

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА**

Механико-математический факультет
Кафедра прикладной механики и управления
Лаборатория управления и навигации

На правах рукописи

Козлов Александр Владимирович

**НЕКОТОРЫЕ МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ
ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРИЕНТАЦИИ
ПРИ ПОМОЩИ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ И
СПУТНИКОВЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ**

Специальность 01.02.01 теоретическая механика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Москва, 2010 г.

Работа выполнена на кафедре прикладной механики
и управления механико-математического факультета
Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова

Научные руководители:	доктор физико-математических наук, профессор	Н.А. Парусников
	кандидат физико-математических наук, в.н.с.	Н.Б. Вавилова
Официальные оппоненты:	доктор технических наук, профессор	Е.Г. Харин
	кандидат физико-математических наук, с.н.с.	Е.В. Каршаков
Ведущая организация:	Федеральное государственное унитарное предприятие «Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем» (ФГУП ГосНИИАС)	

Защита диссертации состоится 4 июня 2010 года в 16 часов 30 минут на заседании диссертационного совета Д 501.001.22 при Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова по адресу: 119991, Москва, Ленинские горы, Главное здание МГУ, механико-математический факультет, аудитория 16-10.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке механико-математического факультета МГУ по адресу: 119991, Москва, Ленинские горы, Главное здание МГУ, механико-математический факультет, 14 этаж.

Автореферат разослан 30 апреля 2010 г.

Ученый секретарь диссертационного совета

В.А. Прошкин

Общая характеристика работы

Актуальность темы

Определение ориентации в пространстве для различных объектов, таких, как речные, морские и воздушные суда, автомобили, другие подвижные объекты, строительные конструкции, большие механизмы, уже много лет является актуальной технической задачей. Наиболее востребованной и практически значимой является, как правило, оценка ориентации относительно поверхности Земли (отклонение от плоскости горизонта, от заданного курса и пр.), а также ориентации двух объектов друг относительно друга. Требования к точности определения углов ориентации в различных системах отличаются на порядки — от десятка градусов (к примеру, для солнечных батарей) до первых десятков угловых секунд (в гравиметрии).

В настоящее время наиболее универсальными и широко распространенными при решении задач навигации и определения ориентации для различных объектов являются методы инерциальной и спутниковой навигации. Широко используются основанные на них навигационные системы, постоянно развиваются и улучшаются методы и алгоритмы решения задачи определения ориентации, технические характеристики таких систем.

Для отечественных научных и промышленных предприятий, создающих и использующих в работе навигационные комплексы, актуальной является разработка собственных алгоритмов решения навигационных задач и улучшение характеристик существующих систем за счет создания новых алгоритмов обработки информации.

Цель работы и направления исследования

В диссертационной работе решаются две задачи определения ориентации, возникающие в навигационных комплексах:

- определение взаимной ориентации двух бескарданных инерциальных навигационных систем, расположенных на одном носителе;
- задача определения ориентации по фазовым спутниковым измерениям.

Для каждой задачи разработаны и испытаны алгоритмы решения.

Методы исследования, достоверность и обоснованность результатов

В работе используются методы теоретической механики, оптимального оценивания, линейной алгебры, аналитической геометрии, инерциальной и спутниковой навигации, элементы теории случайных процессов. Используемые в работе исходные математические модели широко применяются в инерциальной и спутниковой навигации. Разработанные алгоритмы проверены при обработке

реальных измерительных данных, а также путем полунатурного моделирования. Полученные при этом результаты согласуются с ожидаемыми.

Научная новизна работы и полученные результаты

В работе решены две задачи определения ориентации, возникающие в современных навигационных комплексах.

1. Разработаны алгоритмы определения взаимной ориентации двух БИНС, расположенных на одном носителе. Учтены различные варианты информационного обмена между ними, включая наличие запаздывания.
2. Подобраны легко реализуемые классы движений носителя вокруг центра масс, обеспечивающие высокую обусловленность задачи оценки. Работоспособность алгоритмов продемонстрирована путем полунатурного моделирования.
3. Построен алгоритм определения ориентации объекта по фазовым спутниковым измерениям от нескольких разнесенных антенн. В алгоритме учтены нелинейные соотношения, задаваемые геометрическим расположением антенн друг относительно друга, наличие целочисленной фазовой неопределенности в измерениях, а также их коррелированность и неравноточность. Оценка строится в виде последовательных приближений, первое из которых основано на новом подходе в использовании метода наименьших квадратов, учитывающем структурные особенности задачи.
4. Введены конструктивные интегральные характеристики влияния движения навигационных спутников на соотношение между ошибкой оценки и уровнем шумов в измерениях, аналогичные уже существующим в спутниковой навигации «факторам ухудшения точности».
5. Разработанный алгоритм реализован в программном обеспечении. Результаты обработки серий реальных и модельных измерений подтвердили работоспособность алгоритма. Исследована зависимость качества оценки от исходных параметров задачи.

Указанные результаты получены соискателем под руководством научных руководителей.

Теоретическая и практическая ценность

Разработанные и описанные в работе методики и алгоритмы могут использоваться как при создании систем определения ориентации в реальном времени, так и для пост-обработки навигационной информации.

Полученные в работе результаты могут быть применены в ЗАО НТП «Гравиметрические технологии», Институте физики Земли (ИФЗ) РАН, ОАО «Раменское приборостроительное конструкторское бюро» (РПКБ), Московском институте электромеханики и автоматики (МИЭА) и на других предприятиях, занимающихся разработкой различных комплексов, содержащих навигационные системы.

Апробация работы

По материалам диссертации были сделаны следующие доклады на научно-технических семинарах и конференциях:

- «Начальная выставка инерциальной навигационной системы на подвижном основании с использованием информации от разнесенных антенн спутниковой навигационной системы». IX конференция молодых ученых «Навигация и управление движением», Санкт-Петербург, ГНЦ ЦНИИ «Электроприбор», 2007
- «Задачи определения ориентации в навигационных комплексах». Семинар им. А.Ю. Ишлинского по прикладной механике и управлению кафедры прикладной механики и управления МГУ, Москва, 2008
- «Обработка фазовых спутниковых измерений с использованием рекуррентной формы метода наименьших квадратов». Конференция молодых ученых и специалистов Московского отделения международной общественной организации «Академия навигации и управления движением», Москва, ФГУП ЦНИИ автоматики и гидравлики, 2009
- «Определение ориентации объектов с использованием фазовых спутниковых навигационных измерений». Семинар по динамике относительного движения кафедры теоретической механики и мехатроники МГУ, Москва, 2009

Публикации

По теме диссертации опубликовано шесть работ, из них две — в журналах, включенных ВАК в перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций. Перечень опубликованных работ приведен в конце автореферата.

Структура и объем диссертации

Работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы. Общий объем составляет 95 страниц. Список литературы содержит 133 наименования.

Краткое содержание работы

Во введении к работе кратко рассмотрены существующие в технике подходы к решению задачи определения ориентации, проведено их сравнение и обоснован выбор рассматриваемых в работе инерциальных и спутниковых методов навигации. В числе прочих, выделены системы, использующие механические угловые датчики, оптические системы ориентации, магнитометрические системы, инклинометры, дальномерные методы. Инерциальные и спутниковые методы навигации и определения ориентации отмечены как наиболее универсальные и широко распространенные в настоящее время.

Далее для каждой из рассмотренных в диссертации задач дается общее описание, анализ существующих подходов к решению и обзор литературы.

В первой главе решается задача определения взаимной ориентации двух бескарданных инерциальных навигационных систем (БИНС), расположенных на одном носителе. Необходимость в этом возникает в ряде случаев.

Общая постановка задачи. В большинстве летательных аппаратов системы навигации включают в себя дублирующие приборы, в т.ч. БИНС. Каждая система включает в себя три однокомпонентных ньютометра, три датчика угловой скорости (ДУС) и бортовой вычислитель. После временного отключения одной из систем (из-за сбоев питания и др.) всегда требуется провести начальную выставку этой БИНС для ее дальнейшего автономного функционирования. В числе прочего, необходимо ввести в нее числовую информацию об ориентации в опорной системе координат. Исходной информацией при этом является ориентация выставляемой системы относительно второй, работающей в штатном режиме.

В рассматриваемой здесь постановке задачи БИНС предполагаются неподвижными друг относительно друга, что чаще всего достигается близкой их установкой на общей платформе или на жестко закрепленных конструкциях (см. Рис. 1). В общем случае нельзя считать системы неподвижными друг относительно друга на больших отрезках времени (например, в течение всего полета), т.к. их взаимное расположение изменяется из-за температурных и других деформаций корпуса носителя и БИНС. Поэтому ввести информацию о взаимной ориентации заблаговременно невозможно. Однако, при соответствующей жесткой установке на промежутках времени порядка нескольких минут две системы можно считать неподвижными друг относительно друга.

Рассогласование приборных трехгранников по углам ориентации, как правило, находится в пределах 1—2 градусов. Для определения взаимной ориентации используются исключительно показания датчиков обеих систем и результаты обработки этих показаний в бортовых вычислителях без привлечения какой-либо дополнительной информации. В практических приложениях исключительно важна простая реализация алгоритмов в реальном времени, уменьшение общего времени решения задачи, упрощение необходимых для этого проце-

дур (таких как выполнение самолетом специальных маневров для повышения обусловленности задачи оценки) и возможность реализации алгоритмов без переработки аппаратной части ИНС и принятых стандартов обмена информацией между системами. Построение алгоритмов с учетом указанных соображений является предметом исследования в данной работе. Подобный режим начальной

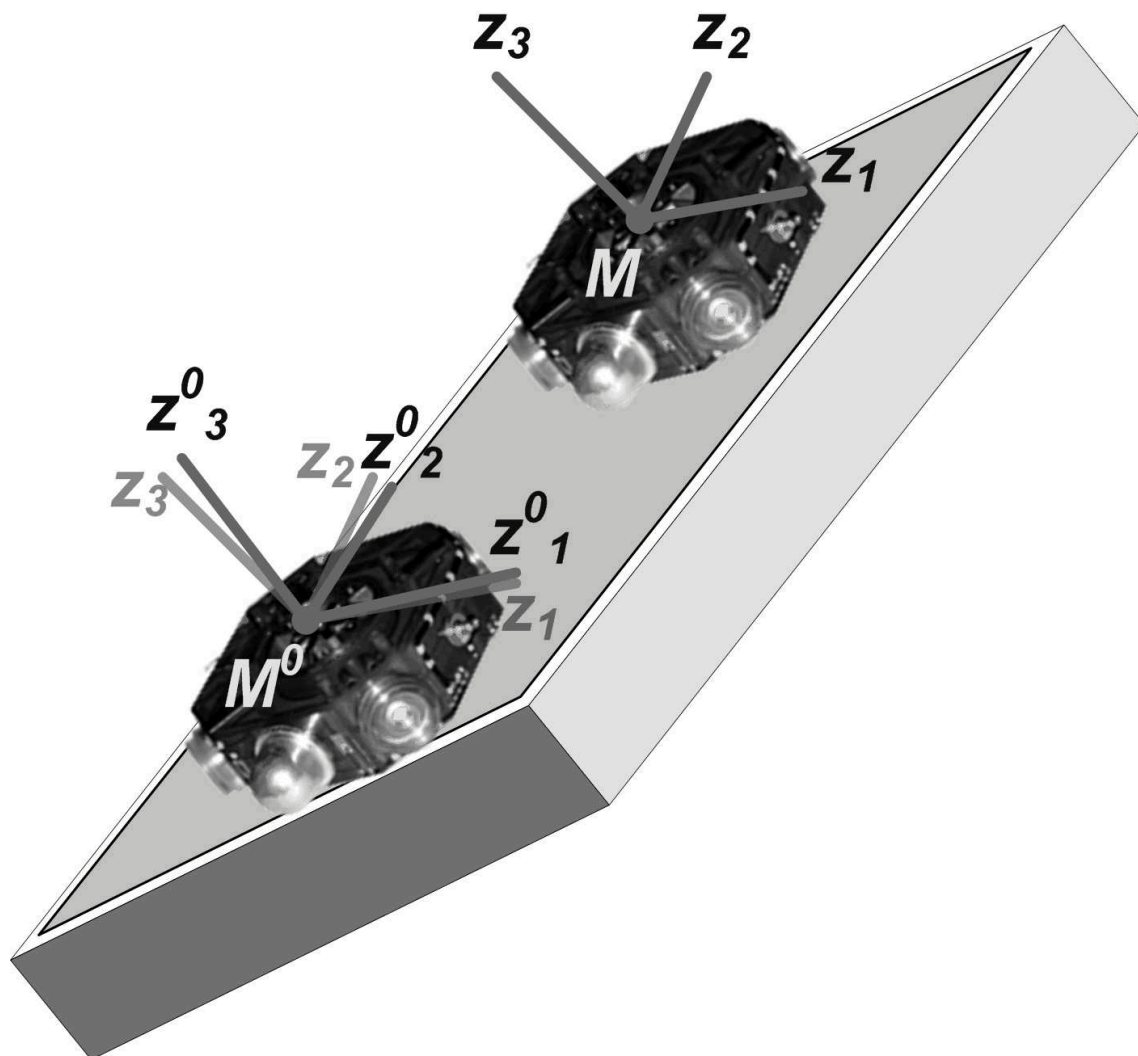


Рис. 1: Две бескарданные ИНС, установленные на общей платформе

выставки в англоязычной литературе называется «*transfer alignment*», так как в процессе выставки информация передается от эталонной БИНС к выставляемой.

По существу, прямо или косвенно задача может быть сведена к следующей геометрической задаче. Измеряются во времени проекции на оси двух трехгранников одного и того же вектора. При этом предполагается, что взаимная ориентация трехгранников постоянна во времени. Локально (в каждый момент времени) взаимная ориентация трехгранников может быть определена с точностью до поворота вокруг измеряемого вектора. Для того, чтобы определить эту ориентацию полностью, необходимо, чтобы измеряемый вектор менял свое направление относительно трехгранников. Очевидно, что обусловленность задачи

будет тем выше, чем бóльшие эволюции и за более короткое время совершает этот вектор. В нашем распоряжении два таких вектора: вектор внешней силы, действующей на чувствительную массу ньютонометров, и измеряемый ими, и вектор угловой скорости, измеряемый ДУС.

Для обеспечения наблюдаемости и повышения обусловленности задачи оценки вводятся специальные маневры (эволюции) носителя. Эволюции, обеспечивающие достаточную обусловленность, не требуют наличия линейных ускорений и образуют достаточно широкий класс движений. Таким образом при выполнении маневров не требуется соблюдать жестких требований и ограничений. Необходимые эволюции, по мнению специалистов, легко реализуемы. Во всех случаях, приемлемая точность решения достигается за приемлемое время. Учтена также возможность наличия существенного запаздывания при передаче информации от одной БИНС к другой. В диссертационной работе рассматривается решение поставленной задачи в двух постановках, имеющих место на практике.

Первый вариант информационного обмена между БИНС характеризуется наличием в выставляемой системе информации об угловой скорости приборного трехгранника эталонной БИНС. Поставленная задача при этом сведена к задаче оценивания калмановского типа, имеющей вид:

$$\begin{aligned} \dot{\kappa} &= 0, \\ \dot{\nu}^0 &= 0, \\ \sigma &= -\hat{\omega}_{z^0}\kappa + \nu^0 + \nu^s, \end{aligned} \tag{1}$$

где $\kappa \in \mathbb{R}^3$ — вектор малого поворота приборных трехгранников БИНС друг относительно друга, погрешности измерений ДУС заданы моделью $\nu_j = \nu_j^0 + \nu_j^s$, в которой ν_j^0 — константы, ν_j^s — белые шумы с заданными интенсивностями, ω_{z^0} — вектор угловой скорости приборного трехгранника эталонной БИНС, вектор σ рассматривается как измерение, а кососимметрическая матрица \hat{l} для всякого вектора $l \in \mathbb{R}^3$ задается соотношением:

$$\hat{l} = \begin{pmatrix} 0 & l_3 & -l_2 \\ -l_3 & 0 & l_1 \\ l_2 & -l_1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{2}$$

Задача решена методами Калмановской фильтрации.

При втором варианте информационного обмена между БИНС информация об угловой скорости приборного трехгранника эталонной БИНС недоступна. Однако, доступна информация об ориентации приборного трехгранника, являющаяся одним из результатов решения навигационной задачи в ИНС.

В этом случае задача сведена к следующей системе:

$$\begin{aligned}\dot{\beta}^* &= \hat{\omega}'_z \beta^* - \hat{\omega}'_z \kappa + \nu^0 + \nu^s \\ \dot{\kappa} &= 0, \\ \dot{i}^0 &= 0, \\ \sigma &= \beta^*,\end{aligned}\tag{3}$$

где ω'_z — угловая скорость приборного трехгранника выставляемой БИНС, измеренная ее датчиками, β^* вычисляется из соотношения $E + \hat{\beta}^* = A_y^* A_{z^0}^T$, A_y^* и A_{z^0} — модельные матрицы ориентации приборных трехгранников выставляемой и эталонной БИНС соответственно.

При наличии постоянного запаздывания с известной величиной τ в передаче информации от эталонной системы к выставляемой, в предыдущей формуле вместо матрицы $A_{z^0}(t)$ при формировании измерения следует использовать матрицу $(E + \hat{\omega}'_z \tau) A_{z^0}(t)$. Если величина постоянного запаздывания неизвестна, то она может быть включена в вектор состояния и затем оцениваться вместе с остальными компонентами. В этом случае система дополняется уравнением

$$\dot{\tau} = 0,\tag{4}$$

а измерение имеет вид

$$\sigma = \beta^* + \omega'_z \tau.\tag{5}$$

Получены следующие результаты решения задачи оценки. Обусловленность задачи обеспечивается разумным выбором эволюций носителя, т.е. выбором функции $\omega_{z^0}(t)$. Варианты, оказавшиеся непригодными для решения задачи, были промоделированы, но здесь не приводятся. На графиках истинными значения углов рассогласования являлись $1 \cdot 10^{-3}$, $3 \cdot 10^{-3}$, $-0.5 \cdot 10^{-3}$ радиан, постоянных составляющих дрейфов — $0.9 \cdot 10^{-7}$, $-1.5 \cdot 10^{-7}$, $-0.7 \cdot 10^{-7}$ радиан в секунду. Практический интерес представляют маневры, перечисленные ниже. При первом варианте информационного обмена:

1. Вирази самолета с углами крена порядка 10—12 градусов при постоянной высоте со скоростью порядка 200 м/с. Маневр состоит из движения по полуокружности («координированный разворот», в английской литературе — «*co-ordinated turn*»). Неудовлетворительность результата оценивания в данном случае заранее очевидна: за 5 минут полета ошибка оценки углов рассогласования уменьшается примерно на треть, дрейфы оцениваются очень слабо. Если последовательно совершать описанные выше вирази в разные стороны («*S-turn*» или «змейка»), каждый раз при переходе с виража на вираж вектор угловой скорости меняет направление на противоположное, чем обеспечивается более высокая обусловленность и ошибка оценки уменьшается примерно до 5% от начальной за первые 7 минут маневрирования.

2. Если менять направление поворота чаще (например, каждые 60 с), аналогичный показатель достигается за первые 1.5 минуты.
3. Специально совершаемые самолетом колебания с амплитудой в 10 градусов по крену и тангажу и периодом порядка 1 минуты. Такие колебания необходимо совершать с подходящим рассогласованием для компонент по фазе. Подобный режим движения по мнению специалистов легко реализуем. Данный класс маневрирования не является аналогом термина «*wing-rock maneuver*» в англоязычной литературе, обозначающего частые, с периодом порядка 5 секунд, развороты по углу крена с амплитудой 60 градусов, в совокупности с линейным ускорением 1.5g. По истечении первой минуты оценивания ошибка оценки углов рассогласования приборных трехгранников уменьшается примерно в 100 раз, уходов — вдвое. На четвертой минуте — в 300 раз и 3 раза соответственно (см. Рис. 2).

Для второго варианта информационного обмена при том же самом маневрировании:

1. На последовательности координированных разворотов при частой смене направления выража ошибка оценки компонент вектора κ уменьшается вдвое после 4 минут оценивания и в пять раз — после 15 минут. Оценка дрейфов не улучшается по сравнению с априорной.
2. При совершении носителем специальных колебаний, описанных в предыдущем разделе, ошибка оценки углов рассогласования приборных трехгранников двух БИНС уменьшается в десять раз за первые 4 минуты оценивания. Дрейфы по-прежнему оцениваются плохо (см. Рис. 3).

Такие же результаты получены для системы с запаздыванием.

Выводы к первой главе:

- Задача оценки взаимной ориентации двух БИНС, расположенных на одном носителе, решается вполне приемлемо без привлечения сторонней информации при совершении специальных маневров.
- Маневры необходимы для повышения обусловленности задачи оценки и могут представлять из себя колебания по двум углам ориентации (например, крена и тангажа) с относительно небольшой амплитудой (10—12 градусов), достаточно длительным периодом (1 минута) и рассогласованием по фазе колебаний для углов ориентации. Также самолет-носитель может выполнить несколько последовательных координированных разворотов. При этом желательно, изменять направление разворота на противоположное каждые 30—60 секунд. Однако первый вариант маневрирования гораздо более предпочтителен.

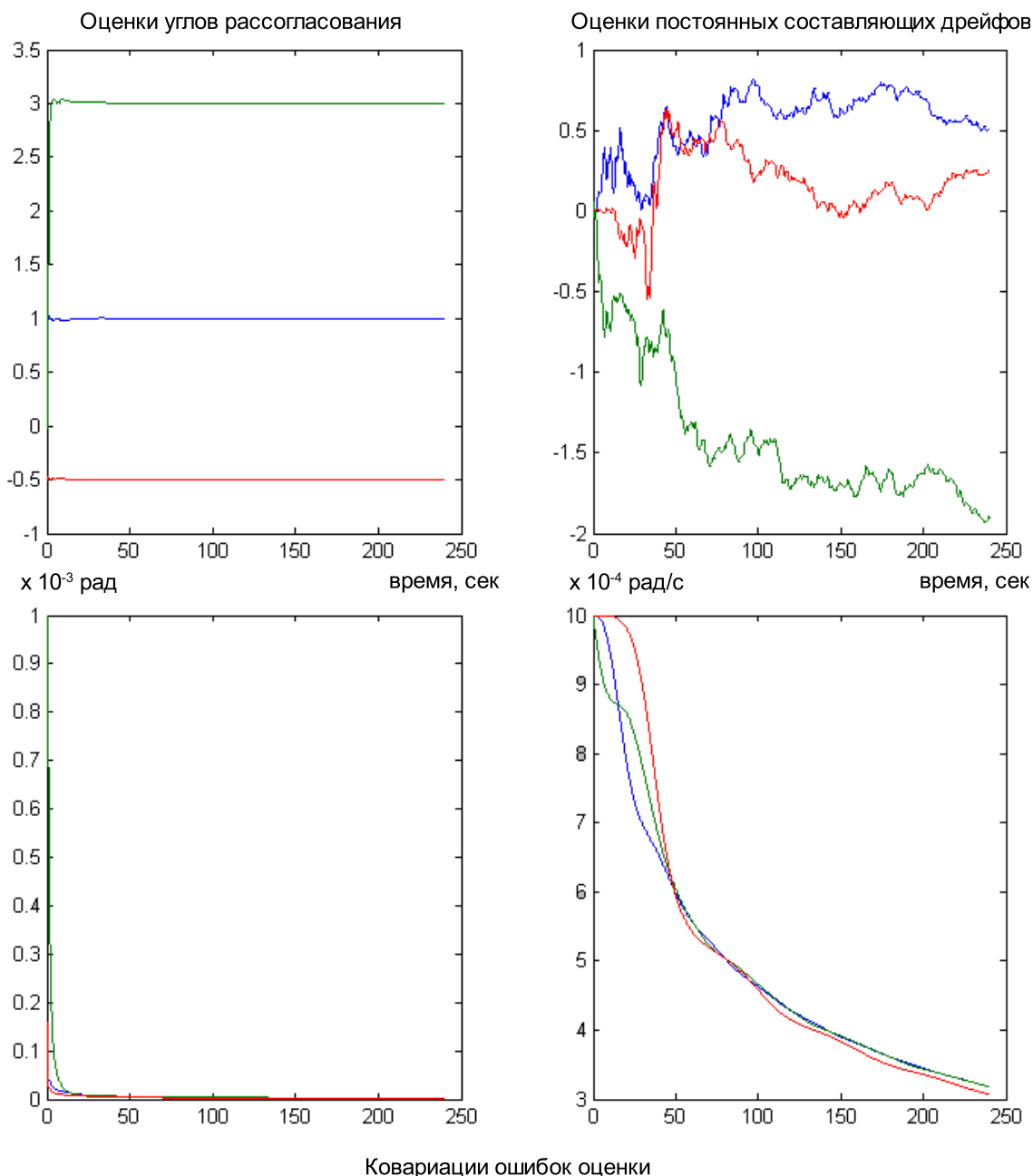


Рис. 2: Моделирование оценки углов рассогласования и дрейфов при специальных маневрах

- В случае, когда в выставляемой БИНС доступны измерения угловой скорости эталонной БИНС, удастся обеспечить бóльшую скорость уменьшения ошибки оценки и, кроме того, оцениваются дрейфы ДУС выставляемой системы. В противном случае дрейфы практически не оцениваются, а ковариации ошибок оценки убывают заметно медленнее.
- Наличие неизвестного постоянного запаздывания в передаче информации от одной БИНС к другой незначительно ухудшает оценку при соответствующем учете запаздывания в математической модели. Величина запаздывания оценивается вместе с остальными неизвестными и при проведении расчетов составляла до 0.1 с, что превышает значения, обычно встречающиеся на практике в современных навигационных комплексах.

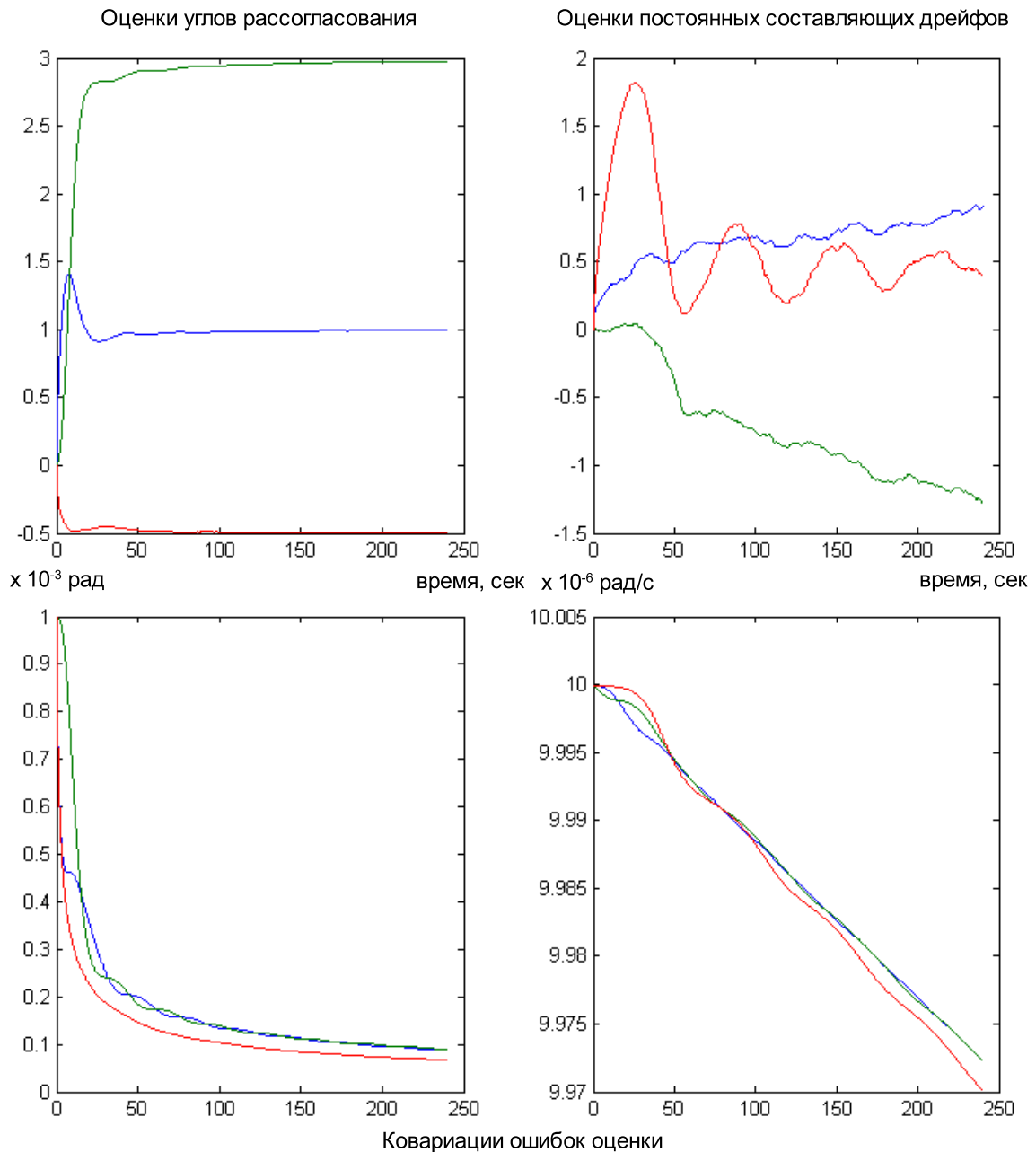


Рис. 3: Моделирование оценки углов рассогласования и дрейфов при специальных маневрах

Во второй главе решается задача определения ориентации объектов по фазовым спутниковым измерениям от разнесенных антенн.

Широко известные в настоящее время средства спутниковых навигационных систем, применяемые большинством потребителей для определения координат и скорости на местности, также используются и для определения ориентации объектов.

Общая постановка задачи. На объект, ориентацию которого требуется определить, установлены несколько приемных антенн спутниковых навигационных сигналов GPS (см. Рис. 4). Задача определения ориентации сводится при этом к определению относительного расположения этих антенн друг относительно друга в гринвичской системе координат. По относительным координатам восстанавливается матрица ориентации связанной с объектом системы координат

(ССК) относительно гринвичской. Далее, зная матрицу ориентации, легко вычислить и углы ориентации. При этом чем больше расстояния между антеннами — тем меньше погрешность последующего определения углов ориентации. Наибольшая точность при определении координат в спутниковой навигации достигается при использовании т.н. *фазовых измерений*.

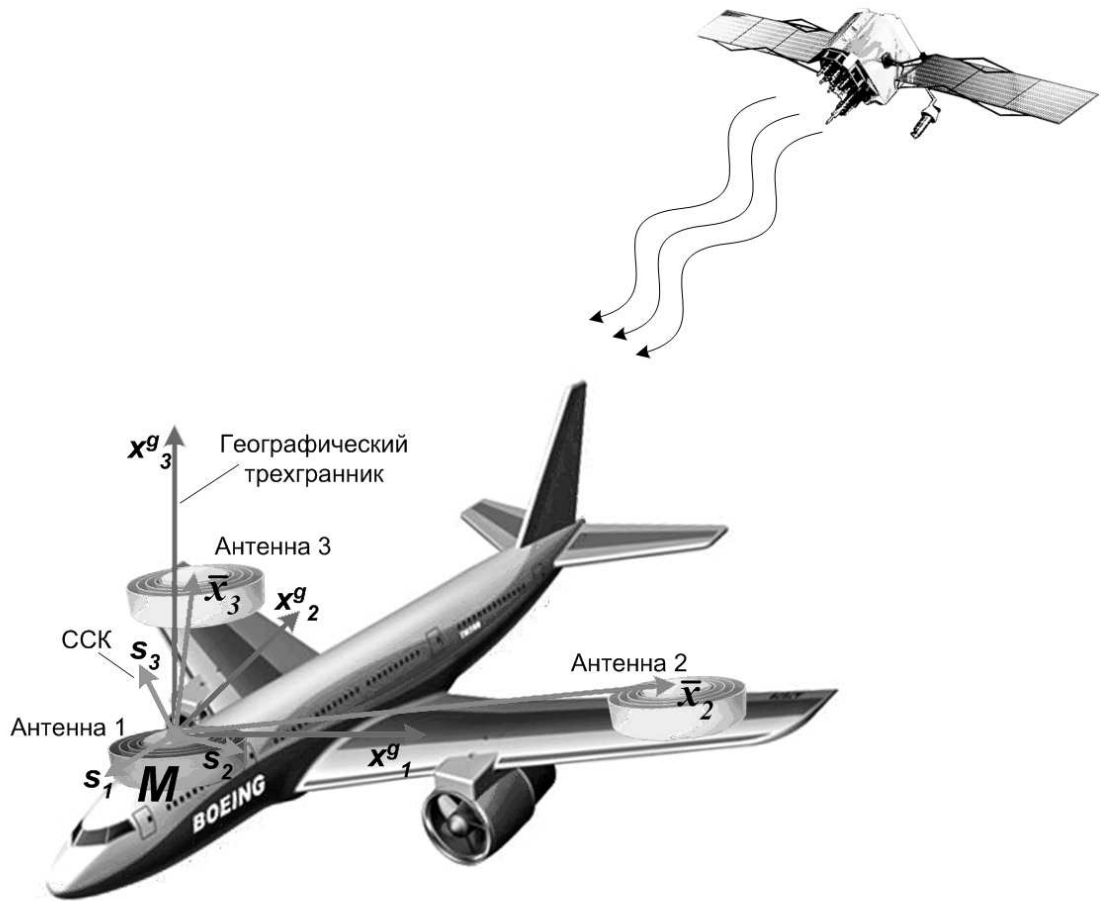


Рис. 4: Установка антенн на движущийся объект (схема)

Фазовые спутниковые измерения представляют из себя измерения фазы несущей радиосигналов, излучаемых навигационными спутниками американской системы GPS (Global positioning system) на частотах 1 575 420 (традиционно обозначается L1) и 1 268 520 (L2) КГц, и других навигационных систем (ГЛОНАСС, Galileo) на соответствующих частотах, и принимаемых антеннами, расположенными на объектах, для которых решаются задачи околоземной навигации.

Принципиальной алгоритмической сложностью является наличие в фазовых измерениях неопределенного количества целых циклов (длин волн), которые необходимо определить наряду с неизвестными координатами антенн (см. Рис. 5). В англоязычной литературе указанные величины именуются «(integer) phase ambiguity» — целочисленная фазовая неопределенность (или неоднознач-

ность). При известных значениях фазовых неопределенностей потенциальная точность фазовых измерений такова, что теоретически углы ориентации могут быть определены по ним с точностью до единиц угловых секунд (при расстоянии между антеннами порядка 20—30 м). На практике подобная точность труднодостижима, т.к. фазовые измерения формируются в процессе слежения за фазой несущей радиоволн, излучаемых навигационными спутниками, находящимися на большом расстоянии от приемника и, как следствие, подверженных разного рода помехам. Некоторые виды этих помех чрезвычайно трудно в полной мере скомпенсировать в реальных измерениях.

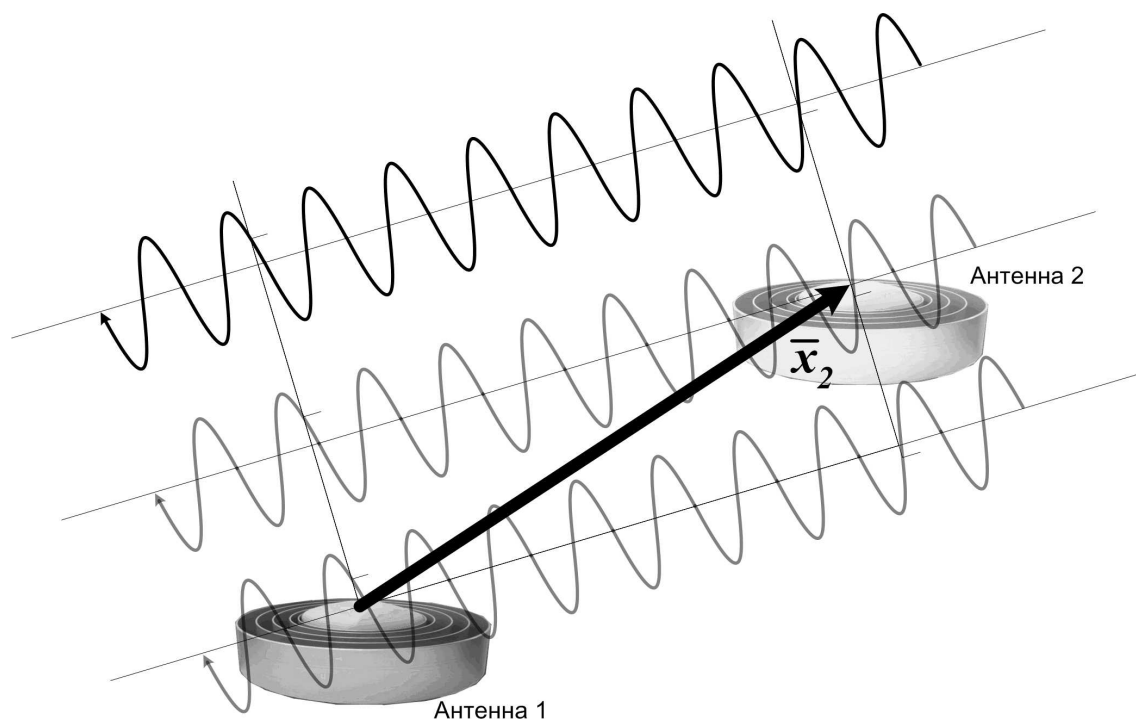


Рис. 5: Связь фазовых измерений с вектором, соединяющим приемные антенны

В каждый момент времени фазовые спутниковые измерения традиционно моделируются следующим уравнением:

$$\varphi = \rho/\lambda + n + \delta\varphi_{ion} + \delta\varphi_{trop} + \delta\varphi_{sat.clock} + \delta\varphi_{rec.clock} + \delta\varphi_{mp} + \delta\varphi_{ph.c.} + \delta\varphi_q. \quad (6)$$

В уравнении обозначено: φ — значение фазового спутникового измерения на выходе приемника GPS для одной антенны для сигнала от конкретного спутника системы GPS; традиционно размерность этого значения — доли цикла (периода) колебаний несущего радиосигнала; ρ — прямолинейное расстояние от точки излучения радиосигнала сигнала до точки его приема (именно это расстояние является полезной составляющей измерения); λ — длина волны несущего радиосигнала (составляет примерно 19 и 24 см для частот передачи L1 и L2 навигационной системы GPS соответственно); n — неопределенное число циклов (периодов), на которое отличается фазовое измерение в приемнике от истинного значения полной фазы несущего радиосигнала с момента излучения; остальные слагаемые являются различного рода погрешностями.

При определении ориентации удобно использовать не первичные измерения, а их так называемые *вторые разности*. В каждый момент времени t_j имеется набор измерений $\varphi_{i,j}^{L_k,s}$, соответствующих модели (6), где L_k обозначает частоту несущего радиосигнала, s — номер спутника, от которого сигнал получен, i — номер антенны. Вторые разности формируются согласно уравнениям $z_{i,j}^{L_k,s} = (\varphi_{i,j}^{L_k,s} - \varphi_{0,j}^{L_k,s}) - (\varphi_{i,j}^{L_k,0} - \varphi_{0,j}^{L_k,0})$ и не содержат большей части систематических погрешностей.

Существенными дополнительными измерениями являются геометрические параметры расположения антенн друг относительно друга, например расстояния между номинальными фазовыми центрами, которые измеряются с большой точностью доступными средствами. При наличии R антенн в каждый момент времени имеется $P = 3 \cdot (R-2)$ для $R \geq 3$ и $P = 1$ для $R = 2$ таких независимых геометрических параметров. Однако, связь этих параметров с оцениваемыми величинами нелинейна и имеет вид

$$\bar{x}^T A_p^T A_p \bar{x} = b_p^2, \quad p = 1..P \quad (7)$$

где матрицы A_p задаются очевидным образом, а b_p — расстояния между номинальными фазовыми центрами соответствующей пары антенн. Вектор \bar{x} составлен из координат векторов, соединяющих антенны.

Известно, что тропосфера и ионосфера Земли существенно влияют на проходящие через них радиосигналы. При этом чем больше расстояние, проходимое сигналом до приемника через атмосферу, тем больше связанная с этим погрешность. Например, для спутников, расположенных вблизи плоскости горизонта, указанное расстояние в 6—7 раз больше, чем для спутников, близких к направлению зенита. Математических моделей, позволяющих с высокой точностью определить зависимость уровня помех от угла возвышения навигационного спутника, не существует. Однако возможно ввести соответствующие весовые матрицы для измерений от спутников с различными углами возвышения, учет которых заметно повышает конечную точность оценки.

Математическая постановка задачи состоит в следующем. В дискретные моменты времени t_j имеются наборы вторых разностей фазовых спутниковых измерений, заданные моделью:

$$\begin{aligned} \bar{z}_{i,j}^{L_k} &= \frac{1}{\lambda_k} H_j \bar{x}_{i,j} + \bar{n}_{i,j}^{L_k} + \delta \bar{z}_{q,i,j}^{L_k}, \quad \forall j_1 M[\delta \bar{z}_{q,i,j}^{L_k} (\delta \bar{z}_{q,i,j_1}^{L_k})^T] = R_{zj} \delta_j^{j_1} \\ \bar{z}_{i,j}^{L_k} &\in \mathbf{R}^{S-1}, \quad \bar{x}_{i,j} \in \mathbf{R}^3, \quad \bar{n}_{i,j}^{L_k} \in \mathbf{Z}^{S-1}, \quad k \in \{1, 2\}, i = 2..R, j \in \mathbf{N} \cup \{0\} \end{aligned} \quad (8)$$

В уравнении (8) λ_k обозначает длину волны принимаемого излучения, i — номер антенны, R — количество приемных антенн, S — количество навигационных спутников, $\bar{n}_{i,j}^{L_k}$ — фазовая неопределенность, $\delta_j^{j_1}$ — символ Кронекера, $\delta \bar{z}_{q,i,j}^{L_k}$ — погрешность измерений, $M[\cdot]$ означает математическое ожидание, а матрица H соответствующим образом составлена из разностей векторов, направляющих на навигационные спутники. Целесообразно принять, что матрица ковариаций

остаточных шумов измерений R_{zj} не зависит от номера антенны и частоты принимаемого сигнала. Кроме того, известно, что

$$\bar{n}_{i,j}^{L_k} = \bar{n}_{i,0}^{L_k}, \quad (9)$$

$$b_p^2 + \delta b_p^2 = \bar{x}_j^T A_p^T A_p \bar{x}_j, \quad \delta b_p^2 \ll b_p^2, \quad (10)$$

$$\bar{x}_j = [\bar{x}_{2,j}^T \dots \bar{x}_{R,j}^T]^T \in \mathbf{R}^{3(R-1)}, \quad p = 1..P, \quad R \geq 2$$

Все векторы $\bar{x}_{i,j}$ соединяют точки некоторого твердого тела (а именно номинальные фазовые центры антенн, принимающих спутниковые радионавигационные сигналы). Требуется построить оценку $\tilde{x}_{i,j}$ этих векторов в каждый момент времени t_j , $j \geq 0$.

Приведенная задача оценки содержит нелинейные соотношения: уравнения (10) и целочисленность компонент векторов фазовой неопределенности $\bar{n}_{i,j}^{L_k}$. Кроме того, в каждый момент времени число измерений $2 \cdot (S - 1)(R - 1)$ меньше числа неизвестных $3 \cdot (R - 1) + 2 \cdot (S - 1)(R - 1)$, из-за чего оценка может быть вычислена только при обработке измерений за некоторый интервал времени.

Алгоритм решения задачи. Решение уточняется поэтапно, начиная с оценки по методу наименьших квадратов. Затем используется свойство целочисленности компонент фазовой неопределенности $\bar{n}_{i,j}^{L_k}$, учитываются корреляции двойных разностей фазовых спутниковых измерений и разница уровней помех в сигналах от спутников с разными углами возвышения над горизонтом, а также геометрические параметры расположения антенн друг относительно друга. Процедуры являются рекуррентными, т.е. в каждый момент времени используют только оценки и величины, полученные в предыдущий момент времени, и текущие измерения. Процедуры рассчитаны на применение в реальном времени. При пост-обработке измерений для достижения максимальной точности на протяжении всего интервала измерения (если это необходимо) дополнительно производится повторный проход по массиву измерений, в котором оценка целочисленной неопределенности считается известной.

При использовании классических соотношений метода наименьших квадратов для построения первого приближения в данной задаче потребовалось бы обрабатывать матрицы очень больших размерностей. Во избежание этого в работе построена простая рекуррентная процедура, оперирующая матрицами, максимальная размерность которых не больше количества измерений.

После очевидных упрощающих переобозначений уравнения (8) переписываются в виде $\zeta_j = \nu_0 + \theta_j \xi_j + \delta \zeta_j$ ($\zeta_j \in \mathfrak{R}^{2(S-1) \times (R-1)}$, $\theta_j \in \mathfrak{R}^{2(S-1) \times 3}$, $\xi_j \in \mathfrak{R}^{3 \times (R-1)}$). Далее пусть $\chi_j = E - \theta_j (\theta_j^T \theta_j)^{-1} \theta_j^T$. Введем две последовательности

η_N и ψ_N :

$$\eta_0 = \chi_0, \quad \eta_N = \eta_{N-1} \frac{N}{N+1} + \chi_N \frac{1}{N+1}, \quad (11)$$

$$\psi_0 = \chi_0 \zeta_0, \quad \psi_N = \psi_{N-1} \frac{N}{N+1} + \chi_N \frac{\zeta_N}{N+1}. \quad (12)$$

В новых обозначениях уравнение для оценки по методу наименьших квадратов имеет вид

$$\tilde{\nu}_0^{(N)} = \eta_N^{-1} \psi_N, \quad N \geq N_0, \quad (13)$$

$$\tilde{\xi}_j = (\theta_j^T \theta_j)^{-1} \theta_j^T (\zeta_j - \tilde{\nu}_0^{(N)}). \quad (14)$$

При этом матрицы $\theta_j^T \theta_j$ имеют размерности 3×3 , а матрицы χ_j , η_j — $2(S-1) \times 2(S-1)$. Перечисленные матрицы симметричны, что упрощает операции с ними. Существование обратных матриц обеспечивается свойствами спутниковых навигационных систем, начиная с некоторого N_0 .

Для ковариаций ошибок оценки $P_{\Delta\nu}^{(N)} = M \left[(\tilde{\nu}_0^{(N)} - \nu_0)(\tilde{\nu}_0^{(N)} - \nu_0)^T \right]$ и $P_{\Delta\xi}^{(N)} = M \left[(\tilde{\xi}_N - \xi_N)(\tilde{\xi}_N - \xi_N)^T \right]$ имеют место следующие выражения:

$$\sigma_0 = \chi_0 R_\zeta \chi_0, \quad \sigma_N = \sigma_{N-1} \frac{N^2}{(N+1)^2} + \chi_N R_\zeta \chi_N \frac{1}{(N+1)^2} \quad (15)$$

$$P_{\Delta\nu}^{(N)} = \eta_N^{-1} \sigma_N \eta_N^{-1}, \quad N \geq N_0 \quad (16)$$

$$P_{\Delta\xi}^{(N)} = (\theta_N^T \theta_N)^{-1} \theta_N^T \left[P_{\Delta\nu}^{(N)} + \left(E + \frac{2}{N+1} \eta_N^{-1} \chi_N \right) R_{\zeta N} \right] \theta_N (\theta_N^T \theta_N)^{-1}. \quad (17)$$

Величины, характеризующие качество полученной оценки вводятся на базе полученных ковариационных соотношений. Можно показать, что на существование и качество оценки влияет динамика матрицы θ , являющейся функцией координат навигационных спутников. Таким образом, качество оценки зависит от движения спутников рабочего созвездия. Для рассматриваемой задачи введем понятия «*факторов ухудшения точности по движению рабочего созвездия*» — DOP_{CK} («*dilution of precision due to constellation kinematics*»), аналогичные принятым в спутниковой навигации «*факторам ухудшения точности*». Определим такие величины для фазовой неопределенности — $ADOP_{CK}$ (ambiguity DOP_{CK}), и позиционного решения — $PDOP_{CK}$ (position DOP_{CK}):

$$ADOP_{CK}^{(N)} = \frac{1}{r_0} \sqrt{\text{tr} \left(P_{\Delta\nu}^{(N)} \right)}, \quad PDOP_{CK}^{(N)} = \frac{1}{r_0} \sqrt{\text{tr} \left(P_{\Delta\xi}^{(N)} \right)} \quad (18)$$

где $\text{tr}(\cdot)$ означает след матрицы, а r_0 — некоторый априорно выбранный характерный уровень шумов в измерениях. $ADOP_{CK}^{(N)}$ и $PDOP_{CK}^{(N)}$ зависят только от матриц $\theta_0, \dots, \theta_N$. Существенным отличием введенных характеристик от используемых в спутниковой навигации «*факторов ухудшения точности*» является то, что $ADOP_{CK}$ и $PDOP_{CK}$ вычисляются не для одного момента времени, а для заданного промежутка времени от начала измерений. Физически

эти величины характеризуют влияние динамики направляющих на навигационные спутники векторов на соотношение между ошибкой оценки, полученной по методу наименьших квадратов в рассматриваемой задаче, и уровнем шумов, содержащихся в измерениях. Оценку, полученную по методу наименьших квадратов, следует считать состоятельной, а наблюдаемость — имеющей место в случае, когда обе характеристики ограничены и убывают с течением времени (в частности, $ADOP_{СК}$ стремится к нулю).

После вычисления приближения по методу наименьших квадратов, производится исключение целочисленной неопределенности. С учетом геометрической информации о расположении антенн и различия в уровне помех для спутников с разными углами возвышения строится окончательная оценка относительных координат антенн. Для этого уравнения (10) линеаризуются вблизи оценки, полученной по методу наименьших квадратов.

С целью проверки и тестирования описанный алгоритм реализован в программном обеспечении и опробован на сериях реальных и полунатурных модельных измерений. Оценки по методу наименьших квадратов, полученные для нескольких серий реальных измерений, приведены на Рис. 6. Ожидаемые в соответствии с значениями $PDOP_{СК}$ границы для ошибки оценки показаны пунктиром.

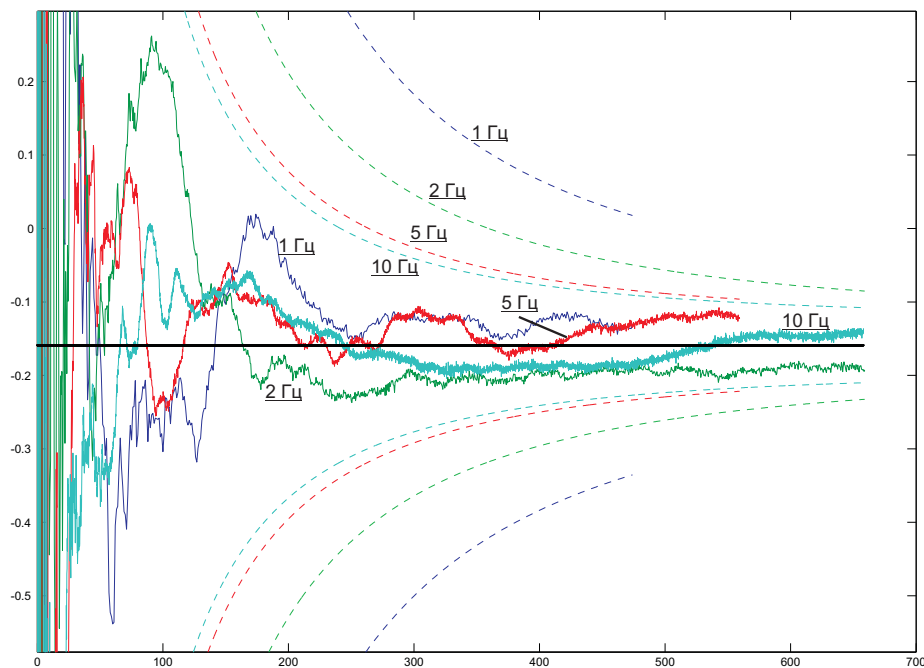


Рис. 6: Оценка компоненты x_3 (в метрах) по методу наименьших квадратов

Далее, после обработки в соответствии с последующими этапами оценивания, производится уточнение первого приближения. Для одной из серий измерений при различных внешних параметрах системы по простейшему некоторого

времени (1–10 мин в зависимости от числа видимых спутников) от начала оценивания получены следующие результаты:

Антенны	2	3	4	5	2	3	2	2	2	3
Спутники	5	5	5	5	6	6	7	8	9	7
СКО оценки, мм	> 100	> 100	> 100	~ 89	2.9	2.8	2.5	2.3	2.3	2.2
Антенны	3	3	4	5	4	5	4	5	4	5
Спутники	8	9	6	6	7	7	8	8	9	9
СКО оценки, мм	1.8	1.7	1.4	1.4	1.3	1.2	1.2	1.1	1.0	1.0

Средний (по набору экспериментов с одинаковыми параметрами) максимум нормы вектора ошибки оценки уменьшается от 0.3 м до 1 мм для обработанных последовательностей измерений с частотой 1 Гц. Некоторое время необходимо для того, чтобы ошибка оценки по методу наименьших квадратов стала достаточно малой (за счет постепенного повышения обусловленности задачи) для эффективного применения последующих этапов вычислений. При этом при наличии 6 и более видимых спутников прогнозируемая конечная точность определения углов ориентации (среднеквадратическое отклонение) составляет $(3–11)/L$ угловых минут, где L – расстояние между антеннами в метрах.

Выводы ко второй главе:

- Разработан алгоритм, позволяющий определять пространственную ориентацию объектов с точностью до десятков и единиц угловых минут (в зависимости от параметров системы) методами спутниковой навигации.
- Выведены соотношения рекуррентного фильтра, эквивалентного методу наименьших квадратов при обработке фазовых спутниковых измерений. Данные соотношения используют структурные особенности задачи и являются новыми.
- Введены характеристики влияния движения навигационных спутников на соотношение между ошибкой оценки и уровнем шумов в измерениях $DOP_{СК}$ – «dilution of precision due to constellation kinematics». По значениям этих характеристик пользователь имеет возможность оценивать достоверность полученных оценок.
- При обработке серий натурных измерений показана конструктивность предложенных характеристик.
- Результаты обработки реальных измерений показали работоспособность первого этапа алгоритма, а следовательно, возможность применения последующих этапов алгоритма. С использованием полунатурного моделирования показано улучшение оценки от этапа к этапу, а также проанализированы зависимости качества оценки от внешних параметров измерений.

Полученные результаты согласуются с зависимостями, ожидаемыми из общих соображений и демонстрируют работоспособность алгоритма в целом.

В заключении диссертационной работы приведены основные выводы.

Публикации по теме диссертации

1. *Н.Б. Вавилова, А.В. Козлов* Определение ориентации объекта по фазовым спутниковым измерениям от нескольких разнесенных антенн. Труды XV международного научно-технического семинара «Современные технологии в задачах управления, автоматике и обработки информации», МИФИ, 2006
2. *А.В. Козлов* Начальная выставка инерциальной навигационной системы на подвижном основании с использованием информации от разнесенных антенн спутниковой навигационной системы. Материалы IX конференции молодых ученых «Навигация и управление движением», Санкт-Петербург, ГНЦ ЦНИИ «Электроприбор», 2007
3. *А.В. Козлов* Начальная выставка инерциальной навигационной системы на подвижном основании с использованием информации от разнесенных антенн спутниковой навигационной системы, реферат доклада. «Гироскопия и навигация», N2 (57), Санкт-Петербург, ГНЦ ЦНИИ «Электроприбор», 2007
4. *А.В. Козлов, Н.А. Парусников* Автономное определение взаимной ориентации приборных трехгранников двух бескарданных инерциальных навигационных систем во время движения. «Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика» N1, Москва, МГУ, 2010
5. *А.В. Козлов* Рекуррентная форма метода наименьших квадратов в задаче обработки фазовых спутниковых навигационных измерений. «Известия РАН. Теория и системы управления» N2, Москва, Наука, 2010
6. *A. V. Kozlov* Recurrent Form of the Least Squares Method in the Problem of Processing Phase Satellite Navigation Measurements. Journal of Computer and Systems Sciences International, Vol. 49, No. 2, Pleiades Publishing Ltd., Москва, 2010