

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Акимов Павел Александрович

**МЕТОД l_1 -АППРОКСИМАЦИИ В НАВИГАЦИОННЫХ
ЗАДАЧАХ ОЦЕНИВАНИЯ**

Специальность 01.02.01 – теоретическая механика

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва 2011

Работа выполнена на кафедре прикладной механики и управления
механико-математического факультета
Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова.

Научный

руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор Матасов Александр Иванович

Официальные

оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор
Хаметов Владимир Минирович
кандидат физико-математических наук, доцент
Семенихин Константин Владимирович

Ведущая

организация: Учреждение Российской академии наук
Институт проблем управления
имени В.А. Трапезникова РАН

Защита состоится 3 июня 2011 г. в 16.30 на заседании диссертационного совета Д.501.001.22 при Московском государственном университете им. М.В.Ломоносова по адресу: 119992, Москва, Ленинские горы, Главное здание МГУ, механико-математический факультет, аудитория 16-10.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова.

Автореферат разослан 28 апреля 2011 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета

Д.501.001.22 при МГУ

кандидат физико-математических наук, доцент

В. А. Прошкин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В задачах прикладной математики и механики часто возникает необходимость оценить значения неизвестных параметров по произведенным измерениям. В данной диссертации представлен один из подходов к задачам оценивания — метод l_1 -аппроксимации, также называемый методом наименьших модулей (МНМ).

Известно, что по сравнению с многими другими методами оценивания l_1 -аппроксимация обладает большей устойчивостью по отношению к аномально большим ошибкам в измерениях. Кроме того, как показано в диссертации, l_1 -аппроксимация может быть с успехом применена в динамических задачах оценивания в случае, когда некоторые параметры рассматриваемых систем меняются скачкообразно.

Идея использования метода наименьших модулей в прикладных задачах не нова. У истоков данного направления стояли П.С. Лаплас и Р. Боскович. Среди современных исследований в этой области необходимо упомянуть работы И.Б. Челпанова, В.И. Мудрова и В.Л. Кушко, П. Блумфилда и У. Стейгера. Важное место l_1 -аппроксимация занимает и в работах С. Бойда и Б.Т. Поляка, посвященных теории выпуклых задач оптимизации. Однако метод наименьших модулей непрост с вычислительной точки зрения в случае большого количества измерений и неизвестных параметров. Поэтому в динамических проблемах оценивания, нередко возникающих в навигации, l_1 -аппроксимация почти не использовалась. В связи с этим, значительный интерес вызывают алгоритмы численного решения, позволяющие выполнять обработку измерений за ограниченное время и с приемлемой точностью. Этому вопросу посвящена отдельная часть диссертации.

Значительное внимание в данной работе уделено применению l_1 -аппроксимации для обработки результатов стендовых испытаний бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) — устройств, предназначенных для определения местоположения, скорости и ориентации движущегося объекта при помощи инерциальных датчиков (акселерометров и гироскопов). Решается задача, состоящая в определении моментов и величин скачков в показаниях инерциальных датчиков БИНС. Интерес к данному направлению исследований возник в связи с сотрудничеством лаборатории управления и навигации МГУ с Московским институтом электромеханики и автоматики.

Основы современной теории навигационных задач оценивания заложены в работах А.Ю. Ишлинского, В.Д. Андреева, Г.О. Фридлендера, Е.А. Девянина и Н.А. Парусникова. Большой практический опыт в этой области накоплен в лаборатории управления и навигации МГУ им. М.В. Ломоносова. Так, эффективные алгоритмы численного решения навигационных задач оценивания разработаны Ю.В. Болотиным, Н.Б. Вавиловой, А.А. Голованом и В.В. Тихомировым.

Часть современных исследований по навигации посвящена и обработке информации с аномально большими ошибками. Большое распространение получили робастные статистические методы, представленные, например, в монографии Дж. П. Хьюбера. Также необ-

ходимо отметить диссертацию А.Ю. Невидомского, в которой применительно к навигации и гравиметрии рассмотрены робастные методы оценивания, в том числе и метод наименьших модулей. Еще один способ оценивания в случае скачков в обрабатываемых сигналах основан на так называемом банке фильтров Калмана. Одним из первых методике использования данного подхода описал Д.Г. Лайниотис. Существенное развитие его результатов предложено в работах С.П. Дмитриева, О.А. Степанова и Д.А. Кошаева, посвященных методу многоальтернативной фильтрации в навигационных задачах оценивания.

Как правило, подходы к обработке навигационной информации основаны на статистических методах оценивания. Рассмотренный в данной работе метод l_1 -аппроксимации принципиально отличается от них: он является детерминированным и не требует привлечения гипотез о вероятностных свойствах изучаемых явлений.

Цель работы. Цель диссертации состоит в том, чтобы на основе метода l_1 -аппроксимации разработать математическую формализацию и алгоритмы решения для навигационных проблем оценивания (в том числе, динамических), обладающие высокой эффективностью для систем с аномально большими измерительными ошибками и скачками в оцениваемых параметрах.

Достоверность и обоснованность. Разработанная в диссертации методика применения l_1 -аппроксимации основана на теории выпуклых вариационных задач, а также на принятых в математической теории навигации моделях и методах. Предложенные алгоритмы и все численные эксперименты реализованы в системе Matlab.

Научная новизна. В данной работе представлена новая методика использования l_1 -аппроксимации в динамических задачах оценивания, возникающих в навигации. При помощи этого метода решена задача по определению моментов и величин скачков в показаниях чувствительных элементов бесплатформенных инерциальных навигационных систем при стендовых испытаниях.

Кроме того, для одного из алгоритмов численного решения задачи l_1 -аппроксимации — алгоритма Вейсфельда — предложены оценки уровней неоптимальности, позволяющие контролировать качество приближенных решений.

Теоретическая и практическая ценность. В работе на основе l_1 -аппроксимации построены методы идентификации скачков в показаниях чувствительных элементов инерциальных навигационных систем. Также представлены алгоритмы обработки сигналов спутниковых навигационных систем, особенно эффективные в случае аномально больших измерительных ошибок. Построены оценки уровней неоптимальности текущих итераций для алгоритмов решения задач оценивания по методу наименьших модулей, что повышает эффективность соответствующих численных процедур.

Обсуждение работы и публикации. Результаты диссертации докладывались на конференции молодых ученых „Навигация и управление движением“ (С.-Петербург, 2008 г.),

на международной научной конференции „Физика и управление“ (4th International Scientific Conference on Physics and Control, Катания, Италия, 2009 г.), на 3-й мультиконференция по проблемам управления (С.-Петербург, 2010 г.), на научном семинаре им. А.Ю. Ишлинского (МГУ, 2009, 2010, 2011 гг.), на научном семинаре по теории автоматического управления и оптимизации под руководством Б.Т. Поляка (ИПУ РАН, 2011 г.).

Основные результаты диссертации опубликованы в пяти работах, еще одна работа (в трудах 18-го конгресса ИФАК) принята к публикации. Список публикаций приведен в конце автореферата. Работа над диссертацией выполнялась при поддержке РФФИ (проект № 08-08-00904-а).

Структура и объем диссертации. Работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы (57 наименований). В работе приведено 42 рисунка. Общий объем диссертации составляет 133 страницы.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** формулируется цель диссертации, определяется ее научная новизна и актуальность, определяется ее место среди работ в области инерциальной навигации и l_1 -оптимизации. Также во введении представлена структура работы и краткое содержание ее глав.

В **первой главе** рассматривается классический метод наименьших модулей, который позволяет эффективно обрабатывать данные с аномально большими ошибками. Описывается алгоритм вариационно-взвешенных квадратических приближений (алгоритм Вейсфельда). При помощи теории двойственности выпуклых вариационных задач получены оценки неоптимальности итераций этого алгоритма, позволяющие контролировать качество приближенного решения.

Постановка задачи

Пусть по произведенным измерениям необходимо оценить значения неизвестных параметров, которые связаны с измерениями соотношением:

$$z = H^T q + r,$$

где $z \in \mathbf{R}^N$ — вектор измерений, $q \in \mathbf{R}^n$ — неизвестный векторный параметр, $r \in \mathbf{R}^N$ — вектор ошибок измерений, $H = (H_1, \dots, H_N)$ — заданная матрица размерности $n \times N$ ($N \geq n$).

Метод наименьших модулей состоит в решении вариационной задачи:

$$I(q) = \sum_{i=1}^N |z_i - H_i^T q| \rightarrow \inf_{q \in \mathbf{R}^n}, \quad (1)$$

т. е. в минимизации l_1 -нормы вектора невязки.

Данный метод позволяет эффективно решать задачу оценивания, даже в случае, когда измерения содержат аномально большие ошибки (сбои). В этом состоит отличие МНМ от широко известного метода наименьших квадратов (МНК), обладающего хорошими свойствами осреднения, но не обладающего помехоустойчивостью по отношению к аномально большим ошибкам измерений.

Существует несколько способов решения вариационной проблемы (1). Среди них можно указать подход, основанный на линейном программировании, а также метод Вейсфельда¹. Ценность метода Вейсфельда состоит в том, что он чрезвычайно прост в реализации. Кроме того, зачастую он позволяет обрабатывать значительно большие массивы измерений, чем алгоритмы, основанные на линейном программировании.

Метод Вейсфельда

Идея метода Вейсфельда (метода вариационно-взвешенных квадратических приближений) заключается в том, что производится последовательность итераций, на каждой из которых ищется вектор, минимизирующий квадратичную по q форму:

$$q^{(k)} = \operatorname{argmin} Q(q, q^{(k-1)}), \quad Q(q, q^{(k-1)}) = \sum_{i=1}^N W_i^{(k-1)} |z_i - H_i^T q|^2, \quad (2)$$

где k — номер итерации, $q^{(k-1)}$ — вектор, полученный на предыдущей итерации, $W_i^{(k-1)}$ — весовой коэффициент, соответствующий i -й компоненте вектора невязки на предыдущем шаге:

$$W_i^{(k-1)} = \begin{cases} \frac{1}{2\alpha}, & \text{если } |z_i - H_i^T q^{(k-1)}| \leq \alpha, \\ \frac{1}{|z_i - H_i^T q^{(k-1)}|}, & \text{если } |z_i - H_i^T q^{(k-1)}| > \alpha. \end{cases}$$

Параметр $\alpha > 0$ в алгоритме характеризует малость компонент $|z_i - H_i^T q^{(k-1)}|$. Он вводится для того, чтобы избежать деления на очень маленькие числа. В качестве начального вектора $q^{(0)}$ (при $k = 0$), берется некоторое априорное (возможно, грубое) значение неизвестного параметра. Задача нахождения минимума функции $Q(q, q^{(k-1)})$ (2) представляет собой стандартную проблему взвешенного МНК.

Вопрос о сходимости алгоритма Вейсфельда остается открытым. Поэтому представляется важным оценить, насколько близким к оптимальному является полученный на текущем шаге вектор $q^{(k)}$, т. е. насколько $I(q^{(k)})$ близко к неизвестному оптимальному значению $I_0 = I(q^0)$, где q^0 — решение задачи (1).

Уровнем неоптимальности k -й итерации метода Вейсфельда назовём величину

$$\Delta = \frac{I(q^{(k)})}{I(q^0)}.$$

¹Мудров В.И., Кушко В.Л. *Методы обработки измерений: квазиравдоподобные оценки*.— М.: Радио и связь, 1983.

Точное значение уровня неоптимальности неизвестно, так как неизвестно оптимальное значение целевого функционала $I_0 = I(q^0)$. В диссертации предлагаются два способа построения оценки Δ_0 уровня неоптимальности Δ . Эти оценки дают критерий останковки вычислительного процесса. Если на данном шаге $\Delta \leq \Delta_0$ и Δ_0 достаточно близко к единице, то $I(q^{(k)})$ и I_0 тоже мало отличаются. Тогда $q^{(k)}$ можно взять в качестве удачного приближенного решения задачи (1).

Оценки сверху для уровня неоптимальности

В диссертации предложены два способа получения верхних оценок уровней неоптимальности. Используемый для этого подход основан на том, что неизвестное минимальное значение функционала I_0 может быть оценено снизу при помощи соотношения двойственности, связывающего исходную задачу (1) и проблему, двойственную к ней².

Первый вариант оценки уровня неоптимальности представлен в следующей теореме.

Теорема 1. [4] Пусть $q^{(k)}$ — решение задачи взвешенного МНК (2). Тогда для уровня неоптимальности Δ имеет место неравенство

$$\Delta \leq \Delta_0^{(1)}, \quad \text{где} \quad \Delta_0^{(1)} = \frac{\|z - H^T q^{(k)}\|_1 \cdot \|W(z - H^T q^{(k)})\|_\infty}{(z - H^T q^{(k)})^T W^2 (z - H^T q^{(k)})}, \quad (3)$$

$W = \text{diag}(W_1^{(k-1)}, \dots, W_N^{(k-1)})$.

Для получения этой оценки также использовалось решение проблемы, двойственной к задаче взвешенного МНК (2).

Второй вариант оценки уровня неоптимальности кроме соотношения двойственности использует следующий классический результат.

Теорема 2.³ Пусть $\text{rank } H = n$. Тогда существует q^0 — решение задачи (1) такое, что n компонент вектора невязки $z_i - H_i^T q^0$, соответствующие линейно независимым векторам H_i , равны нулю.

Пусть q^0 — решение задачи (1), которое обладает указанным в теореме 2 свойством. Обозначим множество индексов нулевых компонент вектора $z_j - H_j^T q^0$ через \mathcal{K} :

$$z_j - H_j^T q^0 = 0, \quad j \in \mathcal{K}. \quad (4)$$

Теорема 3. [4] Пусть q^0 — решение задачи (1), обладающее свойством (4). Вектор λ^0 является решением проблемы, двойственной к (1), тогда и только тогда, когда для компонент λ_i^0 имеют место следующие соотношения:

$$\lambda_i^0 = \text{sign}(z_i - H_i^T q^0), \quad i \notin \mathcal{K}, \quad H\lambda^0 = 0, \quad \|\lambda^0\|_\infty \leq 1. \quad (5)$$

²Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. *Оптимальное управление*.—М.: Физматлит, 2005.

³Bloomfield P., Steiger W.L. *Least Absolute Deviations: Theory, Applications, and Algorithms*. Boston-Basel-Stuttgart: Birkhäuser, 1983.

Теорема 3 указывает на способ построения вектора λ^a , являющегося аппроксимацией λ^0 . Его компоненты зададим равенствами:

$$\lambda_i^a = \text{sign}(z_i - H_i^T q^{(k)}), \quad i \notin \tilde{K}, \quad \sum_{j \in \tilde{K}} H_j \lambda_j^a = - \sum_{i \notin \tilde{K}} H_i \lambda_i^a,$$

где $\tilde{K} = \{j_1, \dots, j_n\}$ – множество индексов, соответствующих n наименьшим по модулю компонентам вектора невязки $z - H^T q^{(k)}$. Если матрица $(H_{j_1}, \dots, H_{j_n})$ невырождена и выполнено предположение $z_i - H_i^T q^{(k)} \neq 0$, $i \notin \tilde{K}$, то вектор λ^a можно однозначно определить.

Соотношение двойственности позволяет при помощи λ^a получить неравенство для Δ :

$$\Delta = \frac{I(q^{(k)})}{I^0} \leq \frac{\|z - H^T q^{(k)}\|_1 \cdot \|\lambda^a\|_\infty}{|z^T \lambda^a|} = \Delta_0^{(2)}. \quad (6)$$

Оценка $\Delta_0^{(2)}$ особенно точна на достаточно „поздних“ итерациях (когда приближенное решение близко к оптимальному). Она может быть применена не только для алгоритма Вейсфелда, поскольку не зависит от способа получения вектора $q^{(k)}$.

Эффективность предложенной в первой главе методики продемонстрирована на примерах обработки сигналов спутниковых навигационных систем. Решение задач с умеренным числом измерений и неизвестных параметров показывает, что метод Вейсфелда, будучи очень простым в реализации, приводит к тем же результатам, что и алгоритмы, основанные на линейном программировании. Также установлено, что алгоритм Вейсфелда, усовершенствованный при помощи построения оценок уровней неоптимальности, позволяет за приемлемое время решать проблемы вида (1) даже в тех случаях, когда другие методы не могут быть использованы (например, в силу нехватки вычислительных ресурсов компьютера).

Во **второй главе** предлагается новый метод идентификации скачков в погрешностях инерциальных датчиков (акселерометров и гироскопов) бесплатформенных инерциальных навигационных систем. В основе этого метода лежит идея l_1 -аппроксимации.

Математическая модель БИНС

В диссертации рассматриваются стендовые испытания БИНС для случая, когда основание системы неподвижно, а координаты точки проведения эксперимента известны. Тогда уравнения ошибок (ошибок определения координат, скорости и углов ориентации) записываются следующим образом⁴:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x}_1 &= \delta V_1, & \Delta \dot{x}_2 &= \delta V_2, \\ \delta \dot{V}_1 &= 2u_3 \delta V_2 - \left(\beta_2 + \frac{\Delta x_1}{a} \right) g + \varkappa_1, \\ \delta \dot{V}_2 &= -2u_3 \delta V_1 + \left(\beta_1 - \frac{\Delta x_2}{a} \right) g + \varkappa_2, \\ \dot{\beta}_1 &= u_3 \beta_2 - u_2 \beta_3 + \varkappa_3, \end{aligned} \quad (7)$$

⁴Голован А.А., Парусников Н.А. *Математические основы навигационных систем. Часть I. Математические модели инерциальной навигации.*— М.: Изд-во МГУ, 2010.

$$\begin{aligned}\dot{\beta}_2 &= -u_3\beta_1 + \varkappa_4, \\ \dot{\beta}_3 &= u_2\beta_1 + \varkappa_5.\end{aligned}$$

В системе уравнений (7) введены следующие обозначения: $\Delta x_1, \Delta x_2$ — горизонтальные ошибки в определении местоположения; $\delta V_1, \delta V_2$ — первые две компоненты динамической ошибки определения относительной скорости; $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)^T$ — компоненты вектора угловой кинематической ошибки; $(0, u_2, u_3)^T = (0, u \cos \varphi, u \sin \varphi)^T$ — компоненты вектора угловой скорости вращения Земли в проекциях на оси идеального географического трехгранника; φ — широта места проведения испытаний, u — величина угловой скорости вращения Земли; a — большая полуось земного эллипсоида; g — абсолютная величина ускорения силы тяжести в месте проведения эксперимента.

Также в (7) введены обозначения для погрешностей инерциальных датчиков: \varkappa_1, \varkappa_2 — погрешности акселерометров; $\varkappa_3, \varkappa_4, \varkappa_5$ — погрешности датчиков угловой скорости.

Погрешности \varkappa_j , $j = \overline{1, 5}$, стоящие в правой части уравнений (7), отвечают суммарным неточностям в показаниях акселерометров или датчиков угловой скорости: смещениям нулей, ошибкам масштабных коэффициентов, углам перекосов осей чувствительности. Ошибки \varkappa_j также содержат аддитивные непараметрические высокочастотные погрешности чувствительных элементов. Как правило, смещения нуля и прочие параметрические ошибки (обозначим их \varkappa_j^{par}) не меняются на достаточно длительных отрезках времени. Однако иногда в смещениях нулей (как акселерометров, так и датчиков угловой скорости) могут иметь место скачкообразные изменения:

$$\varkappa_j(t) = \varkappa_j^{\text{par}}(t) + \varkappa_j^{\text{np}}(t), \quad \varkappa_j^{\text{par}}(t) = \begin{cases} \varkappa_j^-, & t \leq t_j \\ \varkappa_j^+, & t > t_j, \end{cases}$$

где $\varkappa_j^{\text{np}}(t)$ — непараметрические флуктуационные составляющие погрешностей. Отметим, что на протяжении эксперимента скачкообразные изменения погрешностей могут происходить неоднократно, хотя достаточно редко.

При наличии указанных скачков нет возможности провести надежную калибровку, т.е. определить систематические погрешности датчиков. Поэтому наличие скачков важно для принятия решения о недопущении БИНС к эксплуатации. Таким образом, возникает необходимость выявлять моменты, когда скачки произошли, и их величины. Чтобы построить алгоритм определения сбоев, расширим вектор состояния системы (7), включив в него параметры \varkappa_j . Формирующие дифференциальные уравнения для них имеют вид:

$$\dot{\varkappa}_j = \delta \varkappa_j(t), \quad j = \overline{1, 5}, \quad (8)$$

где $\delta \varkappa_j$ — функции, характеризующие шумы в формирующих фильтрах. Структура $\delta \varkappa_j$ описывается соотношениями:

$$\delta \varkappa_j(t) = \dot{\varkappa}_j^{\text{np}}(t) + (\varkappa_j^+ - \varkappa_j^-) \delta(t - t_j), \quad j = \overline{1, 5}.$$

Здесь $\varkappa_j^{\text{par}}(t)$ – функции, соответствующие „стандартным“ составляющим шумов в правых частях формирующих фильтров (8), а $\delta(t - t_j)$ – дельта-функции Дирака, соответствующие скачкообразным изменениям величин \varkappa_j . Тем самым, в отличие от первой главы, появление выбросов (сбоев) предполагается не в измерениях, а в динамике системы.

Для численной реализации алгоритмов оценивания неизвестных параметров производится переход от дифференциальных уравнений к разностным. Рассмотрим набор дискретных моментов времени $t_k = k\Delta t$, $k = 0, 1, \dots, K$, где Δt – фиксированный шаг дискретизации, соответствующий, например, частоте поступления измерительной информации. Момент начала измерений без ограничения общности будем считать нулевым. Тогда согласно стандартному приему можно выписать дискретный аналог (7), (8):

$$\begin{aligned} \Delta x_i(t_{k+1}) &= \Delta x_i(t_k) + \Delta t \delta V_i(t_k), \quad i = 1, 2, \\ \delta V_1(t_{k+1}) &= \delta V_1(t_k) + \Delta t \left(2u_3 \delta V_2 - \left(\beta_2 + \frac{\Delta x_1}{a} \right) g + \varkappa_1 \right) (t_k), \\ \delta V_2(t_{k+1}) &= \delta V_2(t_k) + \Delta t \left(-2u_3 \delta V_1 + \left(\beta_1 - \frac{\Delta x_2}{a} \right) g + \varkappa_2 \right) (t_k), \\ \beta_1(t_{k+1}) &= \beta_1(t_k) + \Delta t (u_3 \beta_2 - u_2 \beta_3 + \varkappa_3) (t_k), \\ \beta_2(t_{k+1}) &= \beta_2(t_k) + \Delta t (-u_3 \beta_1 + \varkappa_4) (t_k), \\ \beta_3(t_{k+1}) &= \beta_3(t_k) + \Delta t (u_2 \beta_1 + \varkappa_5) (t_k), \\ \varkappa_j(t_{k+1}) &= \varkappa_j(t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \delta \varkappa_j(\tau) d\tau, \quad j = \overline{1, 5}, \quad k = 0, 1, \dots, K - 1. \end{aligned} \tag{9}$$

Выходная информации БИНС содержит бортовые значения координат и скорости расчетной точки в дискретные моменты времени. Кроме того, вычисляются углы курса, тангажа и крена приборного трехгранника. Помимо указанной инерциальной информации о координатах и скоростях объекта, на котором установлена БИНС, используется так называемая сторонняя информация, т. е. данные, поступающие не из инерциальной системы. Применительно к решаемой проблеме можно выделить три типа сторонней информации: позиционную информацию — знание координат точки проведения эксперимента; скоростную информацию — знание о том, что корпус БИНС неподвижен относительно Земли; угловую информацию — показания датчиков углов стенда, позволяющие оценить углы курса, тангажа и крена.

Используя математические модели для указанных типов информации, а также стандартные соотношения инерциальной навигации [3, 6], можно сформировать измерения компонент фазового вектора уравнений ошибок (9):

$$z_{xi}(t_k) = \Delta x_i(t_k) + r_{xi}(t_k), \tag{10}$$

$$z_{Vi}(t_k) = \delta V_i(t_k) + r_{Vi}(t_k), \quad i = 1, 2, \quad k = 0, \dots, K, \tag{11}$$

где $z_{xi}(t_k), z_{Vi}(t_k)$ — известные величины, вычисляемые на основе выходных сигналов БИНС и сторонней информации, $r_{xi}(t_k), r_{Vi}(t_k)$ — соответствующие ошибки этих измерений. Угловая информация описывается формулами:

$$\begin{aligned} z_\psi(t_k) &= \beta_3(t_k) + r_\psi(t_k), & z_\theta(t_k) &= \beta_1(t_k) + r_\theta(t_k), \\ z_\kappa(t_k) &= \beta_2(t_k) + r_\kappa(t_k), & k &= 0, \dots, K; \end{aligned} \quad (12)$$

здесь $z_\psi(t_k), z_\theta(t_k), z_\kappa(t_k)$ также известны и строятся на основе выходных сигналов и показаний датчиков углов стенда, а $r_\psi(t_k), r_\theta(t_k), r_\kappa(t_k)$ — ошибки измерений.

Два варианта декомпозиции системы

Ошибки в измерениях (10)-(12) координат, скоростей и углов ориентации достаточно малы, поэтому становится возможным упростить исходную систему разностных уравнений (9), подставив эти измерения в ее правую часть.

Первый вариант упрощения соответствует случаю, когда измеряется лишь угол курса ψ . Тогда в динамической системе (9) можно произвести декомпозицию, исключив из рассмотрения первые два уравнения, уравнения для β_3 и \varkappa_5 , и подставив в правую часть системы измерения $z_{xi}(t_k), z_{Vi}(t_k)$ и $z_\psi(t_k)$. В результате получим неоднородную динамическую систему:

$$\begin{aligned} \delta V_1(t_{k+1}) &= \delta V_1(t_k) + \Delta t \left(2u_3 z_{V2} - \beta_2 g - \frac{z_{x1}}{a} g + \varkappa_1 \right) (t_k), \\ \delta V_2(t_{k+1}) &= \delta V_2(t_k) + \Delta t \left(-2u_3 z_{V1} + \beta_1 g - \frac{z_{x2}}{a} g + \varkappa_2 \right) (t_k), \\ \beta_1(t_{k+1}) &= \beta_1(t_k) + \Delta t (u_3 \beta_2 - u_2 z_\psi + \varkappa_3) (t_k), \\ \beta_2(t_{k+1}) &= \beta_2(t_k) + \Delta t (-u_3 \beta_1 + \varkappa_4) (t_k), \\ \varkappa_j(t_{k+1}) &= \varkappa_j(t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \delta \varkappa_j(\tau) d\tau, \quad j = \overline{1, 4}, \quad k = 0, 1, \dots, K-1. \end{aligned} \quad (13)$$

Таким образом, вектор состояния декомпозированной системы имеет вид:

$$X(k) = (\delta V_1, \delta V_2, \beta_1, \beta_2, \varkappa_1, \varkappa_2, \varkappa_3, \varkappa_4)^T (t_k) \in \mathbf{R}^8. \quad (14)$$

В качестве измерений компонент этого вектора будет использоваться информация о динамических ошибках δV_i (11):

$$z(k) = H X(k) + r(k), \quad k = 1, \dots, K, \quad (15)$$

где

$$z(k) = (z_{V1}, z_{V2})^T (t_k), \quad H = (E_{2 \times 2} \ 0_{2 \times 6}) \in \mathbf{R}^{2 \times 8}, \quad r(k) = (r_{V1}, r_{V2})^T (t_k), \quad k = 1, \dots, K.$$

Используя знания о том, каких величин могут достигать различные составляющие погрешностей в показаниях чувствительных элементов (смещения нулей, перекосы осей, ошибки

в масштабных коэффициентах), можно записать априорную информацию о $\varkappa_j(0)$ в виде фиктивных измерений:

$$0 = \varkappa_j(0) + r_{\varkappa j}, \quad j = \overline{1, 4}, \quad (16)$$

где $r_{\varkappa j}$ — соответствующие неточности в априорной информации.

Второй вариант декомпозиции может быть осуществлен, если при стендовых испытаниях измеряются углы тангажа и крена корпуса БИНС. В этом случае в правую часть системы (9) подставляются и измерения $z_\kappa(t_k), z_\theta(t_k)$. В результате дополнительной замены переменных, цель которой — исключить постоянные составляющие (обусловленные постоянными погрешностями стенда) из уравнений для измерений (12), получаются две независимые (без общих неизвестных) системы уравнений:

$$\begin{aligned} \delta V_1(t_{k+1}) &= \delta V_1(t_k) + \Delta t \left(2u_3 z_{V2} - \beta'_2 g - \frac{z_{x1}}{a} g + \varkappa'_1 \right) (t_k), \\ \beta'_2(t_{k+1}) &= \beta'_2(t_k) + \Delta t (-u_3 z_\theta + \varkappa_4) (t_k), \\ \varkappa'_1(t_{k+1}) &= \varkappa'_1(t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \delta \varkappa_1(\tau) d\tau, \\ \varkappa_4(t_{k+1}) &= \varkappa_4(t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \delta \varkappa_4(\tau) d\tau, \quad k = 0, \dots, K-1; \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \delta V_2(t_{k+1}) &= \delta V_2(t_k) + \Delta t \left(-2u_3 z_{V1} + \beta'_1 g - \frac{z_{x2}}{a} g + \varkappa'_2 \right) (t_k), \\ \beta'_1(t_{k+1}) &= \beta'_1(t_k) + \Delta t (u_3 z_\kappa - u_2 z_\psi + \varkappa_3) (t_k), \\ \varkappa'_2(t_{k+1}) &= \varkappa'_2(t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \delta \varkappa_2(\tau) d\tau, \\ \varkappa_3(t_{k+1}) &= \varkappa_3(t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \delta \varkappa_3(\tau) d\tau, \quad k = 0, \dots, K-1. \end{aligned} \quad (18)$$

Здесь величины $\beta'_1(t_k), \beta'_2(t_k), \varkappa'_1(t_k), \varkappa'_2(t_k)$ отличаются от соответствующих исходных переменных на константы, зависящие от постоянных составляющих погрешностей в измерениях (12).

Измерения компонент фазового вектора $X(k) = (\delta V_1, \beta'_2, \varkappa'_1, \varkappa_4) (t_k)$ системы (17), в соответствии с (11) и (12), сформируем следующим образом:

$$z(k) = H X(k) + r(k), \quad k = 1, \dots, K, \quad (19)$$

где $z(k), H, r(k)$ задаются соотношениями

$$H = (E_{2 \times 2} \ 0_{2 \times 2}), \quad z(k) = (z_{V1}, z_\kappa)^T (t_k), \quad r(k) = (r_{V1}, r_\kappa^{\text{fl}})^T (t_k),$$

а $r_\kappa^{\text{fl}}(t_k)$ — флуктуационная (непостоянная, с нулевым средним) составляющая погрешности $r_\kappa(t_k)$. Аналогичным образом измерения строятся и для фазового вектора системы (18) $X(k) = (\delta V_2, \beta'_1, \varkappa'_2, \varkappa_3) (t_k)$.

Информация о векторе начального состояния систем (13), (17), (18), может быть получена из равенств (16), а также соотношений начальной выставки.

Итак, соотношения (13), (15) или (17), (19), или схожие с ними формулы для системы (18), задают модели объекта и измерений для задачи оценивания. Отметим, что при помощи моделей вида (17), (19) исходные погрешности чувствительных элементов $\varkappa_1(t_k), \varkappa_2(t_k)$ оцениваются с дополнительным сдвигом. Однако на оценки величин и моментов скачков указанные сдвиги никакого влияния не оказывают. Поэтому для выявления этих скачков системы (17), (18) вполне подходят.

Важно отметить, что алгоритмы численного решения, используемые в данном исследовании, оперируют не непосредственно с полученными ранее моделями, а с их безразмерными аналогами. Так делается для того, чтобы все переменные имели приблизительно одинаковый масштаб, порядка единицы. В этом случае точность и надежность вычислительных процедур значительно повышаются.

Вариационные проблемы

Сформулируем основную вариационную задачу, при помощи которой ищутся оценки вектора состояния рассмотренных ранее динамической системы. Главная идея предлагаемого метода состоит в том, что функционал оптимизационной задачи предлагается сформировать из суммы модулей компонент вектора невязки. Тем самым решается проблема l_1 -аппроксимации, аналогичная классической задаче метода наименьших модулей. В качестве переменных выступают значения векторов состояния и возмущений динамической системы, отвечающие всему интервалу времени, на котором производились измерения, т. е. решается задача сглаживания. Применение l_1 -аппроксимации объясняется тем, что МНМ показал свою эффективность при решении статических задач оценивания при наличии anomalously больших ошибок (сбоев) в измерениях. В динамических задачах оценивания ситуация похожая. Здесь аналогом сбоев служат anomalously большие значения погрешностей в динамике системы.

Итак, пусть динамическая система описывается дискретной моделью

$$X(k+1) = F X(k) + G q(k) + g(k), \quad k = 0, \dots, K-1,$$

где $X(k) \in \mathbf{R}^n$ — неизвестное значение вектора состояния системы в момент времени k , $F \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $G \in \mathbf{R}^{n \times l}$ — заданные матрицы, $q(k) \in \mathbf{R}^l$ — неизвестный вектор погрешностей, $g(k) \in \mathbf{R}^n$ — известный вектор, отвечающий неоднородностям данной системы. К примеру, в системе (13) указанные параметры описываются следующими формулами:

$$F = \left(E_{8 \times 8} + \Delta t \begin{pmatrix} A_1 & E_{4 \times 4} \\ 0_{4 \times 4} & 0_{4 \times 4} \end{pmatrix} \right), \quad A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -g \\ 0 & 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u_3 \\ 0 & 0 & -u_3 & 0 \end{pmatrix},$$

$$g(k) = \Delta t \left(-\frac{z_{x1}g}{a} + 2u_3z_{V2}, -\frac{z_{x2}g}{a} - 2u_3z_{V1}, -u_2z_\psi, 0, \dots, 0 \right)^T (t_k) \in \mathbf{R}^8,$$

$$G = \begin{pmatrix} 0_{4 \times 4} \\ E_{4 \times 4} \end{pmatrix}, \quad q(k) = \left(\int_{t_k}^{t_{k+1}} \delta x_1(\tau) d\tau, \dots, \int_{t_k}^{t_{k+1}} \delta x_4(\tau) d\tau \right)^T \in \mathbf{R}^4.$$

Для систем (17) и (18) соответствующие матрицы и векторы будут иметь схожую структуру, но значительно меньшую размерность.

Также мы располагаем априорной информацией о начальном состоянии (см. (16)), точность которой задается величинами Π_i :

$$z_i^{\text{apr}} = H_i^{\text{apr}} X(0) + r_i^{\text{apr}}, \quad r_i^{\text{apr}} \sim \Pi_i, \quad i = 1, \dots, m^{\text{apr}}.$$

В каждый момент времени производятся измерения ((15) или (19)), линейно связанные с компонентами вектора состояния системы:

$$z(k) = HX(k) + r(k), \quad k = 1, \dots, K.$$

Здесь $z(k) \in \mathbf{R}^m$ — вектор измерений, соответствующий моменту k , $H \in \mathbf{R}^{m \times n}$ — заданная матрица, $r(k) \in \mathbf{R}^m$ — погрешность измерений. Положим, что заданы лишь характерные значения погрешностей $q_i(k), r_j(k)$ (т.е. типичные значения их амплитуд):

$$\begin{aligned} q_i(k) &\sim Q_i, & i = 1, \dots, l, & \quad k = 0, \dots, K-1, \\ r_j(k) &\sim R_j, & j = 1, \dots, m, & \quad k = 1, \dots, K. \end{aligned}$$

Вариационная задача, при помощи которой ищутся оценки состояний описанной системы, имеет вид:

$$\| \Pi^{-1}(z^{\text{apr}} - H^{\text{apr}} X(0)) \|_1 + \sum_{k=0}^{K-1} \| Q^{-1} q(k) \|_1 + \sum_{k=1}^K \| R^{-1}(z(k) - HX(k)) \|_1 \rightarrow \min_{\substack{X(0), \dots, X(K) \\ q(0), \dots, q(K-1)}} \quad (20)$$

при ограничениях

$$X(k+1) - F X(k) - G q(k) - g(k) = 0, \quad k = 0, \dots, K-1. \quad (21)$$

Здесь введены обозначения для весовых матриц

$$\Pi^{-1} = \text{diag}(\Pi_1^{-1}, \dots, \Pi_{m^{\text{apr}}}^{-1}), \quad Q^{-1} = \text{diag}(Q_1^{-1}, \dots, Q_l^{-1}), \quad R^{-1} = \text{diag}(R_1^{-1}, \dots, R_m^{-1}).$$

Таким образом, необходимо минимизировать сумму l_1 -норм векторов невязок, соответствующих начальной информации, неточностям динамической модели и уравнениям для измерений. Подчеркнем еще раз, что задача оценивания ставится как детерминированная (нестохастическая).

Более распространенным типом задачи сглаживания является квадратическая проблема следующего вида (МНК)⁵:

$$\begin{aligned} (z^{\text{apг}} - H^{\text{apг}} X(0))^T \Pi^{-2} (z^{\text{apг}} - H^{\text{apг}} X(0)) + \sum_{k=0}^{K-1} q(k)^T Q^{-2} q(k) + \\ + \sum_{k=1}^K (z(k) - HX(k))^T R^{-2} (z(k) - HX(k)) \rightarrow \min_{\substack{X(0), \dots, X(K) \\ q(0), \dots, q(K-1)}} \end{aligned} \quad (22)$$

при тех же ограничениях.

Методы решения проблем l_1 -аппроксимации

В диссертации рассмотрено несколько подходов к решению проблемы l_1 -аппроксимации. Один из этих подходов основан на сведении ее к задаче линейного программирования (ЛП). Поставим в соответствие проблеме минимизации негладкого функционала (20) задачу ЛП следующего вида:

$$\left(\sum_{s=1}^{m^{\text{apг}}} \Pi_s^{-1} a_s^b \right) + \sum_{k=0}^{K-1} \left(\sum_{i=1}^l Q_i^{-1} q_i^b(k) \right) + \sum_{k=1}^K \left(\sum_{j=1}^m R_j^{-1} r_j^b(k) \right) \rightarrow \min_{\xi} \quad (23)$$

при ограничениях — равенствах:

$$X(k+1) - F X(k) - G q(k) - g(k) = 0, \quad k = 0, \dots, K-1,$$

и при ограничениях, задаваемых двойными неравенствами:

$$\begin{aligned} -a^b &\preceq z^{\text{apг}} - H^{\text{apг}} X(0) \preceq a^b; \\ -q^b(k) &\preceq q(k) \preceq q^b(k), \quad k = 0, \dots, K-1; \\ -r^b(k) &\preceq z(k) - HX(k) \preceq r^b(k), \quad k = 1, \dots, K. \end{aligned}$$

Здесь введены вспомогательные переменные $a^b \in \mathbf{R}^{m^{\text{apг}}}$, $q^b(k) \in \mathbf{R}^l$, $r^b(k) \in \mathbf{R}^m$, а символ „ \preceq “ обозначает систему неравенств для всех компонент соответствующих векторов. Минимум функционала ищется по всем значениям расширенного вектора

$$\xi = \left(X^T(0), \dots, X^T(K), q^T(0), \dots, q^T(K-1), q^{bT}(0), \dots, q^{bT}(K-1), r^{bT}(1), \dots, r^{bT}(K), a^{bT} \right)^T,$$

$$\dim \xi = (K+1)n + 2Kl + Km + m^{\text{apг}}.$$

Нетрудно убедиться [3], что имеет место эквивалентность задач (20) и (23).

В работе также представлен подход к решению проблемы (20), позволяющий избежать введения дополнительных переменных и ограничений. А именно, возможно свести задачу (20) к проблеме безусловной оптимизации вида (1).

⁵Брайсон А., Хо Ю-Ши. *Прикладная теория оптимального управления*.—М.: Мир, 1972;

Kailath T., Sayed A.H., Hassibi B. *Linear Estimation*. New Jersey, Prentice Hall, 2000.

Для того, чтобы произвести указанный переход, необходимо исключить из рассмотрения ограничения-равенства (21). Эти ограничения позволяют явно выразить $X(k)$ $k = 1, \dots, K$, через векторы $X(0), q(0), \dots, q(k-1)$:

$$X(k) = F^k X(0) + \sum_{j=0}^{k-1} F^{k-j-1} (G q(j) + g(j)), \quad k = 1, \dots, K,$$

а затем подставить их в функционал (20). Таким образом, в вариационной задаче от набора переменных $X(0), \dots, X(K), q(0), \dots, q(K-1)$ можно перейти к укороченному набору

$$\chi = (X^T(0), q^T(0), \dots, q^T(K-1))^T \in \mathbf{R}^N, \quad N = n + Kl.$$

Более того, функционал (20) представим в виде l_1 -нормы некоторого вектора, линейно зависящего от χ . Сформулируем задачу метода наименьших модулей, эквивалентную исходной проблеме (20) [3]:

$$I(\chi) = \sum_{i=1}^M w_i |\bar{Z}_i - \bar{H}_i^T \chi| \rightarrow \min_{\chi \in \mathbf{R}^N}. \quad (24)$$

Здесь $M = m^{\text{арг}} + K(l + m)$, (w_1, \dots, w_M) — набор весовых коэффициентов, специальным образом составленный из величин $\Pi_s^{-1}, R_j^{-1}, Q_i^{-1}$, $\bar{Z} = (\bar{Z}_1, \dots, \bar{Z}_M)^T \in \mathbf{R}^M$, $\bar{H}^T = (\bar{H}_1, \dots, \bar{H}_M) \in \mathbf{R}^{M \times N}$ — вектор и матрица, вычисляющиеся по стандартным формулам на основании параметров исходной проблемы (20) [3].

К задаче (24) можно применить основные результаты главы 1. В частности, для получения оценок вектора χ могут быть использованы алгоритм Вейсфельда и метод сведения к задаче ЛП.

В **третьей** главе рассматриваются вычислительные аспекты метода l_1 -аппроксимации. Основное внимание уделено поставленной во второй главе задаче определения моментов и величин скачков в показаниях инерциальных датчиков (акселерометров и гироскопов) БИНС. Эта задача решается для экспериментов со скоростной и азимутальной информацией и полной угловой информацией (системы (13) и (17) соответственно). В данной работе все численные эксперименты проводятся на модельных данных.

Идентификация скачков в погрешностях акселерометров и гироскопов

При рассмотрении эксперимента с привлечением скоростной и азимутальной информации, соответствующего первому варианту декомпозиции, т.е. системе (13), (15), установлено, что применение задачи l_1 -аппроксимации (20) позволяет с высокой точностью определять моменты и величины скачков в показаниях акселерометров. Для этого достаточно обрабатывать результаты непродолжительных экспериментов, порядка 2-5 минут, а шаг дискретизации по времени Δt может быть выбран в пределах 1 – 10 секунд. Также показано, что с точки зрения выявления скачков, использование l_1 -аппроксимации является более предпочтительным, чем более распространенный подход — метод наименьших квадратов (22)

(l_2 -аппроксимация). А именно, l_1 -оценки скачков оказываются более контрастными, позволяют точнее определить моменты этих сбоев.

Пример численного решения задач оценивания представлен на рис. 1. Здесь показан результат оценки скачка в параметре \varkappa_1 (погрешности в показаниях акселерометра). Сплошная линия соответствует моделируемому (истинному) сигналу, штриховая — результату l_1 -аппроксимации, а пунктирная — результату l_2 -аппроксимации (МНК). Таким образом, достаточно сложный с вычислительной точки зрения метод l_1 -аппроксимации обладает существенным преимуществом перед квадратичными методами оценивания: он позволяет более точно определять моменты и величины скачкообразных изменений искомых параметров, в то время как МНК в этой ситуации дает более „размытую“ оценку.

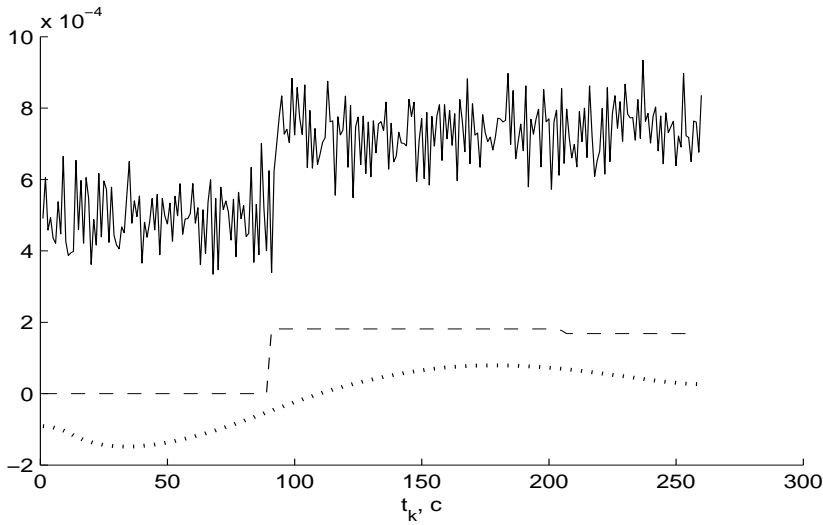


Рис. 1. l_1 - и l_2 -оценки погрешности $\varkappa_1(t_k)$ [м/с²].

Особое внимание в третьей главе уделено вопросу выбора весовых коэффициентов Π_s, Q_i, R_j для вариационных проблем вида (20). Указан способ их приблизительного определения на основании характерных масштабов погрешностей модели БИНС. В результате численных экспериментов определены диапазоны, в которых можно варьировать весовые коэффициенты без существенного изменения свойств получаемых оценок. Эти диапазоны показывают, насколько точно необходимо знать характерные значения погрешностей в измерениях и динамике, т.е. насколько чувствительны к выбору этих значений получаемые решения.

При помощи построенных моделей и l_1 -аппроксимации также могут быть идентифицированы скачки в показаниях гироскопов. Однако для этого необходима корректировка первоначально заданных весов Π_s, Q_i, R_j . Существует умеренная область вариации весовых коэффициентов (в их задании допускается неточность в 5-8 раз по сравнению с базовыми значениями), для которой оценки скачков в показаниях гироскопов имеют приемлемую точность. Для повышения стабильности этих оценок желательно увеличение времени проведения эксперимента. Однако этого трудно достичь в силу нехватки вычислительных ресурсов.

Для преодоления указанного препятствия можно привлечь стендовые измерения углов крена и тангажа, то есть воспользоваться полной угловой информацией, моделью (17)-(19). В этом случае дополнительная корректировка весов не требуется, и задавать их можно

более грубо. На рис. 2 приведен фрагмент l_1 -оценки погрешности в показании одного из гироскопов $\varkappa_4(t_k)$ (штриховая линия), а сплошной линией показан моделируемый сигнал.

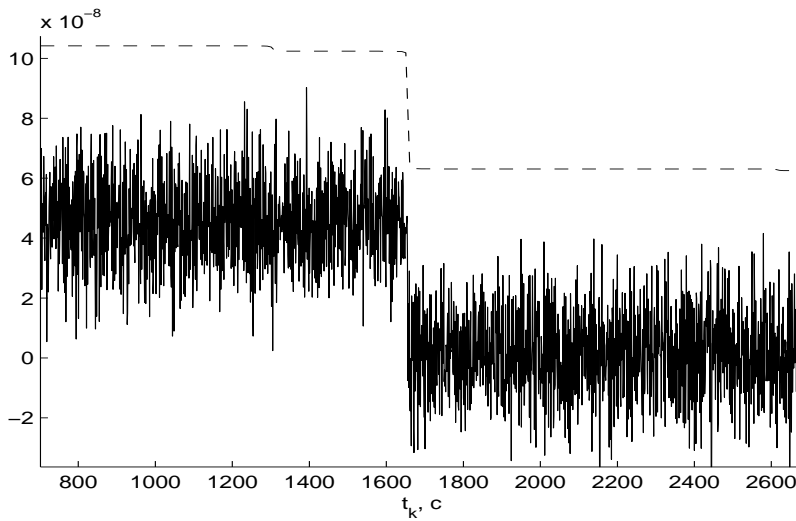


Рис. 2. l_1 -оценка погрешности $\varkappa_4(t_k)$ [1/с]. Полная угловая информация.

Как нетрудно заметить, скачок выявляется. Его величина определяется с точностью до 8%, а момент, когда он произошел — с точностью до $\Delta t = 10$ с. Отметим также, что фазовый вектор системы (17) имеет меньшую размерность, чем фазовый вектор системы (13), что позволяет с помощью модели с полной угловой информацией обрабатывать результаты более длительных стендовых испытаний.

В результате большого ряда численных экспериментов установлено, что привлечение полной угловой информации крайне желательно для повышения надежности идентификации скачков в показаниях гироскопов. При этом нужно обеспечить выполнение нескольких условий. Во-первых, продолжительность эксперимента должна быть около одного часа. Во-вторых, высокочастотные погрешности в измерениях углов ориентации не должны превышать величин порядка $5 \cdot 10^{-5}$ рад. Данные условия позволяют заметно повысить устойчивость решений по отношению к вариациям весовых коэффициентов (в их задании допускается неточность в 15-20 раз по сравнению с базовыми значениями).

Уровни неоптимальности в проблемах l_1 -аппроксимации для динамических систем

В большинстве численных примеров, описанных в третьей главе, количество неизвестных параметров в оптимизационных задачах не превышало 4000. Поэтому оба предложенных подхода к решению проблемы l_1 -аппроксимации могли быть с легкостью применены. При этом изначально большой массив измерений „разреживался“ и решение искалось на временной сетке с достаточно большим шагом дискретизации $\Delta t = 5-10$ с. Однако если необходимо искать решение с меньшим шагом дискретизации, либо по тем или иным причинам количество неизвестных параметров в задаче достигает 10000, то подход, основанный на сведении к задаче ЛП (23), приводит к вычислительным трудностям. Матрицы ограничений в этой задаче будут иметь очень большую размерность, и поэтому при использовании стандартных инструментов численного решения, например, пакета Matlab, может возникнуть нехватка

оперативной памяти.

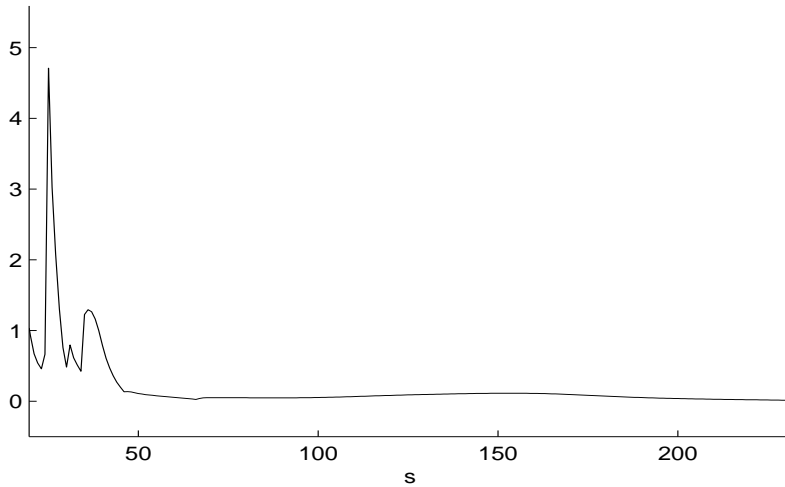


Рис. 3. Оценки уровней неоптимальности $\Delta^{(1)} - 1$

работки модельных данных для системы (13) при $\Delta t = 2$ с, где в показаниях одного из акселерометров моделировался скачок.

Критерий останова алгоритма Вейсфельда основан на неравенстве (3):

$$\Delta^{(1)} \leq \left(1 - \frac{M\epsilon}{I(\chi^{(s)})}\right)^{-1}.$$

Здесь M — количество измерений, ϵ — малый параметр, задающий допустимое отклонение каждого слагаемого в функционале (24) от оптимального, $I(\chi^{(s)})$ — значение данного функционала на текущей итерации (s номером s). Для рассмотренного примера динамика изменения $\Delta^{(1)}$ в зависимости от номера итерации алгоритма Вейсфельда показана на рис. 3.

Решение с заданной точностью ($\epsilon = 10^{-3}$) было найдено за 230 итераций, на последнем шаге уровень неоптимальности оценивался как $\Delta^{(1)} = 1 + 7.8 \cdot 10^{-3}$.

Еще один подход к обработке больших массивов измерений, описанный в диссертации, основан на оконном l_1 -сглаживании. Его идея состоит в том, что задача аппроксимации решается не для всего набора данных, а для фрагментов, соответствующих меньшим отрезкам времени. При перемещении сглаживающего окна „рабочая“ зона постепенно покрывает почти весь интервал, на котором производились измерения. Посредством серии численных экспериментов установлено, что и данный метод, и метод Вейсфельда, приводят к очень близким результатам при решении задач оценивания.

В **заключении** приведены основные результаты работы.

1. Для алгоритма Вейсфельда, используемого для решения задачи метода наименьших модулей, построены две оценки уровней неоптимальности приближенных решений. Тем самым, предложен эффективный механизм контроля точности вычислений.

2. Задача идентификации скачков в показаниях чувствительных элементов бесплатформенных инерциальных навигационных систем сведена к проблеме l_1 -аппроксимации для дискретной динамической системы.

3. Описаны подходы к решению проблемы l_1 -аппроксимации, основанные на сведении ее к линейному программированию или к задаче безусловной минимизации, соответствующей классическому методу наименьших модулей.

4. В результате численных экспериментов, проведенных при помощи разработанного автором комплекса программ, установлено, что предложенные алгоритмы дают возможность с необходимой точностью решать задачи l_1 -аппроксимации в случае большого количества измерений и неизвестных параметров. Показано, что данная методика позволяет определять скачки в показаниях как акселерометров, так и гироскопов бесплатформенных инерциальных навигационных систем, а также устранять влияние сбоев в измерениях спутниковых навигационных систем.

Публикации по теме диссертации

[1] Акимов П.А. Уровни неоптимальности итерационных алгоритмов для метода наименьших модулей // *Навигация и управление движением: Материалы докладов X конференции молодых ученых „Навигация и управление движением“*. СПб., ОАО „Концерн ЦНИИ „Электроприбор“, 2009. С. 219-226.

[2] Акимов П.А., Матасов А.И. Обработка сигналов БИНС методами негладкой оптимизации для калибровки чувствительных элементов при наличии скачков // *Материалы докладов III мультikonференции по проблемам управления*. СПб., ОАО „Концерн ЦНИИ „Электроприбор“, 2010. С. 31.

[3] Акимов П.А., Матасов А.И. Оценка смещений в показаниях инерциальных датчиков БИНС посредством l_1 -аппроксимации // *Автоматика и телемеханика*, №2, 2011. С. 9-24.

[4] Акимов П.А., Матасов А.И. Уровни неоптимальности алгоритма Вейсфельда в методе наименьших модулей // *Автоматика и телемеханика*, №2, 2010. С. 4-16.

[5] Akimov P.A., Matasov A.I. Nonoptimality levels in numerical implementation of the least absolute deviations method // *4th International Scientific Conference on Physics and Control*. Catania, Italy, 2009.

[6] Akimov P.A., Matasov A.I. State estimation via l_1 -norm approximation: application to inertial navigation // *18th World Congress of the International Federation of Automatic Control*. Milan, Italy, 2011 (принята к публикации).