию аппарата относительно инерциальной системы координат, $h_\omega = \omega_1 \overrightarrow{i} + \omega_2 \overrightarrow{j} + \omega_3 \overrightarrow{k}$. Момент M_a записывается в виде:

$$\vec{M}_a = (\vec{M}_u + \Delta\vec{B}_i) \times \overrightarrow{B}_{body}.$$

Где $\vec{M}_u = (M_1^u, M_2^u, M_3^u), |M_i^u| \leq M_{\max}^u, i = 1, 2, 3$ — управляющий магнитный момент, создаваемый электромагнитными катушками, записанный в связанной системе координат, $\Delta\vec{B}_i$ — возмущающий магнитный момент, а $\overrightarrow{B}_{body}$ — вектор напряженности магнитного поля Земли в связанной системе координат.

Во втором параграфе “Модель магнитного поля Земли” третьего раздела описана модель магнитного поля Земли. Она представлена моделью косого диполя. На вход модель магнитного поля принимает орбитальное положение аппарата в инерциальной системе координат, на выходе — вектор напряженности $\overrightarrow{B}$, заданный в инерциальной системе.

В третьем параграфе “Орбитальное движение спутника” дано описание орбитального движения аппарата.

В четвертом параграфе“Постановка задачи тестирования” третьего раздела на основе теории, представленной в третьем разделе первой главы, поставлена и решена задача тестирования качества успокоения начальных угловых скоростей с помощью бортовой электромагнитной системы.

В качестве множества возмущений, задано конечное множество $W = \{\Delta\vec{B}_i, \omega(t_0)_j;\ i = 1, .., N;\ j = 1, .., M\}$, состоящее из набора различных значений возмущающего магнитного момента и набора начальных угловых скоростей из множества возможных начальных угловых скоростей, расчитанного ранее.

Множеством управлений является функциональное множество $U = \{\vec{M}_u(t) = (M_1^u(t), M_2^u(t), M_3^u(t)) | M_i^u(t) \in L_2[t_0, t_k],\ |M_1^u(t)| \leq M_{\max}^u\}$,

Функционал качества задан в виде:

$$J(u(\cdot), w) = \omega_1^2(t_k) + \omega_2^2(t_k) + \omega_3^2(t_k), \tag{16}$$

что соответствует виду (2).

В пятом параграфе "Решение максиминной задачи первого этапа методики тестирования" третьего раздела второй главы путем численного решения максиминной задачи, определена *стратегия тестирования* — наихудшие начальные угловые скорости и возмущающий магнитный момент из заданного множества возмущений.

Для реализации второго этапа создан компьютерный стенд, позволяющий вычислять показатель качества работы алгоритма управления путем интегрирования уравнений движения системы при воздействии наихудших возмущений, найденных на первом этапе.

В четвертом разделе *"Описание тестирующего стенда и реализация второго этапа"* второй главы приведена структура математического и программного обеспечения тестирующего стенда для проверки качества работы алгоритмов ориентации микроспутника. В состав стенда входит программа, способная численно моделировать весь процесс ориентации микроспутника. Программа представлена модульной структурой, реализация каждого элемента в которой может быть легко заменена на другую. Каждый датчик, исполнительный механизм и алгоритм управления представлен отдельным модулем, что позволяет иметь в распоряжении несколько математических моделей каждого из элементов и легко заменять одну реализацию на другую. Так, например, двигатели-маховики представлены двумя моделями — одна из них является упрощенной и не учитывает быстропериодических колебаний, связанных с вращением ротора в электромагнитном поле и запаздывания в управлении, а вторая модель — учитывает.

Также дело обстоит и с алгоритмами управления — имеется несколько модулей, представляющих реализацию алгоритмов, встраиваемых прямо в программу моделирования, что позволяет легко распоряжаться скоростью выполнения моделирования. Помимо этих модулей создан еще один, позволяющий осуществлять связь с реальным контроллером системы ориентации и получать сигналы управления непосредственно от него. Это позволяет создать на базе представленной программы полунатурный тестирующий стенд.

При использовании этого модуля, программа моделирования в целом должна обязательно работать в реальном времени, поскольку процесс управления происходит на бортовом компьютере, не зависимом от программы моделирования. В этом случае — алгоритмы управления представлены неким 'черным ящиком', о котором известны лишь его входы и выходы.

В целом программа моделирования оптимизирована по скорости выполнения, что позволяет за короткое время произвести множество численных испытаний процесса ориентации, в случае использования программных реализаций алгоритма управления, встраиваемых в программу моделирования.

В пятом разделе *"Результаты тестирования различных алгоритмов ориентации"* второй главы производится сравнение четырех разных алгоритмов ориентации двумя способами по следующим показателям качества: а) Суммарный расход энергии в момент установления режима 2ЗС (режима штатной ориентации); б)время завершения успокоения; в) время завершения поиска Земли; г) время установления режима 2ЗС.

Первый способ предполагает многократное численное моделирование процесса ориентации микроспутника при различных начальных условиях и возмущающих параметрах. Далее следует реализация этого метода — расчет приближенных значений математического ожидания и средне-квадратичного отклонения показателей качества, что позволяет судить о качестве работы того или иного алгоритма управления.

Такой подход не применим в случае, если алгоритмы управления представлены не в виде программных модулей, встраиваемых в программу моделирования, а в виде бортовой вычислительной машины, работающей в реальном масштабе времени. В этом случае сразу становится невозможно многократное проведение имитации процесса ориентации, поскольку длительность процесса моделирования в реальном масштабе времени исчисляется часами.

Второй способ предполагает использование стратегии тестирования, найденной в результате решения игровой задачи первого этапа методики максиминного тестирования. Стратегия тестирования принимается на вход программы моделирования в качестве возмущений и производится однократное моделирование процесса ориентации при воздействии управления, поступающего от бортовой вычислительной машины. В результате расчитываются показатели качества.

Суммируя вышесказанное, создан программный тестирующий стенд, способный производить сравнение различных алгоритмов ориентации микроспутника. Тестируемые алгоритмы ориентации могут быть представлены как в виде модулей, встраиваемых в программу моделирования, так и в виде бортовой вычислительной машины, подключаемой к программе моделирования движения спутника. Создан прототип тестирующего стенда для сравнения, оптимизации и проверки качества работы алгоритмов управления ориентацией микроспутника Земли "Университетский-Татьяна-2".

Третья глава диссертации называется *"Математическое обеспечение тестирующего тренажера по сближению устройства спасения космонавта с орбитальной станцией"* В этой главе решена задача тестирования качества визуального сближения космического модуля с орбитальной станцией. Спасательный космический модуль (СКМ) представляет собой человека-оператора, облаченного в скафандр и устройство спасения космонавта (УСК). УСК, в свою очередь, представляет собой прямоугольную раму, по углам которой находятся по 4 газовых микродвигателя. На УСК находится система управления, которая включается при отрыве космонавта от станции, гасит угловые скорости, далее космонавт ориентируется лицом к точке предполагаемого контакта и включает маршевые двигатели для сближения со станцией. На движение модуля влияют 3 типа возмущений — начальные отклонения от номинальной траектории, параметрические возмущения (такие как смещение центра масс, ошибки в определении тензора инерции) и постоянно действующие - ошибки в реализации тяг двигателей (могут достигать 10%).

В данной главе рассмотрены две задачи тестирования качества стабилизации маршевого движения космического модуля при сближении со станцией.

В первом разделе данной главы, который носит название *"Смешанные стратегии тестирования качества стабилизации процесса сближения устройства спасения космонавта с орбитальной станцией"* рассмотрена задача тестирования качества стабилизации процесса сближения СКМ с орбитальной станцией в плоской постановке с конечным множеством возмущений. Задача решена в условиях отсутствия точки равновесия в геометрической игре.

В первом параграфе "Уравнения движения устройства спасения космонавта" первого раздела построена математическая модель СКМ и получены линеаризованные уравнения движения СКМ в отклонениях от идеального:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -v_1^r(t) + v_2^r(t) + v_3^r(t) - v_4^r(t), \\ \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = -x_5(u_2^p(t) + u_3^p(t) - u_1^p(t) - u_4^p(t)) - u_1 - u_2 + u_3 + u_4, \\ \dot{x}_5 = x_6, \\ \dot{x}_6 = ((b+\delta_2)(u_1 - u_4) + (a+\delta_1)(u_2^p(t) - u_1^p(t) + v_2^r(t) - v_1^r(t)) + \\ (b-\delta_2)(u_3 - u_2) + (a-\delta_1)(u_4^p(t) - u_3^p(t) + v_4^r(t) - v_3^r(t)))/B. \end{cases} \tag{17}$$

Здесь x_1, x_3 — отклонения от программной траектории в плоскости движения космического модуля, x_5 — отклонение по углу от программного движения, $u_i^p(t)$ — программное управление (заданные функции времени), $u_i(\cdot) \in U = \{u(\cdot) \in L_\infty[t_0, t_1] | 0 \leq u_i(t) \leq f, f = const\}$ — стабилизирующие управления, $v_j^i(t)$ — набор известных функций времени, $j = 1, .., 4$, $i = 1, 2$, δ_1, δ_2 — смещения центра масс рамы СКМ относительно ее геометрического центра, B- момент инерции рамы. Предположим, что начальные условия $x(t_0) = x_0$ — фиксированы. Система (17) имеет вид (1), где возмущения для простоты представлены в виде $w = r \in \{1, 2\}$, а критерий качества управления в виде (2) $J = x_1^2(t_k) + x_3^2(t_k)$.

Во втором параграфе "Реализация первого этапа тестирования" первого раздела представлено решение первого этапа методики тестирования, согласно теории из первого раздела **первой главы**. Производится редукция исходной динамической игры к геометрической игре путем разложения системы (17) на управляемую (6) и возмущенную (5) подсистемы. Множество достижимости G_u, соответствующее системе (6), представляет собой отрезок прямой, а множество достижимости G_w системы (5) - набор из двух точек.

Согласно методике тестирования, решается максиминная задача (4) и выполняется проверка условий теоремы 1. В случае наличия точки равновесия, в качестве стратегии тестирования берется значение возмущения, соответствующее решению максиминной задачи (4), и первый этап методики тестирования считается завершенным.

При отсутствии точки равновесия, производится синтез смешанной стратегии тестирования — определяются вероятности выбора возмущений.

Во втором разделе третьей главы *"Учет расхода топлива при тестировании качества стабилизации процесса сближения УСК с орбитальной станцией"* рассмотрена задача в пространственной постановке с функциональным множеством постоянно действующих возмущений, функционал в этой задаче содержит информацию о расходе рабочего тела (13). Решение задачи тестирования основано на теории из *второго раздела* **первой главы**.

В первом параграфе данного раздела "Уравнения пространственного сближения УСК с орбитальной станцией" построена математическая модель пространственного движения спасательного космического модуля, выведены линеаризованные уравнения движения в отклонениях от идеального. Они имеют вид:

$$\left\{\begin{array}{rcl} \dot{x_1} &=& x_2, \\ \dot{x_2} &=& \sum_{i=1}^{4}(v_{i1}-v_{i2}), \\ \dot{x_3} &=& x_4, \\ \dot{x_4} &=& x_{11}\sum_{i=1}^{4}(u_{i1}^p-u_{i2}^p)+(u_{42}+u_{32}-u_{12}-u_{22}), \\ \dot{x_5} &=& x_6, \\ \dot{x_6} &=& -x_9\sum_{i=1}^{4}(u_{i1}^p-u_{i2}^p)+(u_{11}+u_{41}-u_{21}-u_{31}), \\ \dot{x_7} &=& x_8, \\ \dot{x_8} &=& (M_1+\gamma_2M_3-\gamma_3M_2-\sigma_1M_1)/I_1, \\ \dot{x_9} &=& x_{10}, \\ \dot{x_{10}} &=& (M_2+\gamma_3M_1-\gamma_1M_3-\sigma_2M_2)/I_2, \\ \dot{x_{11}} &=& x_{12}, \\ \dot{x_{12}} &=& (M_3+\gamma_1M_2-\gamma_2M_1-\sigma_3M_3)/I_3, \end{array}\right. \tag{18}$$

где v_{ij} - переменные во времени ошибки в реализации тяг маршевых двигателей, $|v_{ij}| \le v_{ij}^{max}$, u_i^p — тяги маршевых двигателей, u_{ij} — стабилизирующие управления, $0 \le u_{ij}(t) \le u_{ij}^{max}$, $M = (M_1, M_2, M_3)$ — момент, создаваемый двигателями, σ_1, σ_2, σ_3, γ_1, γ_2, γ_3 — постоянные величины, характеризующие неточности в определении тензора инерции.

Функционал качества представлен в форме (13).

Во втором параграфе “Первый этап методики максиминного тестирования” второго раздела третьей главы представлена реализация первого этапа методики тестирования для описанной выше задачи.

Согласно второму разделу первой главы, путем введения в систему новой переменной

$$\dot{x}_{13} = \chi \sum_{i=1}^{4} (u_{i1} + u_{i2}),$$

где χ — неотрицательный весовой коэффициент. Функционал качества становится эквивалентен следующему

$$J(u(\cdot), v(\cdot)) = x_2(t_k)^2 + x_3(t_k)^2 + x_4(t_k)^2,$$

что дает возможность привести рассматриваемую динамическую игру к геометрической игре в расширенном пространстве на областях достижимости управляемой и возмущенной систем.

На Рис. 3 представлено графическое изображение геометрической игры между возмущениями и управлениями в расширенном пространстве. На рисунке отмечена пара точек, соответствующая ситуации равновесия.

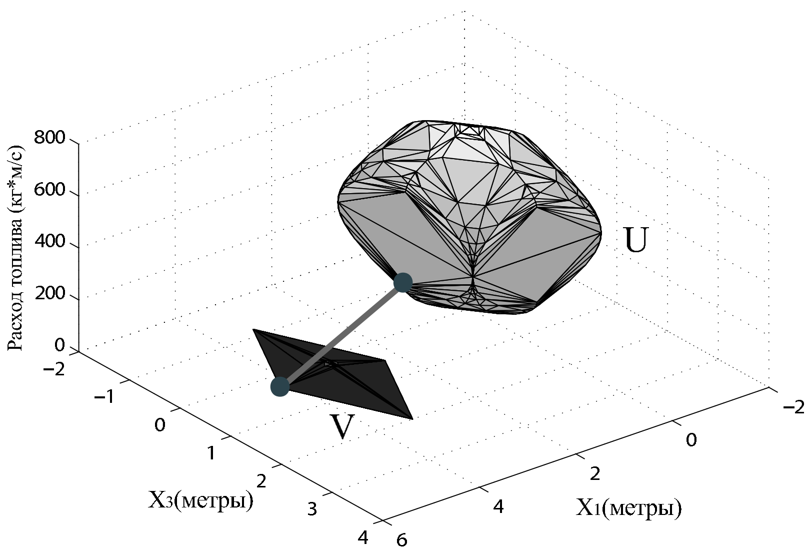

Рис.3. *Геометрическая игра на областях достижимости.*

В третьем разделе *"Второй этап тестирования процесса сближения УСК с орбитальной станцией. Создание тестирующего тренажера."* третьей главы описана программа имитации процесса сближения спасательного космического модуля с орбитальной станцией. Эта программа используется для реализации второго этапа методики тестирования.

Созданная программа имитации способна численно интегрировать уравнения движения космического модуля при воздействии возмущений в реальном масштабе времени. В программе присутствует блок, способный вычислять стратегию тестирования — наихудшие возмущения, действующие на космический модуль.

В программе присутствует блок, способный строить реалистичную графическую картину сближения с помощью современных средств визуализации, таких как виртуальная реальность. Этот блок использует возможности современных компьютерных графических адаптеров для создания реалистичных эффектов затенения поверхностей космической станции, эффекта атмосферы, позволяет отображать высокодетализированную модель космической станции и земной поверхности, что в целом способствует погружению тестируемого оператора в 'виртуальную' космическую среду в окрестности орбитальной станции.

Наряду с этим, в программе присутствует блок соединения с пультом управления устройством спасения космонавта. В перспективе, в рамках описанного тестирующего тренажера, возможно использование центрифуги для создания вестибуло-сенсорного конфликта для имитации состояния невесомости. Это позволит значительно усилить эффект присутствия при проведении тренировок.

На основе описанной программы был создан рабочий прототип визуального тестирующего тренажера по управлению устройством спасения космонавта. В основе тренажера лежит тестирующий модуль, формирующий возмущения, действующие на движение космонавта в ходе сближения с орбитальной станцией.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Методика максиминного тестирования расширена на билинейные системы.

2. Получено необходимое и достаточное условие существования оптимальной стратегии тестирования в классе выпуклых функционалов.

3. Решена задача синтеза оптимальной смешанной стратегии тестирования для конечного множества возмущений.

4. Разработано математическое и программное обеспечение компьютерного стенда для тестирования качества ориентации микроспутника, заключающееся в применении методики максиминного тестирования и метода Монте-Карло.

5. Разработано математическое обеспечение и создан прототип тренажера по сближению Спасательного Космического Модуля с орбитальной станцией. Поставлена и решена задача тестирования с учетом расхода топлива.

Список работ по теме диссертации

1. *Александров В.В., Лебедев А.В., Лемак С.С.* Смешанные стратегии тестирования в задачах проверки качества работы алгоритмов стабилизации. // Вестник МГУ. сер. Мат. мех. 2009. №3. С. 50—53.
2. *Садовничий В.А., Александров В.В., Лебедев А.В., Лемак С.С.* Максиминное тестирование качества управления устройством спасения космонавта. // Математические вопросы кибернетики, М.: Физматлит, 2007, выпуск 16. С. 23—30.
3. *Александров В.В., Лебедев А.В., Лемак С.С.* Компьютерное моделирование движения спасательного космического модуля в окрестности орбитальной станции. // 2004г, г.Алушта. XIII международный научно-технический семинар “Современные

технологии в задачах управления, автоматики и обработки информации", тезисы докладов, с.315.
4. *Александров В.В., Лебедев А.В., Лемак С.С.* Компьютерный тестирующий тренажер по управлению устройством спасения космонавта. // 2006г, г.Москва, 5-й международный аэрокосмический конгресс, тезисы докладов, с.69.
5. *Александров В.В., Лебедев А.В., Лемак С.С.* Компьютерный тестирующий тренажер по управлению устройством спасения космонавта. // 2006г, г.Алушта. XV международный научно-технический семинар "Современные технологии в задачах управления, автоматики и обработки информации", тезисы докладов, с.252.
6. *Александров В.В., Лебедев А.В., Лемак С.С.* Математическое обеспечение визуального тестирующего тренажера. // 2007г, г.Алушта. XVI международный научно-технический семинар "Современные технологии в задачах управления, автоматики и обработки информации", тезисы докладов, с.200.
7. *Лебедев А.В.* Дискретно-непрерывные игры в задачах максиминного тестирования. // Системы управления и информационные технологии, 2008, №1(31). - С. 33—36.
8. *Александров В.В., Лебедев А.В., Лемак С.С.* Дискретно-непрерывные игры в задачах максиминного тестирования. // 2008г, г.Екатеринбург. 39 всероссийская молодежная конференция "Проблемы теоретической и прикладной математики", тезисы докладов. С.216—221.
9. *Александров В.В., Лебедев А.В., Лемак С.С.* Максиминное тестирование алгоритмов ориентации микроспутника. // 2008г, г.Алушта. XVII международный научно-технический семинар "Современные технологии в задачах управления, автоматики и обработки информации", тезисы докладов, с.182.