

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА**

На правах рукописи

Белотелов Вадим Николаевич

**ДИНАМИКА И УПРАВЛЕНИЕ АВТОНОМНЫМ МОБИЛЬНЫМ
РОБОТОМ С ДВУМЯ СООСНЫМИ КОЛЕСАМИ**

специальность: 01.02.01 – теоретическая механика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва 2010

Работа выполнена на кафедре прикладной механики и управления
механико-математического факультета
Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор Ю.Г. Мартыненко

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Ю.Ф. Голубев
доктор физико-математических наук,
профессор Г.Н. Яковенко

Ведущая организация: Учреждение Российской академии наук
Институт проблем механики
имени А.Ю. Ишлинского РАН

Защита состоится 26 марта 2010 года в 16:30 на заседании диссертационного совета Д 501.001.22 при Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, Москва, Ленинские горы, Главное здание МГУ, механико-математический факультет, ауд. 16-10

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке механико-математического факультета МГУ (Главное здание МГУ, 14 этаж).

Автореферат разослан 24 февраля 2010 года

Ученый секретарь
диссертационного совета,
доцент

В.А. Прошкин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы

Развитие теории аппаратов с двумя соосными колесами стимулируется многочисленными приложениями, возникшими в последнее время в промышленности, в транспорте, в робототехнике. Проблема синтеза алгоритмов стабилизации стационарных движений таких систем актуальна как в связи с разработкой теории управления неголономными неустойчивыми системами с дефицитом числа управляющих воздействий, так и с обеспечением требований безопасности сервисных гуманоидных роботов и колесных аппаратов, используемых в режиме индивидуальных транспортных средств.

Цель работы.

Целью данной диссертационной работы является исследование динамики двухколесного аппарата, корпус которого представляет собой произвольное твердое тело, построение законов управления движением такого аппарата по горизонтальной плоскости, разработка алгоритмов определения фазовых координат рассматриваемой системы при различном составе измерений.

Научная новизна.

В работе впервые построена пространственная модель движения двухколесного аппарата, корпус которого является произвольным твердым телом, шарнирно закрепленным на оси колесной пары. В модели учтено наличие редукторов между электродвигателями и колесами и ограниченность допустимых напряжений, подаваемых на двигатели. Разработаны алгоритмы управления, обеспечивающие максимальную область притяжения вертикального положения корпуса. При различном составе измерений решена задача определения параметров движения аппарата, включая построение вертикали. Предложен новый алгоритм определения фазовых переменных по показаниям двух датчиков углов поворота колес относительно корпуса.

Достоверность и обоснованность

Все результаты работы получены при исследовании полной и корректной модели двухколесного аппарата. Они базируются на методах теоретической механики и теории управления. Аналитические вычисления и все численные эксперименты проводились в известной и хорошо зарекомендовавшей себя системе «Mathematica».

Теоретическая и практическая ценность.

В работе построена математическая модель аппарата, представляющего собой твердое тело на колесной паре. Проведен анализ управляемости и разработан алгоритм управления движением аппарата, реализующий максимальную область притяжения его стационарного движения при наличии ограничений на управляющие воздействия. Проведен анализ наблюдаемости и построен алгоритм определения фазовых переменных системы по показаниям двух датчиков поворота колес относительно корпуса.

Полученные результаты могут быть применены при создании мобильных роботов и транспортных средств, использующих кинематическую схему перевернутого физического маятника на колесной паре.

Апробация и публикации.

Результаты диссертации излагались автором на следующих конференциях и семинарах:

- Научные конференции «Ломоносовские чтения», секция механики, 2004, 2005 гг.
- Всероссийская научная конференция «Математика. Компьютер. Образование», 2005 г.,
- Конференции-конкурсы молодых ученых МГУ, 2008, 2009 гг.,
- Всероссийская научная школа-конференция с международным участием «Теория управления: новые методы и приложения», Переславль-Залесский, 22-26 сентября 2009,

- Семинар Института проблем механики РАН «Теория управления и динамика систем» под руководством академика Ф.Л. Черноушко.

Список публикаций по теме диссертации приведен в конце автореферата.

Работа над диссертацией выполнялась при поддержке РФФИ (проекты 06-01-00517а, 09-01-00593а) и Фонда содействия развитию малых форм предприятий в научной сфере (программа «УМНИК»).

Структура и объем диссертации.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка используемой литературы. Общий объем работы составляет 125 страниц, включая список использованных источников из 84 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** дан обзор работ по теме диссертации, обосновывается актуальность темы диссертации, формулируется ее цель, а также определяется научная новизна, теоретическая и практическая значимость полученных результатов. Описана структура диссертации и дано краткое содержание ее глав.

В **первой главе** описана конструкция аппарата (рис. 1), который состоит из корпуса 1, шарнирно закрепленного на горизонтальной оси колесной пары с двумя одинаковыми колесами 2,3 радиуса r . Центр масс C_1 корпуса находится выше оси вращения колес, проходящей через их центры масс C_2 и C_3 . Колеса 2,3 жестко скреплены с шестернями радиуса r_1 , которые находятся в зацеплении с шестернями радиуса r_2 , жестко скрепленными с роторами двигателей 4, 5. Статоры двигателей установлены на корпусе 1. Оси вращения колес и роторов двигателей являются осями симметрии соответствующих центральных эллипсоидов инерции, а корпус представляет собой произвольное твердое тело.

Предполагается, что во все время движения отрыва колес от горизонтальной плоскости Oxy не происходит.

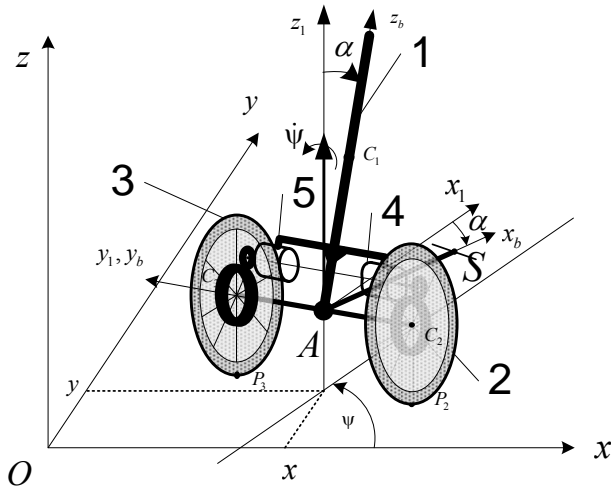


Рис. 1. Схема аппарата

Колесная пара с прикрепленным маятником и роторами электродвигателей постоянного тока представляет собой систему пяти абсолютно твердых тел, положение которых можно определить восемью независимыми параметрами: $\mathbf{q} =$

$(x \ y \ \psi \ \alpha \ \varphi_2 \ \varphi_3 \ \varphi_4 \ \varphi_5)^T$, где x, y – координаты точки A , ψ – угол курса (угол поворота вокруг оси Az_1 колесной пары, отсчитываемый от оси x), α – угол поворота маятника (угол между осями Az_1 и Az_2), φ_2, φ_3 – абсолютные углы поворота колес относительно горизонтальной оси Ay_1 , φ_4, φ_5 – абсолютные углы поворота роторов электродвигателей относительно своих осей вращения, T – знак транспонирования.

Условия отсутствия проскальзывания колес аппарата приводят к трем независимым уравнениям неголономных связей

$$\begin{aligned} v_{P2y1} = v_{P3y1} &= -\dot{x} \sin \psi + \dot{y} \cos \psi = 0 \\ v_{P2x1} &= \dot{x} \cos \psi + \dot{y} \sin \psi + a\dot{\psi} - r\dot{\varphi}_2 = 0 \\ v_{P3x1} &= \dot{x} \cos \psi + \dot{y} \sin \psi - a\dot{\psi} - r\dot{\varphi}_3 = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Условия отсутствия проскальзывания в точках зацепления шестерен имеют вид

$$\begin{aligned} r_2(1 + \chi)\dot{\alpha} - r_1\dot{\varphi}_2 - r_2\dot{\varphi}_4 &= 0 \\ r_2(1 + \chi)\dot{\alpha} - r_1\dot{\varphi}_3 - r_2\dot{\varphi}_5 &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\chi = r_2 / r_1$ отношение радиусов шестерен — коэффициент редукции. Таким образом, на восемь обобщенных координат налагается пять уравнений связей (1), (2), и рассматриваемая система имеет три степени свободы.

Связь между векторами обобщенных скоростей $\dot{\mathbf{q}}$ и псевдоскоростей $\dot{\boldsymbol{\pi}} = (V, \Omega_\psi, \Omega_\alpha)^T$ записывается в матричном виде

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{H}\dot{\boldsymbol{\pi}}, \quad \mathbf{H}^T = \begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 & 0 & 1/r & 1/r & -\chi/r & -\chi/r \\ 0 & 0 & 1 & 0 & a/r & -a/r & -\chi a/r & \chi a/r \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \chi+1 & \chi+1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

где $V = \dot{x}\cos\psi + \dot{y}\sin\psi$ - скорость точки A , $\Omega_\psi = \dot{\psi}$, $\Omega_\alpha = \dot{\alpha}$.

Для вывода уравнений движения используется система аналитических вычислений «Mathematica». В этой системе была написана программа, автоматизирующая вывод уравнений из общих теорем динамики, а также с применением формализма Маджи и Аппеля для неголономных систем.

В работе электродвигатели аппарата считаются одинаковыми, а момент на валу двигателя определяется выражением:

$$N_2^{2,3} = C_U U_{R,L} - C_V (\dot{\phi}_{4,5} - \Omega_\alpha), \quad (4)$$

где C_U, C_V – постоянные коэффициенты, определяемые паспортными характеристиками двигателя, а подаваемые на правый и левый двигатели напряжения $U_{R,L}$ ограничены по абсолютной величине

$$|U_{R,L}(t)| \leq U_0 \quad (U_0 = const) \quad (5)$$

Кинематические и динамические уравнения движения аппарата в безразмерной форме:

$$x' = v \cos\psi; \quad y' = v \sin\psi; \quad \psi' = \omega_\psi; \quad \alpha' = \omega_\alpha \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
& v' + (j_0 + j_1 \cos \alpha) \omega'_\alpha - j_{10} \omega'_\psi - j_1 \sin \alpha (\omega_\alpha^2 + \omega_\psi^2) + pv - p\omega_\alpha = u_S \\
& (j_2 + j_4 \sin^2 \alpha + j_5 \sin 2\alpha) \omega'_\psi - j_{10} v' - (j_7 \cos \alpha - j_6 \sin \alpha) \omega'_\alpha + \\
& + (j_6 \cos \alpha + j_7 \sin \alpha) \omega_\alpha^2 + j_1 \sin \alpha \omega_\psi + (2j_5 \cos 2\alpha + j_4 \sin 2\alpha) \omega_\alpha \omega_\psi + l^2 p \omega_\psi = lu_D \quad (7) \\
& (j_0 + j_1 \cos \alpha) v' + j_3 \omega'_\alpha - (j_7 \cos \alpha - j_6 \sin \alpha) \omega'_\psi - \\
& - (j_4 \cos \alpha \sin \alpha + j_5 \cos 2\alpha) \omega_\psi^2 - pv + p\omega_\alpha - j_1 \sin \alpha = -u_S
\end{aligned}$$

Здесь введены безразмерные переменные и безразмерное время τ по формулам $v = V / V^*$, $\omega_\psi = t^* \Omega_\psi$, $\omega_\alpha = t^* \Omega_\alpha$, $\tau = t / t^*$, где $V^* = \sqrt{gr}$, $t^* = \sqrt{r/g}$, и управляющие воздействия $U_S = U_R + U_L$, $U_D = U_R - U_L$, При этом $u_S = U_S / U^*$, $u_D = U_D / U^*$, $U^* = a_{11} gr / (\chi C_U)$. Штрих означает дифференцирование по безразмерному времени τ , и использованы следующие обозначения для безразмерных комплексов:

$$\begin{aligned}
j_0 &= \frac{a_{13}}{a_{11} r}, \quad j_1 = \frac{a_{c13}}{a_{11} r}, \quad j_{10} = \frac{a_{12}}{a_{11} r}, \quad j_2 = \frac{a_{22}}{a_{11} r^2}, \quad j_3 = \frac{a_{33}}{a_{11} r^2}, \quad j_4 = \frac{a_{14}}{a_{11} r^2}, \\
j_5 &= \frac{a_{24}}{a_{11} r^2}, \quad j_6 = \frac{a_{34}}{a_{11} r^2}, \quad j_7 = \frac{a_{44}}{a_{11} r^2}, \quad p = \frac{2C_V \chi^2}{a_{11} r \sqrt{rg}}, \quad l = \frac{a}{r},
\end{aligned} \quad (8)$$

которые составлены из размерных параметров аппарата

$$\begin{aligned}
a_{11} &= m_1 + 2m_2 \left(1 + \frac{\rho_{y2}^2}{r^2} \right) + 2m_4 \left(1 + \frac{\chi^2 \rho_{y4}^2}{r^2} \right), \quad a_{12} = b_2 m_1, \\
a_{22} &= m_1 (b_2^2 + \rho_{z1}^2) + 2m_2 \left(\rho_2^2 + a^2 \left(1 + \frac{\rho_{y2}^2}{r^2} \right) \right) + 2m_4 \left(a_1^2 + \rho_4^2 + \frac{a^2 \chi^2 \rho_{y4}^2}{r^2} \right), \\
a_{33} &= m_1 (b_3^2 + \rho_{y1}^2) + 2 \left(1 + \frac{1}{\chi} \right)^2 m_4 (r_1^2 + \chi^2 \rho_{y4}^2), \quad a_{13c} = b_3 m_1 + 2r_1 \left(1 + \frac{1}{\chi} \right) m_4, \quad (9) \\
a_{13} &= -\frac{2\chi(1+\chi)m_4 \rho_{y4}^2}{r}, \quad a_{14} = 2r_1^2 \left(1 + \frac{1}{\chi} \right)^2 m_4 + m_1 (b_3^2 + \rho_{x1}^2 - \rho_{z1}^2), \\
a_{24} &= \rho_{xz} m_1, \quad a_{34} = \rho_{xy} m_1, \quad a_{44} = (\rho_{yz} + b_3 b_2) m_1,
\end{aligned}$$

$m_1, m_2 = m_3, m_4 = m_5$ – соответственно масса корпуса, колеса, ротора, \mathbf{J}_{1b} – тензор инерции корпуса в осях $x_b y_b z_b$, $\mathbf{J}_2 = \mathbf{J}_3, \mathbf{J}_4 = \mathbf{J}_5$ – тензоры инерции колес и

роторов в главных центральных осях инерции, которые коллинеарны осям $x_1y_1z_1$

$$\mathbf{J}_1 = m_1 \begin{pmatrix} \rho_{1x}^2 & -\rho_{xy} & -\rho_{xz} \\ -\rho_{xy} & \rho_{1y}^2 & -\rho_{yz} \\ -\rho_{xz} & -\rho_{yz} & \rho_{1z}^2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{J}_2 = m_2 \begin{pmatrix} \rho_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{2y}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_2^2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{J}_4 = m_4 \begin{pmatrix} \rho_4^2 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{4y}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_4^2 \end{pmatrix}$$

Уравнения, получаемые с помощью теорем динамики, содержат реакции связей. В работе определяются вертикальные компоненты реакций опорной плоскости, приложенных к колесам, и сумма составляющих этих реакций, направленных параллельно оси вращения колес.

Уравнения движения аппарата с динамически симметричным корпусом образуются из уравнений (7), если в формулах (9) величину b_2 смещения центра масс корпуса в сторону от плоскости геометрической симметрии принять равной нулю.

Проведенное сравнение «объема» уравнений (число символов до приведения подобных членов, которые образуются при многократном умножении матриц ориентации при выводе уравнений) показало, что уравнения Маджи содержат 7 тысяч символов, а уравнения Аппеля – 11 тысяч. После приведения подобных слагаемых уравнения Маджи и Аппеля совпадают.

Во **второй главе** найдено семейство стационарных решений системы (6), (7), которые в случае динамически симметричного корпуса ($j_5 = j_6 = j_7 = 0$, $j_{10} = 0$) представляют собой такие движения аппарата, при которых центр колесной пары движется с постоянной скоростью по прямой (формула (10) или по окружности (формула (11), а маятник (корпус) находится в верхнем (неустойчивом) положении.

$$x = v_0 t, \quad y = 0, \quad \psi = 0, \quad \alpha = 0, \quad v = v_0, \quad \omega_\alpha = 0, \quad \omega_\psi = 0 \quad (10)$$

$$x = \frac{v_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 \tau + \psi_0), \quad y = -\frac{v_0}{\omega_0} \cos(\omega_0 \tau + \psi_0), \quad \psi = \omega_0 \tau + \psi_0, \quad \alpha = 0, \quad (11)$$

$$v = v_0, \quad \omega_\alpha = 0, \quad \omega_\psi = \omega_0$$

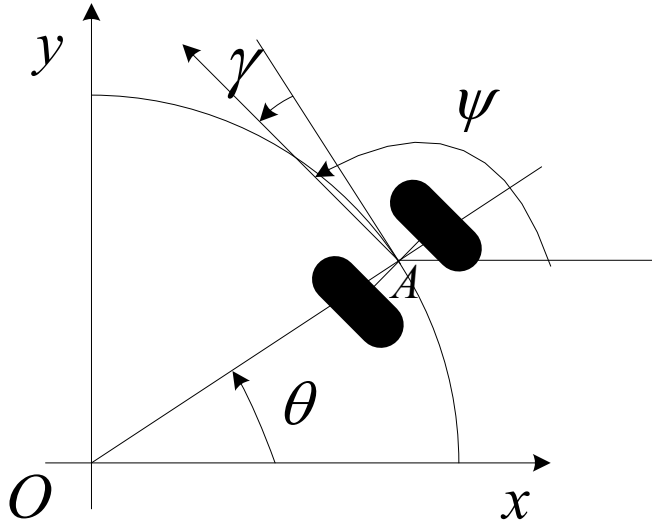


Рис. 2. Геометрический смысл угла γ

При рассмотрении движения по окружности сделан переход к новым координатам по формулам

$$x = r \cos(\psi - \gamma - \pi/2),$$

$$y = r \sin(\psi - \gamma - \pi/2),$$

где $(-r)$ – полярный радиус, а угол γ можно считать «локальным» курсом (рис. 2).

При линеаризации уравнений (7) в окрестности стационарного движения (10) или (11) линейная система, записанная в отклонениях ξ_6

переменных от стационарных значений, в общем случае имеет вид

$$\xi'_6 = \mathbf{A}_6 \xi_6 + \mathbf{B}_6 \mathbf{u}, \quad \mathbf{A}_6 = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_d \end{pmatrix}; \quad \mathbf{B}_6 = \begin{pmatrix} \mathbf{b}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{b}_d \end{pmatrix}; \quad \mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_s \\ u_d \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{A}_s = \frac{1}{j_8} \begin{pmatrix} 0 & 0 & j_8 \\ -j_1 j_9 - \omega_0^2 (j_4 j_9 - j_1 j_3) & -(j_3 + j_9) p & (j_3 + j_9) p \\ j_1 + \omega_0^2 (j_4 - j_1 j_9) & (1 + j_9) p & -(1 + j_9) p \end{pmatrix}; \quad \mathbf{b}_s = \frac{1}{j_8} \begin{pmatrix} 0 \\ j_3 + j_9 \\ -1 - j_9 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}_d = \frac{1}{j_2 v_0} \begin{pmatrix} 0 & j_2 v_0^2 & 0 \\ -j_2 \omega_0^2 & 0 & j_2 v_0 \\ 0 & 0 & -p l^2 v_0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{b}_d = \frac{l}{j_2} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Здесь вектор ξ_6 в случае движения по прямой состоит из отклонений $(\Delta\alpha, \Delta v, \Delta\omega_\alpha, \Delta y, \Delta\psi, \Delta\omega_\psi)^T$, а в случае движения по окружности – из отклонений $(\Delta\alpha, \Delta v, \Delta\omega_\alpha, \Delta r, \Delta\gamma, \Delta\omega_\psi)^T$.

В системе (12) выделяются две подсистемы – подсистема продольного движения с парой $(\mathbf{A}_s, \mathbf{b}_s)$ и скалярным управлением u_s и подсистема бокового движения с парой $(\mathbf{A}_d, \mathbf{b}_d)$ и скалярным управлением u_d .

Критерием управляемости подсистемы продольного движения является неравенство нулю определителя матрицы управляемости

$$\det(\mathbf{b}_s, \mathbf{A}_s \mathbf{b}_s, \mathbf{A}_s^2 \mathbf{b}_s) = -j_8^{-3} (1 + j_9)^2 [j_1 + (j_1 + j_4) \omega_0^2] \neq 0 \quad (13)$$

Критерием управляемости подсистемы бокового движения является неравенство нулю определителя матрицы управляемости

$$\det(\mathbf{b}_d, \mathbf{A}_d \mathbf{b}_d, \mathbf{A}_d^2 \mathbf{b}_d) = -j_2^{-2} l^3 v_0 \neq 0 \quad (14)$$

Физический смысл условия (13) заключается в том, что при достаточно большом моменте инерции корпуса относительно вертикальной оси выражение $(j_1 + j_4)$ может стать отрицательным (см. формулы (8) и (9)), и система может стать неуправляемой при некоторых скоростях ω_0 стационарного движения. Неравенство (14) в сделанных предположениях о свойствах аппарата выполнено всегда, и подсистема бокового движения всегда управляема.

Условие реализуемости стационарного движения, заключающееся в положительности вертикальных составляющих реакций опорной плоскости во время движения, сводится к ограничению на центростремительное ускорение

$$|v_0 \omega_0| < \frac{a \cdot r \cdot g \cdot \chi (m_1 + 2(m_2 + m_4))}{m_1 r \chi (r + b_3) + 2m_2 \chi (r^2 + \rho_{y2}^2) + 2m_4 (r(r_1 + r \chi + r_1 \chi) - \chi^2 \rho_{y4}^2)} \quad (15)$$

Линеаризованная система продольного движения имеет одно собственное значение λ_1 в правой полуплоскости. Выделяется «неустойчивая» переменная ζ , которая является линейной комбинацией переменных продольного движения ξ_s . Алгоритм, в котором управление u_s строится в виде линейной обратной связи по неустойчивой переменной ζ , реализует максимальную область притяжения стационарного движения в случае ограниченного напряжения u_s :

$$u_s = -\gamma \zeta, \quad \gamma > \lambda_1 \quad (16)$$

Другой алгоритм в виде линейной обратной связи по всем переменным продольного движения позволяет назначать собственные значения замкнутой системы, однако, он уменьшает область управляемости по сравнению с законом управления (16).

$$u_s = \mathbf{K}_{sa} \begin{pmatrix} \Delta\alpha \\ \Delta v \\ \Delta\omega_\alpha \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K}_{sa} = (k_\alpha, k_v, k_{\omega\alpha}) \quad (17)$$

Для стабилизации бокового движения использовался метод назначения корней аналогично (17):

$$u_d = \mathbf{K}_{da} \begin{pmatrix} \Delta r \\ \Delta\gamma \\ \Delta\omega_\psi \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K}_{da} = (k_r, k_\gamma, k_{\omega\psi}) \quad (18)$$

Проверка работоспособности полученных алгоритмов управления в полной нелинейной модели с учетом ограничений на управляющие напряжения проводилась численно. График динамики угла наклона корпуса при использовании управления (16) и (17) приведен на рис. 3.

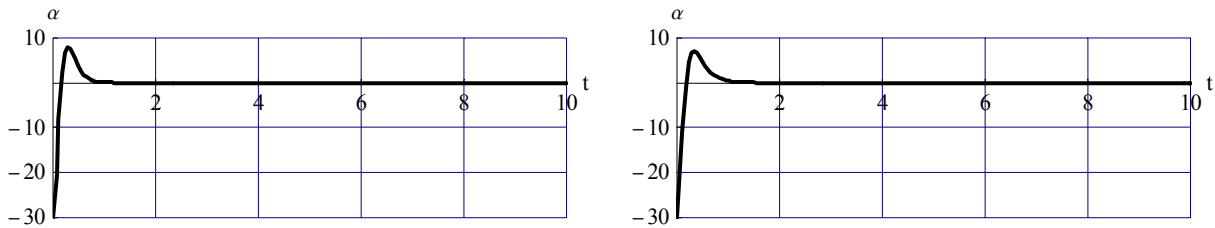


Рис. 3. Динамика угла наклона корпуса (в градусах) в нелинейной модели при движении по окружности с использованием алгоритма управления (16) (левый рисунок) и (17) (правый рисунок).

В случае динамически несимметричного корпуса ($j_5 \neq 0$) в системе существуют только стационарные решения, соответствующие движению по прямой с постоянной скоростью. Система, линеаризованная в окрестности такого стационарного решения, не разделяется на продольное и боковое движение.

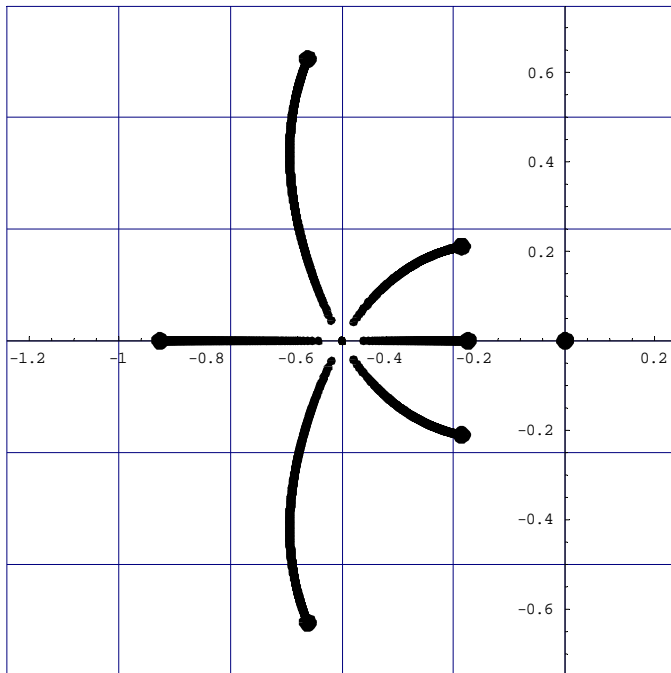


Рис. 4. Миграция корней системы, замкнутой обратной связью, не учитывающей смещение центра масс, при увеличении смещения центра масс корпуса в сторону от плоскости геометрической симметрии аппарата. Собственные числа остаются в левой полуплоскости.

Поставлен численный эксперимент, в котором система (7) была замкнута обратной связью (17), (18), со всеми назначенными корнями, равными $\lambda_0 = -0.5$, и проведена линеаризация замкнутой системы в окрестности стационарного движения по прямой. При варьировании смещения центра масс корпуса b_2 от нуля до максимального значения a (расстояние от центра колесной пары до центра колеса)

собственные значения такой системы мигрируют, но остаются в левой полуплоскости (рис. 4). Это подтверждает возможность стабилизации линеаризованной системы в случае несимметричного корпуса законом управления, построенным для «симметричной» системы.

Численные эксперименты с нелинейной моделью, в которой корпус несимметричен, показали применимость законов управления, построенных для симметричной модели.

В **третьей главе** рассматривается задача определения фазового вектора системы, необходимого для замыкания системы управления. Исследована возможность определения фазовых переменных непосредственно при помощи двух двухкомпонентных акселерометров, а также показана принципиальная возможность и предложен метод определения фазовых переменных (наблюдатель Люенбергера) при использовании показаний двух датчиков угла поворота

колес относительно корпуса. Верификация предложенных моделей и алгоритмов проводилась с помощью вычислительных экспериментов и аналитически с применением системы «Mathematica».

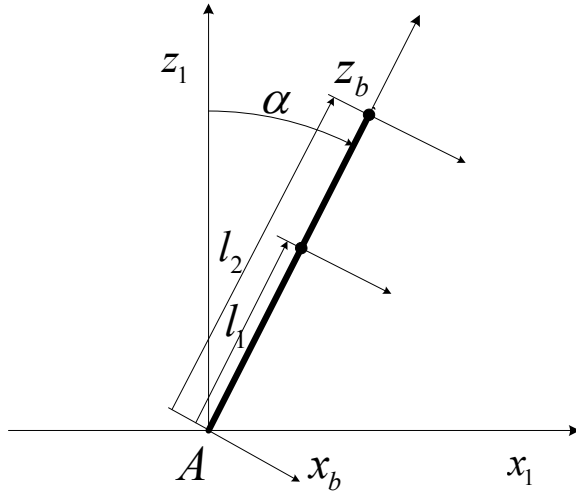


Рис. 5. Расположение акселерометров на корпусе аппарата.

При определении угла наклона корпуса с помощью акселерометров рассматриваются два двухкомпонентных акселерометра, закрепленные на оси Az_b , соединяющей середину колесной пары и центр масс корпуса на расстояниях l_1 и l_2 от оси вращения колес. Одна из чувствительных осей каждого акселерометра на-

правлена вдоль Az_b , другая направлена перпендикулярно этой оси в плоскости вращения корпуса вокруг оси вращения колес (рис. 5).

Проекции ускорений точек крепления акселерометров на оси, параллельные осям x_b и z_b , обозначены соответственно a_{ix} и a_{iz} , $i=1,2$. Для них имеют место следующие формулы:

$$\begin{aligned} a_{ix} &= \dot{V} \cos \alpha + l_i \dot{\Omega}_\alpha + l_i \sin \alpha \cos \alpha \Omega_\psi^2 + g \sin \alpha \\ a_{iz} &= \dot{V} \sin \alpha - l_i \Omega_\alpha^2 - l_i \sin^2 \alpha \Omega_\psi^2 - g \cos \alpha \end{aligned} \quad (19)$$

Для угла наклона корпуса α получена формула

$$\alpha = \arcsin \frac{rq_2 \pm \sqrt{q_1^2 (q_1^2 + q_2^2 - r^2)}}{q_1^2 + q_2^2} \quad (20)$$

где $q_1 = l_1 a_{2z} - l_2 a_{1z}$, $q_2 = l_2 a_{1x} - l_1 a_{2x}$, $r = g(l_2 - l_1)$.

Истинное значение угла α может принадлежать одной из ветвей выражения (20), и необходимым условием смены ветви для определения угла α является обращение в ноль подкоренного выражения в формуле (20).

В задаче определения фазовых переменных продольного движения α, v, ω_α по измерению углов поворота колес относительно корпуса аппарата рассматривается система

$$\begin{aligned} \varphi' &= v \\ \alpha' &= \omega_\alpha \\ v' + (j_0 + j_1 \cos \alpha) \omega'_\alpha - j_1 \sin \alpha \omega_\alpha^2 + p(v - \omega_\alpha) &= u_s \\ (j_0 + j_1 \cos \alpha) v' + j_3 \omega'_\alpha - p(v - \omega_\alpha) - j_1 \sin \alpha &= -u_s \end{aligned} \quad (21)$$

с измерением $z = \varphi - \alpha$. Здесь введена переменная $\varphi = \frac{\varphi_2 + \varphi_3}{2}$. Критерием наблюдаемости системы (21) является неравенство нулю определителя матрицы наблюдаемости

$$\det \mathfrak{D} = \frac{j_1^2 (1 + j_9)^2}{\Delta^2} \quad (22)$$

Физический смысл выражения (22) состоит в том, что рассматриваемая система наблюдаема тогда и только тогда, когда ее общий центр масс не лежит на оси вращения колес.

Для определения фазовых переменных продольного движения построен наблюдатель Люенбергера, переменные которого использовались в законе управления (17) вместо отклонений фазовых переменных.

$$\begin{aligned} \xi'_4 &= \mathbf{A}_4 \xi_4 + \mathbf{B}_4 \mathbf{K}_{sa} \hat{\xi}_4 \\ \hat{\xi}'_4 &= \mathbf{A}_4 \hat{\xi}_4 + \mathbf{B}_4 \mathbf{K}_{sa} \hat{\xi}_4 + \mathbf{K}_4 \mathbf{C}_4 (\xi_4 - \hat{\xi}_4) \end{aligned} \quad (23)$$

Здесь $\xi_4 = (\Delta\varphi \quad \Delta\alpha \quad \Delta v \quad \Delta\omega_\alpha)^T$, \mathbf{A}_4 и \mathbf{B}_4 - матрицы системы (21), лиnearизованной в окрестности стационарного движения с постоянной скоростью, $\hat{\xi}_4$ - переменные наблюдателя, $\mathbf{C}_4 = (1 \quad -1 \quad 0 \quad 0)$ - вектор-строка измерения, $\mathbf{K}_4 = (k_\varphi \quad k_\alpha \quad k_v \quad k_{\omega_\alpha})^T$ - вектор обратной связи наблюдателя, назначающий заданные собственные значения матрицы $(\mathbf{A}_4 - \mathbf{K}_4 \mathbf{C}_4)$.

Численный эксперимент показал применимость такого способа определения фазовых переменных в полной нелинейной модели, замкнутой обратной

связью вида (17) по переменным наблюдателя, учитывающей ограничения на управляющее напряжение u_s (рис. 6, 7)

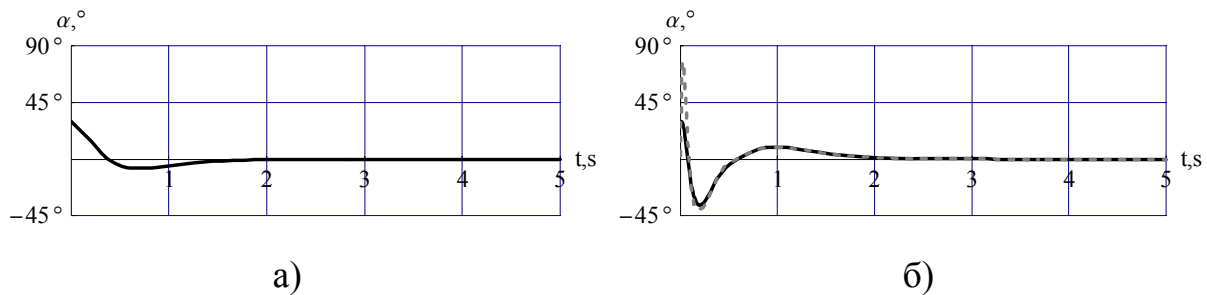


Рис. 6. Динамика угла наклона корпуса α при стабилизации нелинейной модели линейной обратной связью по отклонениям фазовых переменных (слева) и по переменным наблюдателя (справа). Пунктиром показана динамика переменной наблюдателя $\hat{\alpha}$.

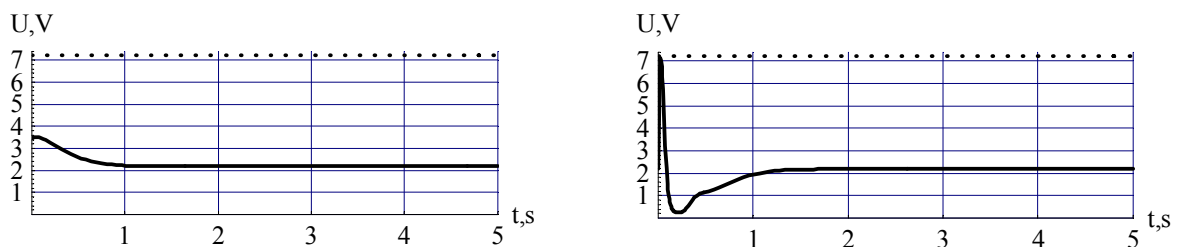


Рис. 7. Суммарное размерное напряжение на двигателях U_s (в вольтах) при стабилизации нелинейной модели линейной обратной связью по отклонениям фазовых переменных (слева) и по переменным наблюдателя (справа). Точечной линией обозначено предельное значение напряжения, равное 7.2 В.

В заключении перечислены основные результаты диссертации:

1. Построена пространственная модель движения аппарата, представляющего собой произвольное твердое тело, шарнирно закрепленное на колесной паре. Колеса аппарата управляются двумя независимыми электродвигателями постоянного тока.
2. Найдены стационарные решения, которые соответствуют движению центра колесной пары аппарата по окружности или по прямой с постоянной скоростью. Исследована управляемость линеаризованных в окрестности стационарных движений уравнений аппарата.

3. Построен алгоритм управления в виде линейной обратной связи, который стабилизирует движение аппарата по окружности заданной кривизны (в том числе и нулевой, т.е. по прямой) с заданной постоянной продольной скоростью. Данный алгоритм обеспечивает максимальную область притяжения при наличии ограничений на управляющие воздействия (напряжения на электродвигателях).
4. Проведены численные эксперименты по исследованию применимости алгоритма управления, которые показали возможность его использования в полной нелинейной модели.
5. Поставлена и решена задача определения фазовых координат продольного движения по измерениям углов поворота колес относительно корпуса аппарата. Найдено необходимое и достаточное условие наблюдаемости. Построен линейный наблюдатель Люенбергера. Проведены численные эксперименты, показавшие возможность его использования в полной нелинейной модели.

Список литературы

1. *Белотелов В.Н.* Алгоритмы управления пространственным движением двухколесной роботизированной платформы // Всероссийская научная школа-конференция с международным участием «Теория управления: новые методы и приложения», Переславль-Залесский, 22-26 сентября 2009. Тезисы доклада (сборник тезисов на электронном носителе).
2. *Белотелов В.Н.* Вычислительная сложность уравнений динамики антропоморфных мобильных роботов, получаемых системами символьных вычислений // Ломоносовские чтения. Научная конференция. Секция механики. Апрель 2004 года. Тезисы докладов. М.: Изд-во Моск. Университета, 2004, стр. 35.
3. *Белотелов В.Н.* Математическое моделирование систем связанных твердых тел // Сб. трудов конф. «Математика. Компьютер. Образование» 2005, вып. 12, Ижевск: РХД. Тезисы доклада, стр. 87.

4. Белотелов В.Н., Мартыненко Ю.Г. Алгоритмы стабилизации мобильного робота на базе платформы Segway RMP // Труды конференции - конкурса молодых ученых. 12-17 октября 2005г. М.: Изд-во Моск. университета, 2006, стр. 52-62.
5. Белотелов В.Н., Мартыненко Ю.Г. Автоматизация моделирования динамики систем твердых тел // Ломоносовские чтения. Научная конференция. Секция механики. Апрель 2005 года. Тезисы докладов. М.: Изд-во Моск. университета, 2005, стр. 42.
6. Белотелов В.Н., Мартыненко Ю.Г. Управление пространственным движением перевернутого маятника, установленного на колесной паре// Изв. РАН. Механика твердого тела, №3, 2006 г., стр. 25-42.
7. Белотелов В.Н., Мартыненко Ю.Г.. Управление пространственным движением несимметричной двухколесной роботизированной платформы. // Мобильные роботы и мехатронные системы. Материалы научной школы-конференции 24-29 марта 2008 г. М.:, Изд-во Моск. университета, 2009, стр. 70-85.