

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

им. М.В. Ломоносова

На правах рукописи

Козин Александр Васильевич

**ИССЛЕДОВАНИЕ УСЛОВИЙ РАЗВИТИЯ ВИХРЕВЫХ
ДВИЖЕНИЙ И ТЕПЛОВОЙ КОНВЕКЦИИ В
ГОРИЗОНТАЛЬНОМ СЛОЕ ЖИДКОСТИ С ЭЛЕКТРИЧЕСКИ
ЗАРЯЖЕННОЙ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ**

01.02.05 - механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Москва – 2011

Работа выполнена в Ярославском государственном университете
им. П.Г. Демидова

Научный руководитель:	доктор физико-математических наук, Д.Ф. Белоножко
Официальные оппоненты:	доктор физико-математических наук, профессор А.Т. Ильичев кандидат физико-математических наук, В.В. Кирюшин
Ведущая организация	Пермский государственный национальный исследовательский университет

Защита диссертации состоится « **9** » **декабря 2011** года в 15 часов на заседании диссертационного совета Д.501.001.89 при Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова по адресу: 119991, г. Москва, Ленинские горы, Главное здание МГУ, механико-математический факультет, аудитория 16-10.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке механико-математического факультета МГУ им М.В. Ломоносова.

Автореферат разослан «__» октября 2011 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д.501.001.89,
доктор физико-математических наук

А.Н. Осипцов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Объектами исследования были волновые движения горизонтальной свободной поверхности вязкой проводящей жидкости в перпендикулярном к этой поверхности электрическом поле. Изучено совместное развитие тепловой конвекции в горизонтальном жидком слое и неустойчивости, вызываемой электрическими силами. В связи с учетом вязкости и теплофизических свойств жидкости, специфической чертой исследования является вихревой характер рассчитываемых полей скоростей. В работе рассмотрены актуальные для академических и практических приложений феномены, теоретический анализ которых без привлечения вихревых свойств поля скоростей невозможен. К явлениям такого рода относятся: перенос вещества нелинейными капиллярно-гравитационными волнами по поверхности вязкой жидкости; формирование вязкого пограничного слоя вблизи возмущенной волновым движением свободной поверхности вязкой жидкости; развитие комбинационной неустойчивости горизонтального слоя вязкой жидкости, развивающейся при совместном участии двух различных по природе механизмов дестабилизации.

Слабая теоретическая разработанность заявленной темы обусловлена сложностью математических моделей, описывающих вихревые течения жидкости со свободной поверхностью. Приемы преодоления соответствующих трудностей, развитые в работе, имеют самостоятельную ценность и усиливают актуальность темы исследования.

Тема работы актуальна для разработки новых способов управления формой и положением пятен поверхностно-активных веществ, распределенных по свободной поверхности жидкости. Обнаруженные закономерности реализации комбинационной неустойчивости, развивающейся при совместном действии двух дестабилизирующих факторов, представляют значительный интерес для всех исследователей, имеющих дело с неустойчивостями горизонтального слоя жидкости, в частности: для геофизиков, для разработчиков устройств по электро-распылению и перемешиванию жидкостей.

Цель работы состояла в исследовании закономерностей развития вихревых движений тепловой и нетепловой природы в горизонтальном слое вязкой жидкости с электрически заряженной свободной поверхностью.

Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи:

- теоретическое аналитическое исследование строения вихревого слоя вблизи свободной поверхности вязкой жидкости, по которой распространяется периодическое волновое возмущение;

- теоретическое аналитическое исследование влияния поверхностного электрического заряда на интенсивность приповерхностного вихревого движения, вызванного распространением по свободной поверхности периодического волнового возмущения;

- теоретическое аналитическое исследование закономерностей реализации неустойчивости заряженной свободной поверхности горизонтального жидкого слоя, в котором развивается тепловая конвекция;

– теоретическое аналитическое исследование влияния движения внешней среды на условия развития термо-конвективной неустойчивости в горизонтальном слое вязкой теплопроводной жидкости;

– теоретическое аналитическое исследование влияния термо-капиллярных эффектов на условия развития неустойчивости горизонтального слоя жидкости с заряженной свободной поверхностью.

Научная новизна работы состоит в том, что в ней:

– впервые аналитически во втором приближении по амплитуде волны описано строение вихревого слоя вблизи свободной горизонтальной поверхности жидкости, возмущенной волновым движением;

– впервые аналитически обнаружена составляющая дрейфового течения, появление которой обусловлено действием вдоль направления распространения волны и взаимодействием во втором приближении по амплитуде волны горизонтальных вязких напряжений;

– впервые аналитически описано влияние электрического заряда на характер развития приповерхностного вихревого движения, формирующегося в результате распространения по свободной поверхности вязкой жидкости периодической капиллярно-гравитационной волны.

– для исследования условий развития тепловой конвекции в горизонтальном слое теплопроводной вязкой жидкости, при совместном действии двух дестабилизирующих факторов: поверхностного электрического заряда и подогрева со стороны дна впервые предложено использовать анализ поверхности нейтральной устойчивости в трехмерном пространстве безразмерных параметров: волновое число, параметр Рэлея, параметр Тонкса-Френкеля;

– впервые аналитически сформулированы условия развития неустойчивости горизонтального подогреваемого снизу слоя вязкой теплопроводной жидкости, учитывающие влияние движения внешней среды, располагающейся над жидким слоем;

– впервые аналитически сформулированы условия развития неустойчивости горизонтального подогреваемого снизу слоя теплопроводной вязкой жидкости, учитывающие совместное влияние термо-капиллярного эффекта и электрических пондеромоторных сил на свободной поверхности.

Научное и практическое значение работы состоит в том, что полученные результаты представляют собой теоретическую основу для дальнейшего развития теоретических представлений о строении вихревого пограничного слоя, формирующегося вблизи свободной поверхности жидкости, испытывающей волновое возмущение. В работе развита новая модель процесса переноса вещества периодическими волнами на поверхности жидкости, которая может найти применение в приложениях, имеющих дело с явлением переноса вещества вдоль свободной поверхности жидкости. Результаты работы имеют важное значение для установления физических условий, при которых известные механизмы возникновения неустойчивости в слое вязкой теплопроводной жидкости способны влиять друг на друга, формируя новые режимы реализации неустойчивости. Эти режимы представляют интерес для самых различных технических, технологических, метеорологических и геофизических приложений.

На защиту выносятся:

1. Результаты разработки нового теоретического представления о строении приповерхностного вихревого слоя, возникающего в результате распространения периодической волны по свободной горизонтальной поверхности жидкости.

2. Представление о формировании вблизи свободной поверхности вязкой жидкости, по которой распространяется капиллярно-гравитационная волна добавочного дрейфового течения, в которое жидкость вовлекается горизонтальными вязкими напряжениями, действующими вдоль направления распространения волны.

3. Результаты аналитического расчета влияния электрического заряда на свойства отдельных компонент приповерхностного вихревого течения, вызванного распространением по поверхности жидкости капиллярно-гравитационной волны.

4. Аналитическая формулировка и графическое представление условий развития неустойчивости в горизонтальном слое вязкой теплопроводной жидкости, подогреваемой снизу и несущей поверхностный электрический заряд.

5. Результаты анализа взаимного влияния друг на друга различных механизмов развития неустойчивости в горизонтальном слое вязкой теплопроводной жидкости, подогреваемой снизу и несущей поверхностный электрический заряд: неустойчивости по отношению к избытку электрического заряда, неустойчивости термо-конвективного и термокапиллярного типов.

6. Результаты анализа взаимного влияния двух неустойчивостей, дестабилизирующих границу раздела жидких сред: неустойчивости границы раздела жидкостей, вызванной движением среды в области над теплопроводным слоем жидкости, и термо-конвективной неустойчивости этого слоя.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на 20-ой международной научной конференции «Математические методы в технике и технологиях» (Ярославль, 2007), 2-х всероссийских конференциях молодых ученых «Неравновесные процессы в сплошных средах» (Пермь, 2007 и 2008), 12-ой международной конференции молодых ученых «Состав атмосферы. Атмосферное электричество. Климатические процессы» (Борок, 2008), 23-ей научной конференции стран СНГ «Дисперсные системы» (Одесса, 2008), 14-ой и 15-ой Всероссийских научных конференциях студентов-физиков и молодых ученых «ВНКСФ» (Уфа, 2008, Кемерово.2009), 8-ой международной конференции «Волновая электродинамика проводящей жидкости. ДПО и малоизученные формы естественных электрических разрядов в атмосфере» (Ярославль, 2009), международной научно-методической конференции по физике «X Столетовские чтения» (Владимир, 2009), 9-ой международной научной конференции «Современные проблемы электрофизики и электрогидродинамики жидкостей» (Санкт-Петербург, 2009).

Достоверность результатов. Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием известных математических моделей и апробированных методов исследований. Все полученные в работе соотношения в простейших предельных случаях переходят в хорошо известную классическую форму.

Публикации и личный вклад автора. Основные результаты работы опубликованы в соавторстве с научным руководителем в 18 научных работах [1-18]. Статьи [1-3] опубликованы в журналах, входящих в перечень ВАК на момент публикации. Лично автором выполнена вычислительная составляющая всех ра-

бот: он самостоятельно осуществлял все аналитические вычисления и численные расчеты, проверял правильность предельных переходов к известным ситуациям. Автор участвовал в постановке всех задач, в обсуждении и интерпретации всех результатов.

Структура работы. Диссертация общим объемом 146 страниц, содержит 18 рисунков, состоит из введения, трех глав, 8 выводов, списка литературы (181 наименование).

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность исследуемой проблемы, цели, научная новизна и практическая ценность работы, а также сформулированы основные положения, выносимые на защиту.

Первая глава диссертации представляет собой литературный обзор, в котором ретроспективно рассмотрены теоретические представления о некоторых классических неустойчивостях, реализующихся в горизонтальном жидком слое со свободной поверхностью. Рассмотрены модели неустойчивостей, возникающих в результате подогрева жидкого слоя со стороны дна (неустойчивости Рэлея-Бенара и Марангони); модель неустойчивости поверхности тангенциального разрыва, на которой касательная компонента скорости жидкости испытывает скачок (неустойчивость Кельвина-Гельмгольца); модель неустойчивости электрически заряженной поверхности жидкости по отношению к избытку электрического заряда (неустойчивость Тонкса-Френкеля). В конце обзора аргументируется актуальность исследования закономерностей реализации неустойчивостей комбинированного типа, развивающейся при взаимном влиянии двух или более дестабилизирующих факторов.

Во второй главе исследовано вихревое движение нетепловой природы, возникающее вблизи электрически заряженной свободной горизонтальной поверхности вязкой жидкости, вызванное распространением по свободной поверхности волнового возмущения.

В первом параграфе рассмотрены закономерности формирования и эволюции волнового вихревого движения, вызванного распространением капиллярно-гравитационной волны по заряженной свободной поверхности вязкой жидкости. Для простоты полагалось, что движение жидкости не зависит от одной из горизонтальных координат, а сама жидкость считалась идеальным проводником. В результате анализа задачи о расчете поля скоростей в бесконечно глубокой несжимаемой ньютоновской жидкости, по горизонтальной заряженной поверхности которой распространяется капиллярно-гравитационная волна, заданной длины, в первом приближении по амплитуде волны выделены аналитические формулы для вихревой составляющей поля скоростей. В результате анализа полученных формул, найдено, что в первом приближении по амплитуде волны интенсивность вихревого движения экспоненциально убывает вглубь жидкости с показателем экспоненты $\text{Re}(q)$, где q - корень уравнения:

$$(k^2 + q^2)^2 + gk(1 + \alpha^2 k^2 - \alpha k W) - 4\nu^2 k^3 q = 0; \quad (1)$$

$$\alpha = \sqrt{\gamma / \rho g}; \quad W = E_0^2 / (4\pi \sqrt{\rho g \gamma}) \quad (2)$$

с положительной действительной частью. В формулах (2) α - капиллярная постоянная жидкости; γ - коэффициент поверхностного натяжения; ν - кинематическая вязкость жидкости; ρ - плотность жидкости; g - ускорение свободного падения. Положительный безразмерный параметр W характеризует отношение электрических и капиллярных сил на свободной поверхности и называется параметр Тонкса-Френкеля (E_0 - значение напряженности перпендикулярного к свободной поверхности электрического поля, в равновесном состоянии, в котором эта поверхность представляет собой горизонтальную плоскость). Значение величины $\delta = \text{Re}(q)^{-1}$ принято в качестве оценки характерной толщины приповерхностного пограничного слоя, в котором сосредоточено вихревое движение.

Найдено, что в зависимости от величины поверхностной плотности электрического заряда, характер зависимости вихревого движения от горизонтальной координаты и времени может быть либо волновым, либо апериодическим. Показано, что волновое вихревое движение реализуется только при докритическом в смысле неустойчивости заряженной поверхности жидкости по отношению к избытку электрического заряда, значении поверхностной плотности заряда, т.е. согласно классической модели неустойчивости Тонкса-Френеля при выполнении условия [Френкель Я.И. // ЖЭТФ. 1936. Т.6. №4. С.348-350]:

$$W < W_* = \alpha k + (\alpha k)^{-1}, \quad (3)$$

где k - волновое число, характеризующее возмущение, тестируемое на устойчивость. Если условие (3) не выполняется, то на вершине волны с заданным волновым числом электрические силы преобладают над капиллярными и амплитуда возмущения начинает расти со временем, инициируя начальную стадию развития неустойчивости Тонкса-Френкеля. Расчеты показали, что важную роль в теории приповерхностного вихревого движения имеет значение параметра Тонкса-Френкеля, вычисленное по формуле:

$$W_v = \alpha k + (\alpha k)^{-1} - \nu^2 k^2 / (\alpha g), \quad (4)$$

Анализ дисперсионного уравнения задачи показал, что циклическая частота волнового движения при увеличении параметра Тонкса-Френкеля от $W = 0$ до $W = W_v$ уменьшается от максимального значения до нуля. При $W > W_v$ реализуется только апериодическое движение, устойчивое при $W_v < W < W_*$, и неустойчивое при $W > W_*$. Для вихревого движения значение $W = W_v$ является бифуркационным. При $W < W_v$ зависимость вихревого движения от горизонтальной координаты и времени имеет характер бегущей затухающей со временем волны, и само движение правомерно называть волновым вихревым. Амплитуда волнового вихревого движения уменьшается от максимальной при $W = 0$ до нуля при $W = W_v$. В точке $W = W_v$ происходит «переключение» из волнового режима эволюции вихревого движения в апериодический. В этой точке «рождаются» два типа апериодического движения. Для одного с увеличением W скорость затухания со временем уменьшается и при $W > W_*$ это движение становится неустойчивым. Для другого апериодического движения быстрота затухания во времени растет с увели-

чением W . Для приближенного расчета характерной толщины приповерхностного слоя, в котором сосредоточено вихревое движение, были построены аналитические формулы, справедливые при всех значениях W .

Во втором параграфе на основании соображений, предложенных в монографии [Блон П. Ле, Майсек Л. Волны в океане Ч.1. М.: «Мир». 1981. 480 с.], выполнен подробный вывод формулы для перехода от эйлеровой формы описания поля скоростей $\mathbf{U}(t, \mathbf{r})$ к лагранжевой $\mathbf{U}_L(t, \mathbf{r})$, если само движение имеет волновой характер:

$$\mathbf{U}_L(t, \mathbf{r}) = \mathbf{U}(t, \mathbf{r}) + \left(\left(\int_0^t \mathbf{U}(\eta, \mathbf{r}) d\eta \right) \cdot \nabla \right) \mathbf{U}(t, \mathbf{r}). \quad (5)$$

В обоих описаниях аргументом рассматриваемых величин является радиус-вектор \mathbf{r} . В эйлеровом представлении \mathbf{r} - положение неподвижной точки пространства, через которую сменяя друг друга с течением времени t со скоростью $\mathbf{U}(t, \mathbf{r})$ переносятся различные жидкие частички. В представлении Лагранжа \mathbf{r} - положение отдельной жидкой частички в момент времени $t = 0$, а вектор $\mathbf{U}_L(t, \mathbf{r})$ скорость именно этой жидкой частички с течением времени. Формула (5) является асимптотической, верной с точностью до величин второго порядка малости по амплитуде скорости и справедливой, если поле скоростей инициируется малым возмущением, обуславливающим порядок малости компонент поля скоростей и их производных по пространственным координатам. Отмеченным свойством обладает поле скоростей в слое жидкости или в жидкой струе, по поверхности которых распространяется волна малой по сравнению с длиной амплитуды, или поле скоростей в колеблющейся с малой амплитудой капле. Отмечено, что в задачах подобного рода поле скоростей в эйлеровом представлении, определенное во втором приближении по амплитуде возмущения, с помощью формулы (5) преобразуется в выражение для поля скоростей индивидуальных частиц, по виду которого легко определяется скорость присутствующего в общем потоке среднего дрейфового течения второго порядка малости по амплитуде возмущения. В частности, нетрудно устанавливается, что при распространении периодической волны малой амплитуды по поверхности идеальной жидкости, возникает среднее дрейфовое движение в направлении распространения волны, которое известно в научной литературе под названием «дрейф Стокса», и неочевидно с точки зрения эйлерова описания поля скоростей. Скорость дрейфа Стокса имеет второй порядок малости по амплитуде волны.

В третьем параграфе рассмотрены закономерности, которым подчиняется дрейфовое вихревое движение – нелинейный по амплитуде возмущения феномен, возникающий в результате распространения капиллярно-гравитационной волны по заряженной свободной поверхности вязкой жидкости. Рассматривалась задача, аналогичная рассмотренной в первом параграфе второй главы, но решение выписывалось и анализировалось в нелинейном втором приближении по амплитуде волны. С помощью формулы (5) во втором приближении по амплитуде волны аналитически рассчитывалось выражение для скорости индивидуальных жидких частиц. Было найдено, что это выражение содержит два слагаемых, отвечающих

за горизонтальное дрейфовое движение жидких частиц. Выяснилось, что в приближении малой вязкости общая скорость этого дрейфа описывается формулой:

$$u_D = u_s(t, z) + A^2 w(t, z); \quad (6)$$

$$u_s(t, z) = A^2 k \omega_0 \exp(2kz) \exp(-4\nu k^2 t), \quad (7)$$

где z – вертикальная координата (ось OZ направлена вверх); t – время; A – амплитуда волны; $\omega_0 = gk(1 + \alpha^2 k^2 - \alpha kW)$ – циклическая частота волнового движения в приближении идеальной жидкости; функция $w \equiv w(t, z)$ является решением начально-краевой задачи:

$$z < 0: \frac{\partial w}{\partial t} - \nu \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0; \quad z = 0: \frac{\partial w}{\partial z} = 2k^2 \omega_0 \exp(-4\nu k^2 t); \quad z \rightarrow -\infty: w \rightarrow 0; \quad (8)$$

$$t = 0: w = F(x); \quad \text{при } F(x) = 0: w(t, z) = 2k^2 \omega_0 \sqrt{\frac{\nu}{\pi}} \int_0^t \exp\left(-\frac{z^2}{4\nu(t-\eta)}\right) \frac{\exp(-4\nu k^2 \eta)}{\sqrt{t-\eta}} d\eta.$$

На рис.1 приведен пример расчета дрейфовых слагаемых в реальной физической ситуации. Слагаемое

$u_s(t, z)$ предложено назвать скоростью модифицированного дрейфа Стокса, поскольку при $\nu = 0$ выражение (7) преобразуется в известную формулу для классического дрейфа Стокса. Второе дрейфовое слагаемое $A^2 w(t, z)$ предложено называть добавочным дрейфом. Это скорость движения, в которое жидкость вовлекается горизонтальными вязкими напряжениями, действующими между горизонтальными жидкими слоями в направлении распространения модифицированного дрейфа Стокса. Феномен добавочного дрейфа обнаруживается исключительно в нелинейной модели движения вязкой жидкости и принципиально невозможен с точки зрения законов движения идеальной жидкости.

Обнаруженное дрейфовое движение (6) предложено назвать дрейфовым вихревым движением. Существование этой составляющей вихревого движения является нелинейным эффектом второго порядка малости по амплитуде волны. Анализ полученных выражений показал, что асимптотические по малой вязкости

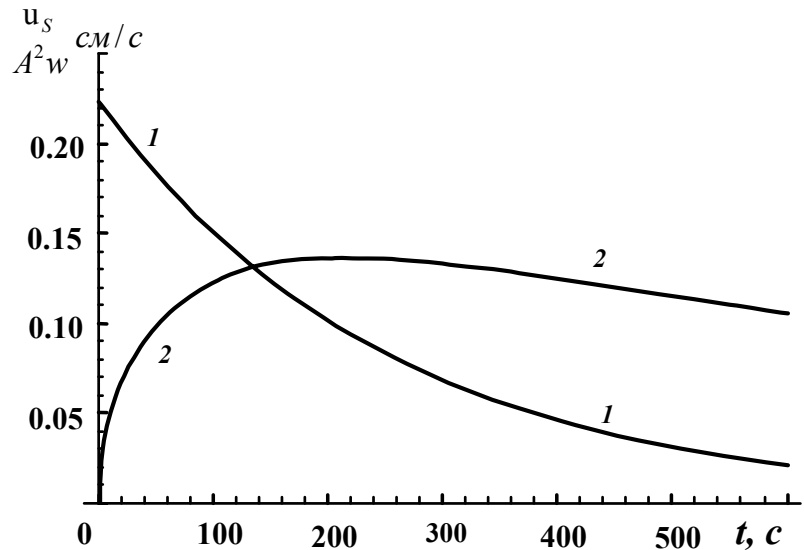


Рис.1. Зависимости от времени для двух составляющих скорости горизонтального дрейфового движения частиц жидкости на поверхности воды вдоль направления распространения периодической капиллярно-гравитационной волны длиной $2\pi/k = \lambda = 20$ см и амплитудой $A = 2$ мм: 1 – скорость модифицированного дрейфа Стокса); 2 – скорость добавочного дрейфа.

формулы (6) и (8) справедливы только при малых значениях параметра Тонкса-Френкеля $W < W_v$. При приближении к значению $W \approx W_v$ вместо ω_0 следует использовать значение мнимой части комплексной частоты, найденной из точного дисперсионного уравнения.

Общим итогом второй главы является вывод о том, что обе составляющие исследованного вихревого движения: волновое вихревое и дрейфовое вихревое существуют только при докритических значениях поверхностной плотности заряда таких, что $W < W_v$ (см.(4)). При этом поверхностная плотность электрического заряда играет роль управляющего параметра: ее увеличение уменьшает интенсивность и волнового вихревого и дрейфового вихревого движений.

Третья глава посвящена исследованию условий развития конвекции в горизонтальном слое жидкости, подогреваемом со стороны дна при совместном действии нескольких механизмов дестабилизации равновесного состояния.

В первом параграфе выведены критические условия развития неустойчивости свободной поверхности горизонтального заряженного жидкого слоя, развивающейся при взаимодействии двух дестабилизирующих факторов: подогрева со стороны дна и электрического заряда на свободной поверхности. Задача рассматривалась в известной постановке, состоящей из уравнений тепловой конвекции в приближении Буссинеска-Обербека и граничных условий, учитывающих наличие поверхностного электрического заряда [Белоножко Д.Ф., Григорьев А.И. //ЖТФ. 2006. Т.76. Вып.9. С.42–45.]. Задача решалась методом нормальных мод в первом приближении по амплитуде возмущения свободной поверхности. Построено дисперсионное уравнение, из которого, положив комплексную частоту равной нулю, было выведено условие нейтральной устойчивости:

$$(k\alpha)^{-1} + k\alpha - W - \mu H(k, Ra) / (k\alpha) = 0; \quad (9)$$

$$\mu \equiv \nu \chi / (g h^3); \quad Ra \equiv g \beta \Theta h^3 / (\nu \chi). \quad (10)$$

Здесь h - толщина жидкого слоя; χ - температуропроводность жидкости; β - коэффициент теплового расширения; Θ - температурная разность между дном и свободной поверхностью; $H(k, Ra)$ - весьма громоздкая функция двух аргументов. Безразмерный параметр Рэлея Ra пропорционален отношению характерного времени термической релаксации жидкой частички к характерному времени ее всплывания. Найдено, что при фиксированных значениях параметров, отвечающих за физические свойства жидкого слоя и его толщину, уравнение нейтральной устойчивости является уравнением поверхности в трехмерном пространстве безразмерных параметров (k, Ra, W) . Эта поверхность названа поверхностью нейтральной устойчивости. Пример расчета поверхности нейтральной устойчивости приведен на рис.2. Рисунок характеризует, например, условия развития неустойчивости в подогреваемом снизу слое воды толщиной 3 мм. Детальный анализ показал, что части поверхности, изображенные на рис.2 сплошными линиями образуют самостоятельную поверхность $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$, имеющую линию резкого перегиба. Именно эта поверхность реально является поверхностью нейтральной устойчивости. Она разделяет пространство параметров на область устойчивости

(эта часть пространства расположена на рис.2 с той стороны от Γ , которая содержит начало координат) и область неустойчивости (с другой стороны Γ). В свою очередь в области неустойчивости имеется поверхность с резким изломом $\Pi \equiv \Pi_1 \cup \Pi_2$, изображенная на рис.2 пунктирными линиями. Это поверхность вторичной потери устойчивости. Она делит область неустойчивости на две: одна, располагающаяся ближе к началу координат соответствует неустойчивому состоянию при котором дисперсионное уравнение имеет только один неустойчивый корень. По другую сторону располагается область состояний, в которых обнаруживается два неустойчивых корня дисперсионного уравнения. Расчеты показали, что поверхности Γ и Π не пересекаются – между ними вблизи линий перегиба имеется узкая щель, неразличимая в масштабе рис.2. При анализе соотношения (9) выяснилось, что ширина этой щели растет с увеличением параметра μ и характеризует степень взаимного снижения критических значений параметра Тонкса-Френкеля и параметра Рэлея.

В результате рассмотрения справочных данных выяснилось, что в земных условиях для большинства жидкостей значения μ при которых рассматриваемая модель имеет смысл находятся в пределах $10^{-5} < \mu < 10^{-7}$. Это означает, что в земных условиях подогрев жидкого слоя крайне слабо снижает критические условия развития неустойчивости поверхности жидкости по отношению к избытку электрического заряда. В свою очередь электрический заряд лишь незначительно уменьшает критическую разность температур, выше которой развивается тепловая конвекция.

На Рис.3. построено сечение поверхности нейтральной устойчивости плоскостью $Ra = const > 1101.6$ ($Ra = 1101.6$ - критическое значения числа Рэлея выше которого развивается тепловая конвекция). Рис.3 показывает, что если значения обоих параметров и Ra и W закритичны, неустойчивость развивается при участии неустойчивых волновых чисел из двух интервалов (на рис.3 это интервалы CD и AB). Ширина диапазона AB изменяется с изменением числа Рэлея, а шириной другого диапазона управляет значение параметра Токса-Френкеля. Наличие двух диапазонов неустойчивых волновых чисел свидетельствует о развитии возмущений двух геометрически различных конфигураций - двух «рисунков» искажения свободной поверхности. Расчеты показали, что отчетливость эффекта «раздво-

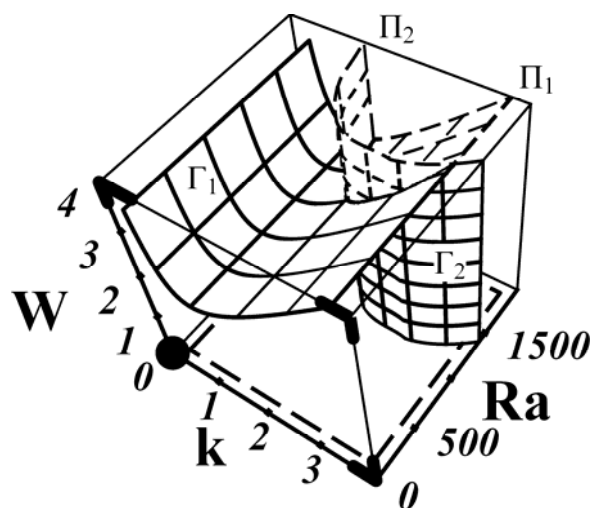


Рис.2. Поверхность, определяемая уравнением (9) в пространстве безразмерных параметров (k, Ra, W) , при фиксированных значениях параметров $\mu = 5.6 \cdot 10^{-7}$; $\alpha = 0.89$. Сплошными линиями изображена реальная поверхность нейтральной устойчивости. Пунктирными линиями изображена поверхность «вторичной потери устойчивости».

ения» множества неустойчивых волновых движений можно усилить ослабить или полностью подавить, изменяя толщину жидкого слоя и капиллярную постоянную жидкости.

Во втором параграфе рассматривается задача, аналогичная разобранный в первом параграфе третьей главы, но с видоизмененными граничными условиями, в которых учитывается два новых фактора: во-первых, термокапиллярный эффект, обуславливающий появление в списке параметров задачи числа Марангони $Ma = (\sigma h^2 \nabla T) / (\rho \nu \chi)$,

где $\sigma = -\partial\gamma / \partial T$ (T - равновесная температура); во-вторых, конечность коэффициента межфазного теплообмена, что связано с появлением в наборе исходных параметров числа Био: $L \equiv bh / \lambda$ (b - коэффициент межфазного теплообмена на свободной поверхности; λ - коэффициент теплопроводности жидкости). Анализ задачи показал, что в связи с существующей взаимосвязью между числом Марангони и числом Рэлея $Ma = \sigma Ra / (g \beta \rho h^2)$ отпадает необходимость вводить число Марангони, как новый самостоятельный параметр.

Поверхность нейтральной устойчивости может быть равноценным образом рассмотрена или в пространстве параметров (k, Ra, W) или в пространстве (k, Ma, W) . Переход от одного описания к другому представляет собой просто замену переменных. Было построено условие нейтральной устойчивости:

$$(k\alpha)^{-1} + k\alpha - W - \mu LG(k, Ra) / (k\alpha) = 0,$$

где $G(k, Ra)$ - функция, которая из-за своей громоздкости не выписана в явном виде. В новом условии степень взаимного снижения критических значений параметра поверхностной плотности заряда и разности температур управляется произведением параметра μ на число Био. Это означает что вывод о незначительности взаимного снижения условий развития неустойчивостей тепловой и электрической природы, сформулированный в первом параграфе третьей главы, при учете термокапиллярности становится еще более категоричным, поскольку в большинстве экспериментов теплообмен через свободную поверхность слаб и число Био меньше единицы.

В третьем параграфе проанализировано влияние внешней среды на условия развития тепловой конвекции в горизонтальном слое вязкой теплопроводной

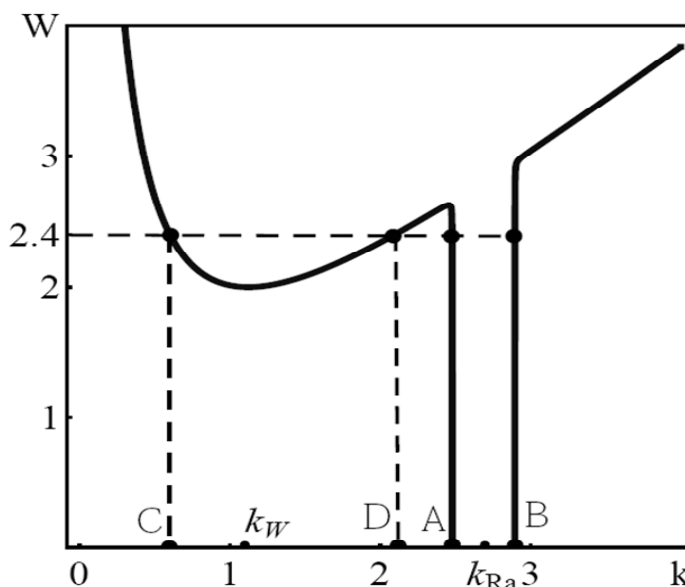


Рис.3 Кривая нейтральной устойчивости в плоскости параметров (k, W) , рассчитанная по уравнению (9) при $\mu = 5.6 \cdot 10^{-7}$; $\alpha = 0.89$ и $Ra = 1110$. На оси Ok обозначены интервалы AB и CD неустойчивых волновых чисел, формирующиеся при значении параметра $W = 2.4 > W_c = 2$

жидкости. В отличие от задачи, рассмотренной в первом параграфе, считалось, что электрический заряд на свободной поверхности жидкого слоя отсутствует, но в рассмотрение включено влияние движущуюся над слоем с заданной скоростью V верхней среды, считающейся идеальной жидкостью. Выведено уравнение нейтральной устойчивости:

$$(1 + \alpha^2 k^2 - 2k\tilde{A}) + \mu(\rho_2 / \rho_1) \Lambda(k, Ra) = 0; \quad \Gamma \equiv \rho_2 V^2 / 2\sqrt{g\gamma(\rho_1 - \rho_2)};$$

$$\mu \equiv \nu \chi / (g h^3 (1 - \rho_2 / \rho_1)).$$

Здесь ρ_1 и ρ_2 - плотности соответственно нижнего слоя и верхней среды; $\Lambda(k, Ra)$ - не выписанная из-за громоздкости в явном виде функция двух аргументов; Γ - квадрат безразмерной скорости верхней среды ($2k\Gamma > 1 + \alpha^2 k^2$ - условие реализации неустойчивости Кельвина-Гельмгольца). За степень взаимного снижения критических условий двух принятых во внимания неустойчивостей отвечает произведение параметра μ на отношение плотностей. Поэтому если в качестве нижнего слоя и верхней среды выступают две несмешивающиеся жидкости с близкими плотностями, то условия реализации комбинационной Кельвина-Гельмгольца и Рэлея-Бенара неустойчивости заметно снижаются.

Общий итог третьей главы – невозможность в земных условиях существенно снизить условия развития неустойчивостей тепловой природы за счет электрических сил и аналогично снизить условия реализации неустойчивости свободной поверхности жидкости по отношению к избытку электрического заряда за счет подогрева жидкости. Рассмотренные неустойчивости взаимно влияют друг на друга только в закритических обстоятельствах. Влияние проявляется в формировании дополнительных диапазонов неустойчивых волновых чисел, что на практике может проявиться в изменении формы и размеров ячеек Бенара или в изменении размера капель эмитируемых на финальной стадии развития неустойчивости поверхности жидкости по отношению к избытку поверхностного заряда.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Показано, что распространение периодических волн по свободной поверхности вязкой несжимаемой жидкости является причиной возникновения приповерхностного вихревого течения, в котором выделяются две компоненты. Первая компонента – вихревое волновое движение с интенсивностью, пропорциональной амплитуде волны, вторая – дрейфовое движение с интенсивностью, пропорциональной квадрату амплитуды волны.

2. Обнаружено, что при увеличении поверхностной плотности электрического заряда на горизонтальной свободной поверхности волновое вихревое движение, связанное с распространением капиллярно-гравитационной волны, демонстрирует бифуркационное поведение. Существует окологкритическое в смысле реализации неустойчивости по отношению к избытку электрического заряда значение поверхностной плотности заряда, при которой наблюдается переключение в режим апериодического вихревого движения, имеющего две собственные составляющие, различающиеся пространственно-временными характерными масштабами.

3. Во втором приближении по амплитуде волны построена новая теоретическая асимптотическая модель дрейфового течения, вызванного распространением периодических капиллярно-гравитационных волн по поверхности вязкой несжимаемой жидкости. Выделены две составляющие дрейфового течения, каждая из которых вычисляется с помощью своей независимой расчетной процедуры. Одна составляющая является непосредственным обобщением дрейфа Стокса в идеальной жидкости и поэтому названа «Модифицированный дрейф Стокса». Другая составляющая реализуется только в вязкой жидкости и названа «Добавочный дрейф». В это движение жидкость вовлекается горизонтальными вязкими напряжениями, действующими в направлении распространения волны.

4. Найдено, что при увеличении поверхностной плотности электрического заряда интенсивность обеих составляющих дрейфового приповерхностного течения, инициируемого распространением капиллярно-гравитационной волны, монотонно уменьшается вплоть до обращения в ноль.

5. Установлено критическое условие развития комбинированной неустойчивости, развивающейся в слое вязкой теплопроводной жидкости, при участии двух дестабилизирующих факторов: подогрева со стороны дна, вызывающего термоконвективную неустойчивость и поверхностного электрического заряда, связанного с дестабилизирующим действием на поверхность электрических пондеромоторных сил. Установлено строение поверхности нейтральной устойчивости в пространстве безразмерных параметров: волновое число, параметр Рэлея (характеризующий вертикальный градиент температуры) и параметр Тонкса-Френкеля (пропорциональный квадрату поверхностной плотности электрического заряда).

6. Выяснилось, что в слое вязкой теплопроводной поверхностно заряженной идеально проводящей жидкости, критическое значение разности температур, превышение которого обеспечивает развитие термо-конвективной неустойчивости, снижается при увеличении поверхностного электрического заряда. Аналогично, критическое значение поверхностной плотности заряда, при превышении которого реализуется неустойчивость по отношению к избытку электрического заряда, снижается, если усиливать подогрев со стороны дна. Для большинства веществ оба эффекта весьма незначительны в земных условиях, но существенно усиливаются в условиях малой гравитации.

7. Обнаружено, что при совместном развитии неустойчивости горизонтального жидкого слоя по отношению к избытку электрического заряда и неустойчивости термо-конвективного типа значительно расширяется спектр неустойчивых волновых движений. В зависимости от обстоятельств спектр неустойчивых волновых чисел может состоять из одного или двух интервалов. Отчетливость эффектов «раздвоения» и «расширения» множества неустойчивых волновых движений можно усилить, ослабить или полностью подавить, изменяя толщину жидкого слоя и капиллярную постоянную жидкости.

8. Показано, что при увеличении скорости среды, движущейся над слоем вязкой теплопроводной жидкости, подогреваемой снизу, происходит расширение спектра неустойчивых волновых движений и снижение критической разности температур, необходимой для возникновения тепловой конвекции. Это снижение

проявляется тем существенней, чем ближе друг к другу значения плотностей верхней среды и жидкого слоя.

Основные результаты опубликованы в работах:

1. Белоножко Д.Ф., *Козин А.В.* Закономерности реализации неустойчивости заряженной свободной поверхности горизонтального жидкого слоя, в котором развивается тепловая конвекция // *ЖТФ*. 2009. Т. 79. Вып.7. С. 37–47.
2. Белоножко Д.Ф., *Козин А.В.* О расчете скорости переноса вещества периодическими волнами, распространяющимися по поверхности вязкой жидкости // *ЖТФ*. 2010. Т. 80. Вып.4. С. 32–40.
3. Белоножко Д.Ф., *Козин А.В.* Об особенностях строения дрейфового течения, инициируемого периодическими волнами, распространяющимися по поверхности вязкой жидкости // *Изв. РАН. МЖГ*. 2011. № 2. С. 112–120.
4. Белоножко Д.Ф., *Козин А.В.* О механизмах переноса вещества нелинейными волнами на свободной поверхности жидкости // *Неравновесные процессы в сплошных средах: материалы всероссийской конференции молодых учёных (с международным участием)*. – Пермь, ПГУ, 2007. С. 66–69.
5. Белоножко Д.Ф., *Козин А.В.* О влиянии электрического заряда на условия развития тепловой конвекции в жидком слое со свободной поверхностью // *Актуальные проблемы физики: Сб. науч. тр. молодых учёных, аспирантов и студентов. Выпуск 6*. – Ярославль: ЯрГУ, 2007. С. 22–30.
6. Белоножко Д.Ф., *Козин А.В.* Расчет условий развития термо-конвективной неустойчивости заряженной жидкости // *Доклады международной научной конференции «Математические методы в технике и технологиях» (ММТТ-20)*. Ярославль, ЯГТУ, 2007. С. 142–144.
7. Белоножко Д.Ф., *Козин А.В.* О механизмах переноса вещества нелинейными волнами на поверхности вязкой жидкости // *Вестник ЯрГУ. Серия «Физика»*. – Ярославль: ЯрГУ, 2008. С. 8–12.
8. Белоножко Д.Ф., *Козин А.В.* Закономерности совместного развития тепловой конвекции и неустойчивости Тонкса-Френкеля в слое вязкой жидкости конечной толщины // *Неравновесные процессы в сплошных средах: материалы всероссийской конференции молодых ученых*. – Пермь, ПГУ, 2008. С. 50–53.
9. *Козин А.В.*, Белоножко Д.Ф. О методике расчёта спектра конвективных движений в слое поверхностно заряженной жидкости // *Математика и математическое образование. Теория и практика: Межвуз. сб. науч. тр. Вып. 6*. – Ярославль: Изд-во ЯГТУ, 2008. С. 289–291.
10. *Козин А.В.*, Белоножко Д.Ф. Анализ влияния движения внешней среды на условия развития термо-конвективной неустойчивости в горизонтальном слое вязкой теплопроводной жидкости // *Сборник тезисов, материалы четырнадцатой всероссийской научной конференции студентов-физиков и молодых учёных: материалы конференции, тезисы докладов: В 1 т. Т. 1* – Екатеринбург – Уфа: издательство АСФ России, 2008. С. 234–235.

11. **Козин А.В.**, Белоножко Д.Ф. Неустойчивость Кельвина-Гельмгольца верхней границы атмосферного слоя, подогреваемого снизу // Состав атмосферы. Атмосферное электричество. Климатические процессы. XII международная конференция молодых учёных. Тезисы докладов. Борок, 2008. С. 93.
12. **Козин А.В.**, Белоножко Д.Ф. О механизме влияния свободной поверхности на закономерности развития термо-конвективной неустойчивости в тонких плёнках // Квантовые компьютеры, микро- и нанoeлектроника (физика, технология, диагностика и моделирование): сборник трудов научно-практической межрегиональной конференции. – Ярославль: ЯрГУ, 2008. С. 58–65.
13. **Козин А.В.**, Белоножко Д.Ф. О физическом механизме взаимодействия термо-конвективной неустойчивости с явлениями на свободной поверхности // Дисперсные системы: XXIII научная конференция стран СНГ, 22-26 сентября 2008 г, Одесса, Украина: материалы конференции. – Одесса: Астропринт, 2008. С. 206–207.
14. Белоножко Д.Ф., **Козин А.В.**, Шомин А.В. О неустойчивостях, реализующихся в заряженной горизонтальной жидкой пленке, подогреваемой со стороны твердого дна // Современные проблемы электрофизики и электрогидродинамики жидкостей. Сборник докладов IX Международной научной конференции. – С.-Петербург, 2009. С. 113–115.
15. **Козин А.В.**, Белоножко Д.Ф., Шомин А.В. Влияние поверхностного электрического заряда на условия развития термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое вязкой теплопроводной жидкости // Сборник тезисов, материалы Пятнадцатой Всероссийской научной конференции студентов-физиков и молодых ученых (ВНКСФ-15, Кемерово – Томск): материалы конференции, тезисы докладов: В 1 т. Т.1. – Екатеринбург – Кемерово: издательство АСФ России, 2009. С. 610–611.
16. **Козин А.В.**, Белоножко Д.Ф. О взаимодействии неустойчивостей Марангони, Рэлея-Бенара и Тонкса-Френкеля // Международная научно-методическая конференция по физике (X Столетовские чтения): Тезисы и материалы докладов. – Владимир: ВГГУ, 2009. С. 18–20.
17. Белоножко Д.Ф., **Козин А.В.** О механизмах формирования ячеистой структуры облаков и облачных гряд // Вестник Ярославского госуниверситета им. П.Г. Демидова. Серия «Физика. Радиотехника. Связь». 2009. №.1(13). С. 8–11.
18. **Козин А.В.**, Белоножко Д.Ф. О влиянии термокапиллярных сил на условия развития неустойчивости Тонкса-Френкеля // Волновая электродинамика проводящей жидкости. ДПО и малоизученные формы естественных электрических разрядов в атмосфере: Материалы VIII Межд. конф. – Ярославль: ЯрГУ, 2009. С.124–128.