МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

им. М.В. Ломоносова

На правах рукописи

Муангу Жерве Эме Ришар

ЭФФЕКТИВНЫЙ МЕТОД ОТЫСКАНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ФОРМ В АЭРОДИНАМИКЕ И ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ

01.02.05— механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Москва 2009

Работа выполнена на кафедре гидромеханики механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова

и на кафедре прикладной математики Поморского государственного университета им. М.В. Ломоносова

Научный руководитель:	доктор физико-математических наук, профессор А.А. Бармин
Официальные оппоненты:	доктор физико-математических наук, профессор А.Т. Ильичев
	кандидат физико-математических наук А.Ю. Беляев
Ведущая организация:	Научно-исследовательский институт математики и механики им. Н.Г. Чеботарева Казанского государственного университета

Защита состоится 18 декабря 2009г. в 15 часов на заседании диссертацонного совета Д.501.001.89 при Московском государственном университете по адресу: 119991, г. Москва, Воробьевы горы, главное здание МГУ, аудитория 16-24.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке механико-математического факультета МГУ.

Автореферат разослан “__“ ноября 2009г.

Ученый секретарь
Диссертационного совета
доктор физико-математических наук А.Н. Осипцов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ.

Актуальность темы. Задача конструирования объекта, обладающего заданным свойством, всегда вызывает интерес, тем более, когда речь идет об оптимальном свойстве. Человек – прирожденный оптимизатор, и сама природа принуждает достигать цели с наименьшими затратами.

При создании ирригационных и очистительных систем важен вопрос о фильтрации из земляных каналов в грунт. Известно, что потери воды из канала за счет фильтрации могут достигать 50%. В случае магистральных каналов это приводит к потерям влаги и засолению почв, в случае очистительных сооружений - к загрязнению окружающей среды. С другой стороны, меняя профиль канала, из которого производится полив, можно минимизировать потери влаги. В связи с этим представляет интерес исследование оптимальных задач о фильтрации из каналов, а также получение оценок возможных потерь, не находя самого решения.

Оптимальные задачи важны и при профилировании аэродинамических профилей и других устройств для получения оптимальных свойств при заданных ограничениях.

Оптимальные плоские задачи в классе аналитических функций рассматривались ранее многими авторов. Отметим пионерские работы Н.Н. Павловского и А. Прейсманна по минимизации фильтрационных потерь, а также современные работы казанской школы: Н.Б. Ильинского, А.М. Елизарова и др., использующих метод обратных задач.

Цель работы - развитие точных аналитических методов решения оптимальных задач плоско-параллельных течений идеальной несжимаемой жидкости; решение конкретных оптимальных задач в теории фильтрации и обтекания профилей; получение оценок интегральных характеристик рассматриваемых течений.

Общая методика. Основываясь на виде точных решений двумерных задач о фильтрации из каналов, дается их операторное представление и разрабатывается математический аппарат для их решения. Благодаря этому расширяется класс рассматриваемых задач и появляется возможность найти решение в замкнутой форме. По решению задачи фильтрации из канала простой подстановкой находятся решения задач фильтрации под телом плотины и обтекания профилей. В работе широко используется метод Фурье, аппарат теории линейных операторов в гильбертовом пространстве, а также арсенал теории краевых задач и геометрической теории функций.

Научная новизна. Разработана методика решения плоских оптимальных задач для несжимаемой жидкости в теории фильтрации и аэродинамике, которая основана на применении теории операторов. С помощью этой методики аналитически получены решения ряда новых задач, в том числе:

- найдены оптимальные формы земляных каналов с точки зрения минимизации (максимизации) площади загрязнения (полива);
- определены наилучшие формы с точки зрения минимума фильтрационных потерь (задача Прейсманна) при различных изопериметрических ограничениях;
- введено понятие о нормальных каналах, и для них дано необходимое и достаточное условие однолистности решения;
- введена числовая характеристика степени подпора;
- получены двусторонние оценки фильтрационных потерь, улучшающие оценки, имеющиеся в литературе, в случаях фильтрации как без подпора, так и с подпором. Впервые получена точная оценка сверху;
- показано, что циркуляция около профиля, вычисленная согласно гипотезе Жуковского пропорциональна трансфинитному диаметру профиля (константа Чебышева);
- решена задача об аэродинамической брахистохроне;
- даны оценки для силы, действующей на профиль, по его интегральным характеристикам.

Научная и практическая значимость. Разработанные в диссертации методы могут быть применены также при нахождении аналитических функций в областях с односвязной границей и в других приложениях. Полученные аналитические решения могут быть использованы в гидрогеологии и гидромелиорации, для исследования течений при обтекании профилей и проектирования крыльев.

Апробация работы. Основные результаты, полученные в диссертации, неоднократно докладывались и обсуждались на семинаре под руководством академика РАН А.Г. Куликовского, проф. А.А. Бармина, проф. В.П. Карликова, на семинаре под руководством В.М. Ентова, на семинаре под руководством Н.Б. Ильинского, на Чебышевских и Ломоносовских чтениях, на международной конференции «Современные проблемы математики, механики и их приложения».

Публикации. Основное содержание диссертации опубликовано в 6 работах автора, приведенных в конце автореферата.

Структура работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав и списка литературы из 56 наименований. Общий объем работы - 240 страниц, включая 72 рисунков.

Первоначально диссертация касалась только фильтрации из канала (глава 1-3) и основная часть была написана в 1993-1996 гг. Десять лет спустя работа над диссертацией была продолжена. Используя развитые методы, была исследована аэродинамика плоских профилей.

Большое влияние на автора в студенческие годы оказали спецкурсы А.Г. Костюченко и В.Г. Вильке, им автор выражает глубокую благодарность. Автор также благодарит В.Н. Чубарикова за моральную поддержку.

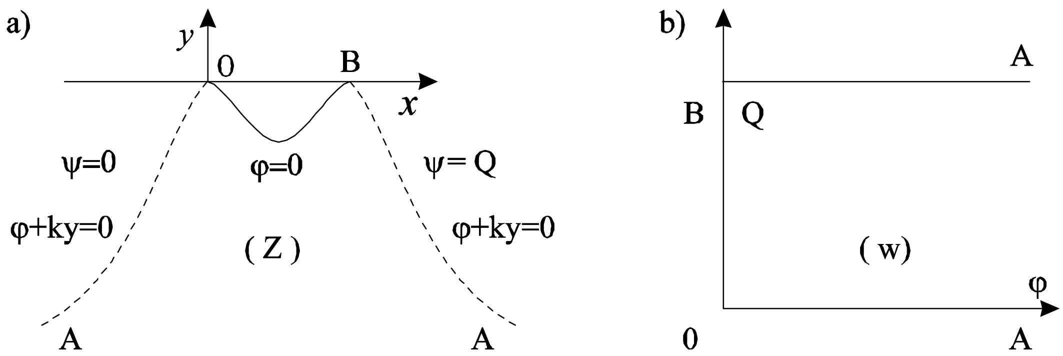
Автор признателен своему руководителю проф. А.А. Бармину за многочисленные советы и помощь.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ.

<u>В первой главе</u>, состоящей из четырех параграфов, рассматривается общая постановка задач о фильтрации воды из каналов в грунт бесконечной

мощности при традиционных допущениях, когда движение жидкости описывается уравнением неразрывности и линейным законом фильтрации Дарси:

$$\mathbf{V} = -k\, grad\, h, \quad h = \frac{p - p_a}{\rho\, g} + y, \quad div\, \mathbf{V} = 0. \qquad (1.1)$$



a) Физическая плоскость
b) Область комплексного потенциала

Рис.1

Область (z) заранее неизвестна ввиду наличия свободных границ АО и АВ, подлежащих определению. Вводится комплексный потенциал

$$w(z) = \varphi + i\psi, \quad z = x + iy$$

$$\overline{V} = \frac{dw}{dz}, \quad h = -\mathrm{Im}\left(z + \frac{iw}{k}\right)$$

Можно считать скорость фильтрации, полный расход и удельный вес соответственно равными: $k = 1, \quad Q = \pi, \quad \rho g = 1; \quad V_{\infty y} \le 0$

Тогда

$$z(w) = -iw + \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-nw} - Ce^{w}, \quad C \ge 0. \qquad (1.2)$$

Причем $a_n \in \Re, \quad n = 0, 1, 2, \ldots$

Контур канала - линия равного потенциала $\varphi = 0$ - задается параметрическими уравнениями :

$$x(\psi) = \psi + a_0/2 + \sum_1^{\infty} a_n \cos n\psi - C\cos\psi$$
$$y(\psi) = -\sum_1^{\infty} a_n \sin n\psi - C\sin\psi \qquad (1.3)$$

Функции $x(\psi)$, $y(\psi)$ называются эпюрами просачивания, их естественно считать элементами пространства Соболева $H^1(0,\pi)$.

При заданном в (1.3) $x(\cdot)$ или $y(\cdot)$, a_n находятся как коэффициенты Фурье. Откуда следует интегральное преставление комплексного потенциала (в форме Гельмгольца-Кирхгофа):

$$z = -iw + \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} sh\, w \frac{x(t)-t}{ch\, w - \cos t}\, dt - 2C\, sh\, w$$

или (1.4)

$$z = -iw - \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \sin t \frac{y(t)}{ch\, w - \cos t}\, dt - 2C\, ch\, w + a_0/2$$

Коэффициент C определяет характер течения на бесконечности, что видно из асимптотики $z \approx -iw - Ce^{w}, \quad w \to \infty$.

При $C \neq 0$ скорость на бесконечности $V_\infty = 0$ - имеем течение с подпором; при $C = 0 \quad V_\infty = 1$ - течение без подпора. Будем называть C степенью подпора. Вместо формы OB контура канала априори задается одна из функций $x(t)$, $y(t)$ как «инструмент управления фильтрацией» Между ними существует связь, которую можно выразить, введя в $L_2(0,\pi)$ линейный полуунитарный оператор A, положив по определению

$$A(\cos nt) = \sin nt, \quad n = 0, 1, 2, 3, \ldots \qquad (1.5)$$

$(AA^* = 1, \;\; A^*A = 1 - P)$

где P - оператор проектирования на ядро $Ker(A) = \{1\}$.

Система (1.3) допускает компактную запись

$$y = A(t-x) - 2C\sin t \qquad (1.6)$$

Это наиважнейшее соотношение называется далее уравнением связи.

Первая глава заканчивается изучением структуры решения и свойств оператора A. Отметим следующее:

Пусть $\Omega \subset L_2(0,\pi)$ — подмножество тех функций g, для которых

$$\overline{\lim_{n\to\infty}} \left|\int_0^{\pi} g(t)\sin nt\,dt\right|^{\frac{1}{n}} < 1.$$

Ω содержит все нечетные тригонометрические многочлены, поэтому является линейным многообразием всюду плотным, т. е замыкание $\overline{\Omega} = L_2(0,\pi)$. Определим отображение

$$\mathrm{T}: \quad \Omega \to \mathrm{Aut}(L_2), \quad \mathrm{T}_\theta = e^{A^*(\theta)} \cdot (\cos\theta - \sin\theta \cdot A),$$

С точки зрения алгебры и теории операторов имеет место свойство

$$\mathrm{T}_\theta \cdot \mathrm{T}_\vartheta = \mathrm{T}_{\theta+\vartheta}, \quad \mathrm{T}_\theta^{-1} = \mathrm{T}_{-\theta}, \tag{1.7}$$

из которого для любого $\theta \in \Omega$ получаем формулу обращения

$$(\cos\theta - \sin\theta \cdot A)^{-1} = \cos\theta + \sin\theta \cdot e^{-A^*(\theta)} A\, e^{A^*(\theta)}, \tag{1.8}$$

а также соотношения вида:

$$(\cos t - \sin t \cdot A)^n = \cos nt - \sin nt \cdot A,$$

$$\int_0^{\pi} e^{A^*\theta} \cos\theta\,dt = \pi, \quad \int_0^{\pi} e^{A^*\theta} \sin\theta \cdot \sin t\,dt = \int_0^{\pi} \theta \cdot \sin t\,dt, \tag{1.9}$$

Эти богатые как математическими, так и механическими приложениями формулы исключительно опираются на свойства оператора A.

<u>Вторая глава</u> состоит из шести параграфов и посвящена изучению конкретных примеров фильтрации из каналов. Из них рассмотрим:

Обобщенные каналы Козени. Комплексный потенциал

$$z = -iw + \frac{2H\,sh\tau}{e^{\tau+w} - 1}, \qquad 0 \le H \le th\tau\,. \tag{2.1}$$

следует из канонического преставления (1.2), если за последовательность a_n взята геометрическая прогрессия

$$a_n = 2He^{-n\tau} sh\tau\,, \qquad C = 0.$$

Обычные каналы Козени получаются из (2.1) при $\tau \to \infty$. Параметрическое уравнение контура канала, т. е эквипотенциал $\varphi = 0$, $\psi \in (0,\pi)$:

$$x = \psi - H\,sh\tau + \frac{H\,sh^2\tau}{ch\tau - \cos\psi}\,, \qquad y = -\frac{H\,sh\tau \sin\psi}{ch\tau - \cos\psi} \tag{2.2}$$

Расход Q выражается через глубину H и ширину B по формуле $Q = k(B+2H)$. В классе произвольных криволинейных каналов (для случая фильтрации без подпора) имеет место точная оценка:

$$\frac{Q}{k(B+2H)} \le \left(\int_0^{\pi/4} \frac{1-2t/\pi}{\sqrt{\cos 2t}} dt \right)^{-1} \int_0^{\pi/4} \frac{dt}{\sqrt{\cos 2t}} = 1.4807916\ldots \tag{2.3}$$

Знак равенства достигается для некоторых каналов прямоугольного сечения.

Квазитрапецевидные каналы. Среди возможных разнообразных очертаний каналов наиболее распространены симметричные, имеющие форму близкую к трапецеидальной. Подобные каналы моделируются следующим образом: условие однолистности накладывает ограничение на коэффициенты a_n ряда (1.2), вследствие которого ряд быстро сходится. Практически удерживается лишь конечное число членов, т.е. эпюры просачивания $y(\psi)$ можно искать в виде тригонометрического многочлена степени $2m-1$. Этот многочлен и прямая $y = -H$ (H -глубина канала) имеют в точке $\psi = \pi/2$ наивысший порядок касания, обусловленный тем, что в окрестности точки минимума контура канал горизонтален. Значит

$$y'(\psi) = -\varepsilon \cos^{2m-1}\psi\,, \quad \varepsilon = \frac{(2m-1)!!}{(2m-2)!!} H\,.$$

После линеаризации и интегрирования находим

$$y(\psi) = -\sum_{n=1}^{m} a_{2n-1} \sin(2n-1)\psi\,, \quad a_{2n-1} = \frac{H\cdot(2m-1)!}{2^{4m-4}(m-1)!^{\,2}}\frac{C_{2m-1}^{m-n}}{2n-1}. \qquad (2.4)$$

Этим завершается построение такого класса контуров (рис.2. $\varepsilon = 1,\ m = 7$). Семейство профилей зависит от параметров формы m, ε и параметра подобия Q (в нашем случае $Q = \pi$).

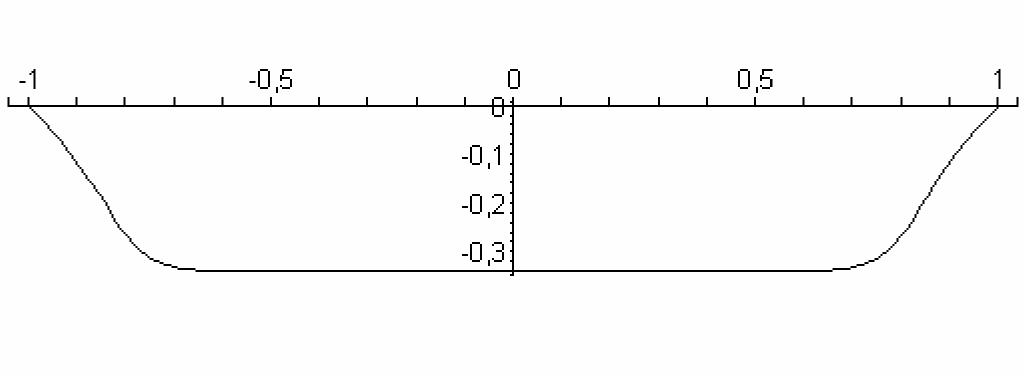


Рис. 2

Чтобы избежать профилей с самопересечением, наложим ограничения $0 \le \varepsilon \le 1$. Расход Q выражается через геометрические параметры канала $Q = k\,(B + 2H\cdot\chi_m)$.

Параметр χ_m возрастет с ростом натурального числа m по закону

$$\chi_{m+1} = \chi_m + \frac{(2m-1)!!^2}{(2m)!!^2}\,, \quad \chi_1 = 1.$$

(При $m = 1$, получаем канал Козени).

Третья глава состоит из двух параграфов и посвящена исследованию оптимальных задач о фильтрации из каналов, а также получению оценок возможных потерь, не находя самого решения. Такие задачи рассматривались ранее рядом авторов. Здесь они исследуются в комплексе, как задачи оптимального управления с функциональными ограничениями.

В среде с коэффициентом фильтрации $k = 1$ и степенью подпора C задача нахождения среди всех каналов, имеющих расход $Q = \pi$, канала, для которого длина контура минимальна, допускает формализацию:

$$L = \int_0^{\pi} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}\, dt \to \min, \qquad y = A(t - x) - 2C\sin t \qquad (3.1)$$

Решение $x(t)$ или $y(t)$ ищется в пространстве $H^1(0,\pi)$.

Запишем решение

$$\begin{aligned} x &= \frac{t}{2} - \frac{\pi}{4} - \frac{\sin 2t}{4} + \frac{\cos t}{\pi} + \frac{\sin^2 t}{\pi} \cdot \ln ctg\frac{t}{2} - C\cos t \\ y &= \frac{2\sin t}{\pi} - \frac{\sin^2 t}{2} - \frac{2}{\pi}\int_0^t \cos^2 t \cdot \ln ctg\frac{t}{2}\,dt - C\sin t \end{aligned} \qquad (3.2)$$

(функция x определяется с точностью до константы).

Для кривой (3.2) (квазиэллипса) (рис 3) справедливо равенство $\theta = t = \pi\psi/Q$. Она характеризуется тем, что поток воды, через какой либо его участок равен углу смежности этого участка, или то же самое: скорость истечения воды в любую точку контура равна кривизне кривой в этой точке.

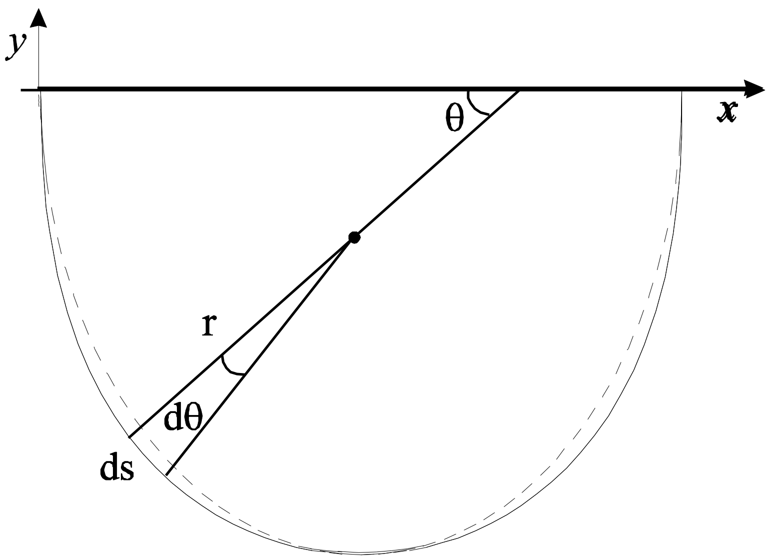


Рис. 3

.

Комплексный потенциал течения в этом канале

$$z = -iw - \frac{\pi}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8n e^{-(2n-1)w}}{\pi(2n-1)^2(2n+1)} - Ce^w. \qquad (3.3)$$

Решение задачи генерирует изопериметрическое неравенство, которое имеет место для любых каналов:

$$Q \le \frac{kL}{C + 2/\pi} \qquad (3.4)$$

Знак равенства достигается только на квазиэллипсе (3.2). Таким образом, потери при фильтрации из канала оцениваются сверху, если известны длина дуги контура, скорость фильтрации и степень подпора. В работе получены также точные оценки при других ограничениях.

Глава 4. Здесь осуществляется переход от теории фильтрации к аэродинамике. Рассматриваемые в них объекты (каналы, плотины, крылья) моделируются одинаково. В задаче об обтекании симметричного изолированного крыла бесконечного удлинения потоком идеальной несжимаемой жидкости комплексный потенциал записывается в параметрическом виде посредством вспомогательной плоскости:

$$w = -C\left(\overline{\mathrm{v}}_\infty \tau + \frac{\mathrm{v}_\infty}{\tau}\right) + \frac{\Gamma}{2\pi i}\ln\tau,$$

$$z = -C\tau + \sum_{n=0}^{\infty}\frac{a_n}{\tau^n}, \qquad C > 0, \quad a_n \in \Re, \quad |\tau| \ge 1. \tag{4.1}$$

Циркуляция $\Gamma \in \Re$, комплексное число v_∞.- набегающая скорость. Профиль крыла есть образ единичной окружности.

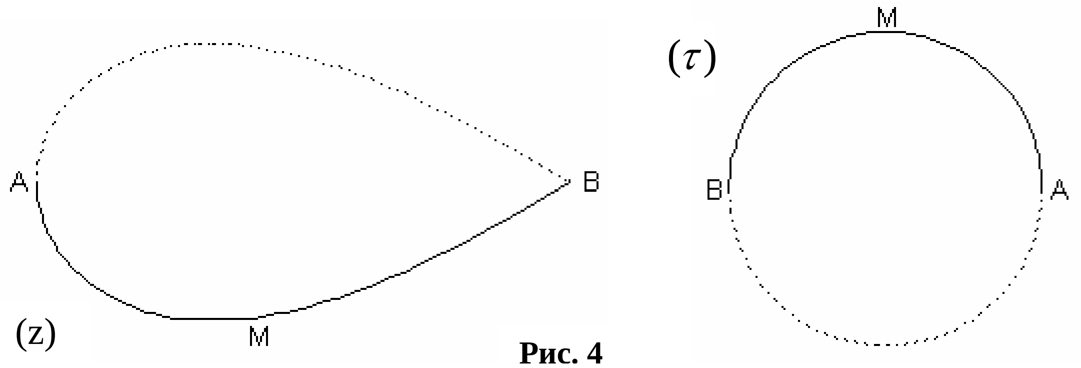


Рис. 4

Параметрическое уравнение контура находим, положив $\tau = e^{it}$:

$$x = -C\cos t + \sum a_n \cos nt,$$

$$y = -C\sin t - \sum a_n \sin nt, \qquad t \in [0, \pi]. \tag{4.2}$$

В силу симметрии ограничимся рассмотрением нижней половины части контура (рис 4). Система (4.2) допускает компактную запись

$$y = -A(x) - 2C\sin t, \tag{4.3}$$

что по существу совпадает с уравнением связи (1.6). Такая аналогия прослеживается достаточно далеко. Можно приложить к задачам обтекания тел вес арсенал теории оператора A.

Здесь, как и в теории фильтрации, параметр C играет центральную роль. Известно, что в случае обтекания тела потоком заданной скорости v_∞, неопределенным остается циркуляция Γ. Для контура, имеющего острую кромку B $(\tau_{\mathrm{B}} = -1)$, постулат Жуковского и формулы Блазиуса-Чаплыгина дают

$$\Gamma = -4\pi C\,\mathrm{v}_{\infty y}, \quad X = -4\pi\, C\,\rho\,\mathrm{v}_{\infty\,\mathrm{y}}^2, \quad Y = 4\pi\, C\,\rho\;\mathrm{v}_{\infty\,x}\,\mathrm{v}_{\infty\,\mathrm{y}}. \tag{4.4}$$

(ρ - плотность жидкости). Следовательно, при прочих равных внешних условия подъемная сила профиля зависит только от величины C:

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = 4C\pi\rho\left|\mathrm{v}_\infty\right|^2 \sin\alpha\,. \tag{4.5}$$

(α - угол атаки). Это обстоятельство важно для определения качества аэродинамических профилей. Величина C, называется по-разному – конформный радиус, логарифмическая емкость, константа Чебышева, трансфинитный диаметр (см. Голузин Г.М. геометрическая теории функций комплексного переменного. -М.: Наука, 1965.-628с.).

Для любого профиля с площадью сечения S и длиной дуги контура $2L$ справедлива не улучшаемая двухсторонняя оценка, обращавшаяся в равенство только для круга

$$\frac{\sqrt{S}}{\sqrt{\pi}} \le C \le \frac{L}{\pi}. \tag{4.6}$$

Учитывая формулу (4.5), неравенство (4.6) оценивает подъемную силу.

В работе получен целый ряд подобных оценок.

Уравнение связи (4.3) введением наклона $tg\theta = \dot{y}/\dot{x}$, записывается в форме Чизотти:

$$ds = 2C\, e^{-A^*\theta} \sin t\, dt\,, \tag{4.7}$$

$$dx = \cos\theta\, ds\,, \quad dy = \sin\theta\, ds\,.$$

т.е. определяет профиль крыла как функционал от угла наклона θ касательной к контуру в точке z, соответствующей t. Это отправной пункт для решения многих интересных задач.

Все геометрические характеристики крыла выражаются через функцию $\theta(t)$. Соответственно длина контура, хорда, кривизна кривой равняются

$$2L = 4C\int_0^{\pi} e^{-A^*\theta} \sin t\, dt\,, \quad B = 2C\int_0^{\pi} e^{-A^*\theta} \sin t \cos\theta\, dt\,, \quad \kappa = \frac{\dot{\theta}\, e^{A^*\theta}}{2C \sin t}\,.$$

Модуль скорости и условие согласования (замкнутости контура) имеют вид:

$$\frac{V}{V_\infty} = \frac{\sin(t-\alpha) - \sin\alpha}{\sin t} e^{A^*\theta}\,, \qquad \int_0^{\pi} \theta \sin t\, dt = 0\,. \tag{4.8}$$

Глава 5. содержит описание математического аппарата конструирования объектов с заданными свойствами. Предлагаемый в ней метод объединяет подходы Казанской школы и Французской.

Проиллюстрируем метод на примере задачи об аэродинамической брахистохроне: в потоке однородной несжимаемой идеальной жидкости заданы две точки A, B и скорость набегающего потока $\mathbf{v}_\infty \parallel \mathrm{AB}$. Требуется определить (симметричный) контур AMB, по которому жидкая частица проходит из точки A до точки B в кратчайшее время. (Наилучшая форма крыла с точки зрения минимума времени обтекания).

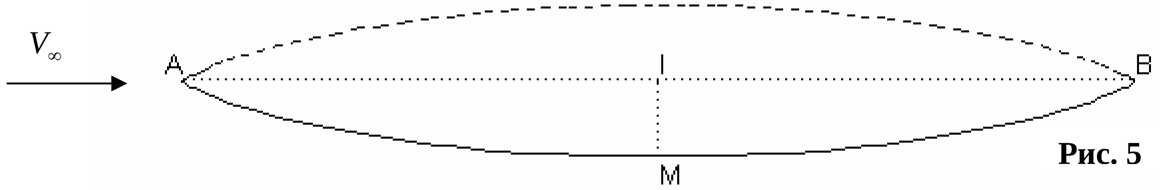


Рис. 5

Хотя прямая AB (пластинка) и является кратчайшей расстоянием между этими точками, тем не менее, частицы жидкости проходят ее не в кратчайшее время. Задача допускает формализацию:

$$T = \frac{2C}{V_\infty}\int_0^\pi e^{-2A^*\theta}\sin t\,dt \to \min, \quad 2C\int_0^\pi e^{-A^*\theta}\sin t\cos\theta\,dt = B. \quad (5.1)$$

Здесь второе равенство фиксирует длину хорды AB. Следуя принцип оптимальности (Гл.5, §17.1), получаем неравенство для оценки времени обтекания профиля по двум параметром – длина хорда B и трансфинитный диаметр C:

$$V_\infty T \geq \frac{4}{4-\pi}\left(\frac{B^2}{4C} - \frac{\pi B}{2} + \pi C\right). \quad (5.2)$$

Это неравенство удобно представить в эквивалентном виде

$$\frac{V_\infty T}{B} \geq \frac{2\sqrt{\pi}}{2+\sqrt{\pi}} + \frac{(B-2C\sqrt{\pi})^2}{(4-\pi)BC}.$$

Значит всегда

$$T \geq \frac{2\sqrt{\pi}}{2+\sqrt{\pi}}\frac{B}{V_\infty} \quad (5.3)$$

Знак равенства достигается только на кривой (рис 5) «аэродинамической брахистохроне».

Неравенство (5.2) также представимо в виде

$$\frac{V_\infty T}{C} \geq \pi + \frac{(B-\pi C)^2}{(4-\pi)C^2} \Rightarrow T \geq \frac{\pi C}{V_\infty}. \quad (5.4)$$

Знак равенства имеется на «аэродинамической циклоиде». Уравнения этих кривых и их свойства приведены в диссертации. Подобная задача решена, когда изопериметрическое ограничение является задание длины дуги контура.

В диссертации в качестве характеристики профиля при движении в идеальной несжимаемой жидкости введен безразмерный параметр (качество профиля)

$4C/(V_\infty T)$ - интегральная геометрическая профиля, а T – время прохождения жидкой частицей дуги AB (рис.4). Показано, что профиль, обладающий максимальным качеством, введенное выше, является аэродинамическая циклоида.

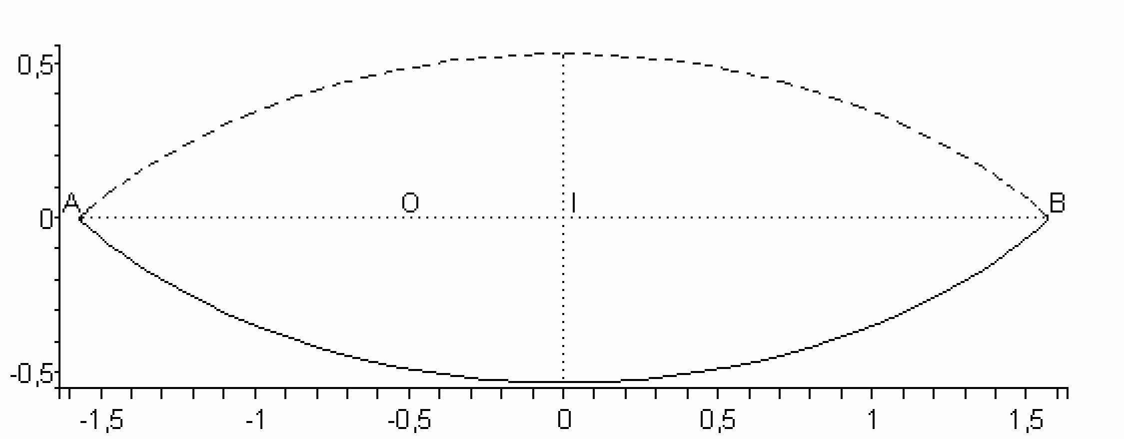


Рис. 6

Основные результаты и выводы

В диссертации рассматриваются плоские стационарные задачи фильтрации жидкости из канала и аналогичные по постановке задачи обтекания профилей идеальной несжимаемой жидкостью. Основное внимание обращено на решение оптимальных задач и получение оценок.

Для решения поставленных задач предложен метод объединяющий подходы к решению таких задач Казанской (Н.Б. Ильинского, А.М. Елизарова) и Французской (Ж.Л. Лионса) школ. Метод основан на представление граничных условий для нахождения аналитических функцией в операторном виде, с оператором позволяющим просто описать интегральные характеристики.

С помощью предложенного метода решен ряд оптимальных задач.

-Найдены оптимальные по потерям формы каналов при различных изопериметрических условиях: фиксированы площадь, глубина, ширина, периметр и их комбинации (частный случай – задача Прейсманна).

-Найдены оптимальные формы каналов с точки зрения оптимизации области течения вытекающей жидкости, т.е. площади загрязнения.

-Получено в явном виде выражение для потерь из симметричного канала трапециевидной формы.

-Получены математические условия, обеспечивающие физически допустимый вид контура канала и однолистность решения.

-Показано, что найденный ранее обратным методом П.Я. Кочиной флютбет с постоянной скоростью на нижней части является оптимальным с точки зрения минимума выталкивающей силы.

-При изучении профилей большое значение имеет трансфинитный диаметр профиля (C): показано, что циркуляция, определенная по гипотезе Жуковского пропорциональна трансфинитному диаметру с коэффициентом, равным скорости в набегающем потоке, умноженному на синус угла атаки.

-Решена задача о наибыстрейшем прохождении жидкой частицы вдоль дуги профиля, обтекаемого идеальной несжимаемой жидкостью при заданной скорости набегающего потока (V_∞) и фиксированными геометрическими параметрами.

Введен параметр, характеризующий качество профиля $C/(V_\infty T)$, где T – время прохождения жидкой частицей дуги контура.

Показано, что оптимальными профилями по этому параметру являются кривые, скорость движения частицы в любой точке которых пропорциональна радиусу кривизны, или, что тоже самое, время движения частицы на любом участке контура пропорционально углу смежности этого участка.

- Получены оценки для подъемной силы, действующей на профиль, по его интегральным характеристикам.

По теме диссертации опубликованы следующие работы:

1. **Муангу Жерве Эме-Ришар. Фильтрация из каналов. Структура решения и оценка расхода. // Изв РАН. МЖГ. 2006. № 1. С. 108-120.**

2. Муангу Жерве Эме-Ришар. Некоторые задачи фильтрации из каналов// Вестник математического факультета: Межвузовский сборник научных трудов. Архангельск, Поморский университет 2006. Вып.7. С.86-103.

3. Муангу Ж.Э.Р., Андреев П.Д. Вариационное исчисление и методы оптимизации// Сб. метод. матер.: Организация учебного процесса по специальности 010100 Математика в Поморском государственном университете имени М.В. Ломоносова: Ч. 1 Поморский гос. ун-т им. М.В.Ломоносова. – Архангельск: Поморский университет, 2005.С. 63-65.

4. Муангу Ж.Э.Р., Титов А.К. Уравнения математической физики//В сб. метод. матер.: организация учебного процесса по специальности 010501. Прикладная математика и информатика в Поморском государственном университете имени М.В. Ломоносова; Поморский гос. ун-т им. М.В.Ломоносова. – Архангельск: Поморский университет, 2006. С. 47-49.

5. Муангу Ж.Э.Р. Титов А.К. Теоретическая механика. Сб. метод. матер.: Организация учебного процесса по специальности 010100 Математика в Поморском государственном университете имени М.В. Ломоносова: Ч. 1; Поморский гос. ун-т им. М.В. Ломоносова. – Архангельск: Поморский университет, 2005. С. 32-35.

6. Муангу Ж.Э.Р. Оптимальные формы земляных каналов. Материалы международной конференции и Чебышевские чтения, посвященные 175-летию со дня рождения П. Л. Чебышева. М.: Изд-во мех.-мат. фак. МГУ, 1996. Ч. 2 С. 23.