

На правах рукописи

РЫБДЫЛОВА Оюна Данзановна

**ПОПЕРЕЧНАЯ МИГРАЦИЯ И ФОКУСИРОВКА  
ИНЕРЦИОННОЙ ПРИМЕСИ В СДВИГОВЫХ ПОТОКАХ**

*Специальность 01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы*

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Работа выполнена на кафедре аэромеханики и газовой динамики механико-математического факультета и в лаборатории механики многофазных сред Института механики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук  
А.Н. Осипцов

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
профессор Ш.Х. Зарипов  
доктор физико-математических наук,  
профессор Н.Н. Смирнов

Ведущая организация: Институт механики УНЦ РАН (г. Уфа)

Защита состоится 2 марта 2012 г. в 15 часов на заседании диссертационного совета Д.501.001.89 при Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова по адресу: 119991, г. Москва, Ленинские горы, Главное здание МГУ, аудитория 16-24.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова.

Автореферат разослан “\_\_\_” февраля 2012 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д.501.001.89,  
доктор физико-математических наук

А.Н. Осипцов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Математическое моделирование пристеночных течений дисперсных сред актуально в связи с необходимостью исследования многих природных явлений и широкого круга технических приложений. В аэромеханике, например, это – движение летательных аппаратов в запыленной атмосфере, обтекание стенок теплоэнергетических аппаратов двухфазной рабочей средой, в том числе – стенок и центральных тел в соплах ракетных двигателей; в промышленности – оптимизация рабочего процесса технологических и энергетических установок, использующих мелкодисперсные материалы, оценка пожаро- и взрывобезопасности угольных выработок, пневмотранспорт порошковых материалов, окраска и обработка поверхностей двухфазными струями; в медицине и биологии – гидродинамическая сортировка клеток; в экологии и метеорологии – движение речных и морских наносов, пыльные бури и др.

В перечисленных примерах существенную роль играет наличие сдвигового пограничного слоя вблизи обтекаемых поверхностей, обусловленного вязкостью несущей фазы, что приводит к появлению поперечной (к основному потоку) составляющей силы, действующей на частицы примеси. В результате действия поперечной силы пространственное распределение дисперсной фазы может быть крайне неоднородным: возможно формирование областей, свободных от частиц, а также локальных зон накопления частиц. В частности, в некоторых случаях наличие боковой силы может приводить к возникновению аэродинамической фокусировки частиц и формированию узких пучков с высокой концентрацией дисперсной фазы. В последнее время сфокусированные пучки микро- и наночастиц все более активно используются в различных технологиях, например, для нанесения элементов микросхем, безыгольных инъекций, резки материалов, обработки поверхностей и др.

Экспериментальным исследованиям поперечной миграции малых частиц в сдвиговых течениях жидкости посвящена обширная литература. В экспериментальных работах, начиная с классической работы (Segre, Silberberg, 1962), в основном, исследовались суспензии с близкими значениями плотностей фаз и практически безынерционными частицами, для которых числа Рейнольдса очень малы, а озееновская область настолько велика, что в нее могут попадать границы течения и других частиц. В этом случае поперечная миграция частиц – медленный процесс, который происходит под действием очень малых сил, зависящих от расстояния до стенок канала, всего профиля скорости жидкости и присутствия других частиц. Поэтому случай миграции малоинерционных, нейтрально плавучих частиц наиболее сложен для теоретического описания.

В литературе совсем немного публикаций, посвященных эксперименталь-

ным исследованиям ламинарных сдвиговых течений сред с сильно различающимися инерционными свойствами фаз, таких как запыленные газы или аэрозоли. Имеются лишь две экспериментальные работы, в которых представлены измерения профилей концентрации дисперсных частиц в ламинарном пограничном слое на горизонтальной и вертикальной плоской стенке. Это обусловлено высокой сложностью экспериментальных методик и необходимостью использования дорогостоящего оборудования. В то же время, для теоретического описания поперечной миграции умеренно инерционных частиц, по-видимому, достаточно лишь учета подъемных сил сдвиговой природы (так называемых сил Сэфмана (P. Saffman, 1965, 1968)), обусловленных линейной частью неоднородности потока на масштабе частицы. Этот факт открывает возможность построения математических моделей, позволяющих дать количественное описание поперечной миграции умеренно инерционных частиц в сдвиговых потоках. Исследования, проведенные в настоящей диссертации, были направлены на (i) построение математических моделей пристеночных двухфазных течений с инерционными частицами с учетом поперечных сил сдвиговой природы, а также (ii) параметрическое численное моделирование структуры полей концентрации дисперсной фазы в ряде ламинарных двухфазных течений типа пограничного слоя, представляющих самостоятельный интерес.

**Целями настоящей работы** являются:

- Математическое моделирование поведения дисперсной примеси в пристеночных сдвиговых течениях запыленного газа в рамках модели взаимопроникающих континуумов. Параметрическое исследование влияния подъемной силы, действующей на частицы, на распределение концентрации дисперсной фазы в пограничных слоях.
- Анализ имеющихся в современной литературе поправок к классическому выражению Сэфмана для подъемной силы, учитывающих наличие стенки и конечные значения отношений трансляционных и сдвиговых чисел Рейнольдса обтекания частиц, а также роли этих поправок при моделировании двухфазных пограничных слоев.
- Исследование роли сил Сэфмана в механизме подъема пыли за движущимися ударными волнами.
- Исследование возможности использования эффекта боковой миграции частиц под действием сил Сэфмана для создания фокусированных пучков микрочастиц. Параметрическое исследование течения запыленного газа за ударной волной, движущейся в микроканале, и анализ условий фокусировки частиц на оси канала за ударной волной.

**Научная новизна.** В работе получены следующие новые результаты, выносимые на защиту:

- В рамках приближения пограничного слоя для модели взаимопроникающих континуумов с использованием полного лагранжева подхода для дисперсной фазы исследована поперечная миграция частиц в сдвиговых течениях запыленного газа. На основании сравнения расчетов с известными экспериментальными данными по распределению примеси в пограничных слоях на горизонтальной и вертикальной пластинах сделан вывод о необходимости учета сил Сэфмана при описании высокоградиентных двухфазных течений. Указанный учет позволяет с удовлетворительной точностью описывать формирующиеся профили концентрации дисперсной фазы.
- Исследовано распределение дисперсной примеси в плоской ламинарной пристенной струе. Найдены области выпадения частиц на твердую поверхность. Показано, что в дальнем поле струи формируются две области повышенной концентрации частиц – у стенки и на некотором расстоянии от нее.
- С учетом современных литературных данных о поправках к силе Сэфмана проведено параметрическое численное исследование подъема пыли в пограничном слое за ударной волной, движущейся с постоянной скоростью в запыленном газе вдоль твердой стенки или над эродирующим слоем осадка. Показано, что учет влияния стенки на подъемную силу, действующую на частицы, не приводит к качественной перестройке картины течения дисперсной примеси. При движении ударной волны над слоем осадка в профиле концентрации частиц формируются два максимума, соответствующие двум областям накопления частиц – на стенке и на границе газопылевой смеси.
- Впервые обнаружен эффект аэродинамической фокусировки инерционных частиц на оси/плоскости симметрии микроканала, по которому движется ударная волна. На основании параметрических численных расчетов найдены области определяющих параметров, при которых за ударной волной происходит оптимальная фокусировка дисперсной фазы и формирование коллимированного пучка частиц. Этот эффект наиболее выражен в случае микроканалов, диаметр которых сравним с толщиной пограничных слоев (нарастающих на стенках за ударной волной) на длинах скоростной релаксации дисперсных частиц.

**Достоверность результатов** диссертации обусловлена использованием строгих математических моделей движения двухфазных сред. В численных алгоритмах применялись хорошо апробированные методы с контролем

точности. Точность расчетов подтверждается сравнением результатов с известными численными решениями, а также соответствием полученных результатов некоторым известным экспериментальным данным.

**Научная значимость** работы состоит в развитии моделей и методов исследования двухфазных пограничных слоев. На основе сопоставления расчетных и экспериментальных данных показана необходимость учета подъемных сил Сэфмана при моделировании высокоградиентных сдвиговых двухфазных течений с умеренно инерционными частицами. Впервые обнаружен эффект аэродинамической фокусировки инерционных частиц за ударной волной, движущейся в микроканале.

**Практическая значимость** работы определяется возможностью использования развитых методов и подходов для расчета двухфазных пограничных слоев, систем активной тепловой защиты, а также возможностью применения полученных результатов для развития технологий, использующих фокусированные пучки микрочастиц. Проведенные расчеты распределения концентрации частиц за ударными волнами следует учитывать при оценке концентрационных пределов взрывобезопасности промышленных пылевых взвесей.

**Апробация работы.** Результаты, полученные в диссертации, докладывались на следующих научных конференциях: Конференции-конкурсе молодых ученых НИИ механики МГУ (2006, 2009, 2010, 2011); Конференции МГУ “Ломоносовские чтения” (2007, 2010), Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Нижний Новгород, 2011), XVI школе-семинаре “Современные проблемы аэрогидродинамики” (Сочи, 2010), Международной аэрозольной конференции (Хельсинки, Финляндия, 2010), Седьмой международной конференции по теплопереносу, механике жидкости и термодинамике (Анталья, Турция, 2010), X международной школе-семинаре “Модели и методы аэродинамики” (Евпатория, 2010), VIII Молодежной школе-конференции “Лобачевские чтения – 2009” (Казань, 2009), IV Международной конференции “Двухфазные системы в наземных и космических приложениях” (Новосибирск, 2009), Всероссийской конференции “Современные проблемы механики сплошной среды”, посвященной 100-летию акад. Л.И. Седова (Москва, 2007).

За работу “Фокусировка частиц за движущейся ударной волной в узком канале” автор удостоен звания одного из победителей Всероссийского конкурса инновационных проектов программы “Участник молодежного научно-инновационного конкурса 2009” (“У.М.Н.И.К. – 2009”). За публикацию [7] из списка литературы автор удостоен гранта для талантливых молодых сотрудников, аспирантов и студентов МГУ 2011 года.

Результаты работы обсуждались на специализированных научных семинарах: семинаре кафедры аэромеханики и газовой динамики механико-

математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова (Москва, 2004 – 2009), семинаре по механике многофазных сред под руководством д.ф.м.н. А.Н. Осипцова (НИИ механики МГУ, Москва, 2004 – 2011), семинаре по механике сплошных сред под руководством акад. РАН А.Г. Куликовского, проф. А.А. Бармина, проф. В.П. Карликова (НИИ механики МГУ, Москва, 2009), семинаре по механике сплошных сред под руководством акад. РАН А.Г. Куликовского, проф. В.П. Карликова, члена-корр. РАН О.Э. Мельника (НИИ механики МГУ, Москва, 2011).

**Публикации по теме диссертации.** Основные результаты работы изложены в 17 научных публикациях, из которых 7 – статьи и 10 – тезисы докладов. Работы [7], [13], [14], [17] опубликованы в журналах, входящих в перечень ВАК на момент публикации. Во всех работах автору принадлежит участие в постановке задачи, разработка алгоритмов решения, численное моделирование и анализ результатов. Все положения, выносимые на защиту, получены лично соискателем.

**Структура и объем работы.** Диссертация содержит введение, шесть глав, заключение и список литературы. В работе имеется 56 рисунков, 3 таблицы и 124 библиографические ссылки. Общий объем диссертации составляет 123 страницы.

Во **Введении** обсуждается актуальность темы диссертации, основные цели и направления исследований, указана научная и практическая ценность работы.

В **Главе 1** представлен обзор литературы, посвященной течениям газа и жидкости с примесью твердых частиц в сдвиговых потоках. Перечислены экспериментальные работы, в которых был обнаружен эффект поперечной миграции частиц в таких течениях (Poiseuille, Segre & Silberberg, Taylor, Jeffrey & Pearson, Matas et al. и др.). Указаны основные работы, в которых теоретически исследуется возникновение поперечных к основному потоку сил, действующих на сферу в неоднородном поле течения (Bretherton, Ho & Leal, Rubinow & Keller, Saffman, Е.С. Асмолов, McLaughlin, Cherukat & McLaughlin, Dandy & Dwyer и др.).

Проведен анализ литературы по математическому моделированию двухфазных пограничных слоев. Цитируются известные работы Singleton, Otterman & Lee, Marble, А.Н. Осипцова, Ю.М. Циркунова, Hussainov и др., А.М. Гришина и В.И. Забарина, Hewitt, Duck & Foster, в которых в рамках модели двух взаимопроникающих континуумов исследуется течение запыленного газа в пограничном слое. Ряд исследований последних лет описан в монографиях А.Ю. Вараксина, а также В.И. Терехова и М.А. Пахомова. Анализируется литература по моделированию эффекта выноса пыли из пристеночной области за движущимися ударными волнами, в том числе

работы, в которых подъем пыли связывается с действием сил Сэфмана в пристенном пограничном слое.

В разделе также дан обзор работ по аэродинамической фокусировке микрочастиц. Отмечается, что создание коллимированных пучков дисперсных частиц имеет множество приложений в различных областях науки и техники.

Приведенный обзор литературы позволяет сделать вывод, что в настоящее время являются актуальными параметрические исследования двухфазных пограничных слоев с инерционными частицами на базе двухконтинуальных моделей с привлечением современных литературных данных о выражениях для подъемных сил сдвиговой природы (сил Сэфмана с поправками на конечность чисел Рейнольдса и наличие границ течения). Особый интерес представляют погранслоиные течения со “складками” и “сборками” фазового объема дисперсной фазы, формированием локальных областей пересекающихся траекторий частиц и зон накопления частиц, аккуратное исследование которых стало возможным в последнее время благодаря развитию полного лагранжева подхода для расчета параметров дисперсной фазы. Важными и актуальными представляются исследования сжимаемых пограничных слоев в высокоскоростных двухфазных потоках с целью выяснения роли подъемных сил в механизмах выноса частиц из пристеночной области и исследование новых схем аэродинамической фокусировки частиц в сдвиговых потоках за счет сил Сэфмана.

**Глава 2** посвящена формулировке основных уравнений течения смеси “жидкость (газ) – твердые частицы” в течениях в пограничном слое. Используются основные предположения модели взаимопроникающих континуумов, несущая фаза – вязкая жидкость или вязкий совершенный газ, дисперсная фаза – одинаковые сферические частицы радиуса  $\sigma$ , массы  $m$ ,  $\rho_{sm}$  – плотность вещества частиц,  $c_s$  – теплоемкость вещества частиц. Рассматривается такой диапазон размеров частиц, что их обтекание происходит в режиме сплошной среды и можно пренебречь эффектами их броуновского движения. Объемная доля частиц мала, тензор напряжений в среде частиц отсутствует, влиянием частиц на несущую фазу пренебрегается. В межфазном обмене импульсом в общем случае учитываются сила аэродинамического сопротивления, подъемная сила (сила Сэфмана), сила присоединенных масс, сила Архимеда, сила Бассэ-Буссинеска (Глава 3). В случае, когда плотность несущей фазы много меньше плотности вещества частиц, влиянием последних трех сил можно пренебречь; в этом случае движение частиц определяется суммой силы аэродинамического сопротивления, силы тяжести и подъемной силы (Главы 3, 4, 5, 6). Выражение для суммарной

силы  $\mathbf{f}_s^*$ , действующей на одну частицу, имеет вид (Maxey, Riley, 1983<sup>1</sup>):

$$\mathbf{f}_s^* = \mathbf{f}_{st}^* + \mathbf{f}_A^* + \mathbf{f}_{vm}^* + \mathbf{f}_{BB}^* + \mathbf{f}_L^* + m\mathbf{g} \quad (1)$$

$$\mathbf{f}_{st}^* = 6\pi\sigma\mu(\mathbf{v}^* - \mathbf{v}_s^*)\Psi_{st}, \quad \mathbf{f}_L^* = 6.46\sigma^2\sqrt{\mu\rho\frac{\partial u^*}{\partial y^*}}(u^* - u_s^*)\mathbf{j}\Psi_{saf}$$

$$\mathbf{f}_A^* = \frac{4}{3}\pi\sigma^3\rho\left(\frac{D\mathbf{v}^*}{Dt} - \mathbf{g}\right), \quad \mathbf{f}_{vm}^* = \frac{2}{3}\pi\sigma^3\rho\left(\frac{d\mathbf{v}^*}{dt} - \frac{d\mathbf{v}_s^*}{dt}\right)$$

$$\mathbf{f}_{BB}^* = 6\sigma^2\sqrt{\pi\mu\rho}\int_0^t\left(\frac{d\mathbf{v}^*}{dt} - \frac{d\mathbf{v}_s^*}{dt}\right)\Big|_{t=t_1}\frac{dt_1}{\sqrt{t-t_1}},$$

Здесь  $d/dt$  и  $D/Dt$  обозначают, соответственно, субстанциональные производные вдоль траекторий твердой частицы и частицы несущей фазы;  $\mathbf{g}$  – ускорение свободного падения,  $\mathbf{j}$  – единичный вектор оси ординат.  $\mathbf{f}_{st}^*$ ,  $\mathbf{f}_L^*$ ,  $\mathbf{f}_A^*$ ,  $\mathbf{f}_{vm}^*$ ,  $\mathbf{f}_{BB}^*$  – сила аэродинамического сопротивления, подъемная сила, сила Архимеда, сила присоединенных масс и сила Бассэ-Буссинеска, звездочками обозначены размерные переменные величины, нижним индексом  $s$  – соответствующие параметры дисперсной фазы. Выражения для силы аэродинамического сопротивления и подъемной силы взяты в формах, предложенных в работах (Carlson, Hoglund, 1964<sup>2</sup>; Mei, 1992<sup>3</sup>), с учетом поправок к силам Стокса и Сэфмана, учитывающих конечные значения чисел Рейнольдса обтекания частиц.

Во всех рассматриваемых в диссертации задачах система координат вводится стандартным образом для пограничного слоя: ось  $x$  направлена вдоль стенки, ось  $y$  – по нормали к ней. Для задачи о движении облака частиц за ударной волной в канале (Глава 6), ось  $x$  направлена вдоль оси канала. Переходя к пределу больших чисел Рейнольдса основного течения и вводя стандартные для пограничного слоя масштабы величин, можно получить следующую систему уравнений двухфазного пограничного слоя в безразмерном виде для стационарного случая ( $D_\rho = \rho/\rho_{sm} \ll 1$ ):

$$\operatorname{div}\rho\mathbf{v} = 0, \quad (2)$$

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

$$\rho\left(u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y}\right) = \operatorname{Ec}\left(u\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{1}{\operatorname{Pr}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \operatorname{Ec}\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$$

<sup>1</sup>Maxey M.R., Riley J.J. Equation of motion of a small rigid sphere in a nonuniform flow // *Phys. of Fluids*. 1983. V.26. P. 883 – 889.

<sup>2</sup>Carlson D.J., Hoglund R.F. Particle drag and heat transfer in rocket nozzles // *AIAA Journal*. 1964. V. 2. N 11. P. 1980 – 1984.

<sup>3</sup>Mei R. An approximate expression for the shear lift force at finite Reynolds number // *Intern. J. Multiphase Flow*. 1992. V. 18. N 1. P. 145 – 147.

$$\operatorname{div} \rho_s \mathbf{v}_s = 0,$$

$$(\mathbf{v}_s \cdot \nabla) \mathbf{v}_s = \beta \mu (\mathbf{v} - \mathbf{v}_s) \Psi_{st} + \operatorname{sign} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) \zeta \sqrt{\mu \rho} \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| (u - u_s) \mathbf{j} \Psi_{saf} - \omega \mathbf{e}$$

$$\left( u_s \frac{\partial T_s}{\partial x} + v_s \frac{\partial T_s}{\partial y} \right) = \frac{2}{3} \chi \beta \frac{1}{\operatorname{Pr}} \lambda (T - T_s) \Psi_h$$

Здесь  $\mathbf{e}$  – единичный вектор оси абсцисс либо ординат (в зависимости от взаимного направления скорости внешнего потока и силы тяжести). При обезразмеривании в качестве масштабов продольных и поперечных координат использованы  $L_0$  и  $\varepsilon L_0$ , для продольных и поперечных компонент скорости фаз –  $U_0$  и  $\varepsilon U_0$  (здесь  $L_0$  и  $U_0$  – характерные масштабы длины и скорости, свои для каждой из рассмотренных задач,  $\varepsilon = 1/\sqrt{\operatorname{Re}}$  в Главах 3, 4, 5 и  $\varepsilon = 1/\operatorname{Re}$  в Главе 6), остальные величины (плотность, температуры фаз, давление, концентрация частиц, вязкость и теплопроводность несущей фазы) отнесены к своим характерным значениям  $\rho_0$ ,  $T_0$ ,  $\rho U_0^2$ ,  $n_{s0}$ ,  $\mu_0$  и  $\lambda_0$  соответственно. В уравнениях (2)  $\mathbf{v} = (u, v)$  – скорость несущей фазы,  $c_p$  – теплоемкость несущей фазы; размерная осредненная плотность дисперсной фазы  $\rho_s^*$  связана с размерной числовой концентрацией  $n_s^*$  и массой частиц  $m$  соотношением  $\rho_s^* = m n_s^*$ .

Постановка задачи должна быть дополнена уравнениями состояния (для сжимаемой несущей фазы – уравнением состояния совершенного газа, для жидкости – условием несжимаемости), а также граничными условиями. В качестве граничных условий для несущей фазы задаются стандартные для пограничного слоя условия на обтекаемой поверхности и срачивания с параметрами невязкого течения, а для частиц задаются обе компоненты скорости, температура и концентрация на границе расчетной области, где частицы влетают в область пограничного слоя.

Выражение для потока тепла к частице взято в форме, предложенной в (Ranz & Marshall<sup>4</sup>). Система (2) содержит следующие безразмерные параметры: число Эккерта  $Ec$ , число Прандтля  $\operatorname{Pr}$ , параметр инерционности частиц  $\beta$ , равный отношению макромасштаба задачи к длине скоростной релаксации фаз, безразмерный коэффициент при подъемной силе  $\zeta$ , отношение теплоемкостей вещества частиц и несущей фазы  $\chi$ , параметр  $\omega$ , который определяет вклад силы тяжести, и число Рейнольдса, посчитанное по диаметру частиц,  $\operatorname{Re}_{s0} = 2\sigma \rho_0 U_0 / \mu_0$ , которое входит в выражения для поправочных функций  $\Psi_{st}$ ,  $\Psi_h$  и  $\Psi_{saf}$  (относительная массовая концентрация частиц  $\alpha = m n_{s0} / \rho_0$  считается пренебрежимо малой). Система уравнений (2) записана в эйлеровых переменных, что предполагает отсутствие пересечений траекторий частиц. В случае пересечения траекторий (формиро-

<sup>4</sup>Ranz W.E., Marshall W.R. Evaporation from drops // Chem. Eng. Prog. 1952. V. 48. Pt. 1. P. 141 – 146; Pt. 2. P. 173 – 180.

вания “складок” в среде частиц) в рамках эйлерова подхода требуется ввести нужное число континуумов для описания движения частиц в каждой из составляющих “складки” и суммировать концентрацию частиц по числу пересекающихся траекторий. Для преодоления трудностей, связанных с возможными пересечениями траекторий частиц, в диссертации используется полный лагранжев метод, предложенный в работах А.Н. Осипцова<sup>5</sup>, он описывается в **разделе 2.2**. Этот метод позволил исследовать погранслоиные течения с пересекающимися траекториями частиц, рассмотренные в данной диссертации. Основным преимуществом этого подхода является то, что все параметры дисперсной фазы, включая концентрацию, находятся из решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений на выбранных траекториях частиц. Проблема пересечения траекторий в эйлеровых точках пространства решается автоматически, поскольку пересекающимся траекториям соответствуют различные лагранжевы координаты. Замкнутая система уравнений для определения параметров частиц на фиксированной траектории состоит из уравнения неразрывности среды частиц, уравнений движения частиц, записанных в лагранжевых переменных, и дополнительных уравнений для нахождения компонент якобиана в уравнении неразрывности.

**Глава 3** посвящена анализу применимости модели двухфазного пограничного слоя с учетом сил Сэфмана для описания известных экспериментальных данных по распределению примеси в пристеночных течениях запыленного газа (Hussainov и др., 1994<sup>6</sup>) и разреженной суспензии (Lee, 1982<sup>7</sup>). В соответствующих задачах параметры несущей фазы определяются из решения задачи Блазиуса для чистого газа. В **разделе 3.1** решается плоская задача о стационарном течении газа с примесью твердых частиц в пограничном слое у вертикальной плоской стенки. Проведены расчеты течения в условиях, близких эксперименту (Hussainov и др., 1994). Несущая фаза – воздух, включения – твердые сферические частицы плотности  $3.95 \text{ г/см}^3$ , радиус частиц  $32 \text{ мкм}$ , отклонение от данного размера частиц может достигать 30%. За масштабы длины и скорости берутся длина скоростной релаксации частиц и скорость набегающего потока. На Рис. 1а представлена типичная картина траекторий частиц, некоторые результаты расчетов для профилей концентрации частиц приведены на Рис. 1б – в. В расчетах было положено  $Re_{s0} = 3.36$ ;  $\omega = 0.0855$ ,  $\zeta = 3.88$ ,  $u_{s0} = 0.35$ , профили построены в сечениях  $x_1 = 2.55$  (5 см),  $x_2 = 5.1$  (10 см),  $x_3 = 8.7$  (17 см), что соответ-

<sup>5</sup>см. например, Osipov A.N. Lagrangian modeling of dust admixture in gas flows // *Astrophysics and Space Science*. 2000. V. 274. P. 377 – 386.

<sup>6</sup>Hussainov M., Kartushinsky A., Mulgi A., Shcheglov I., Tisler S. Properties of solid particle distribution in two-phase laminar boundary layers of various shapes and particle sedimentation // *Proc. Estonian Acad. Sci. Phys. Math.* 1994. V. 42. N. 4. P. 237 – 249.

<sup>7</sup>Lee S.L. Aspects of suspension shear flows // *Adv. in Appl. Mech.* 1982. V. 22. P. 1 – 65.

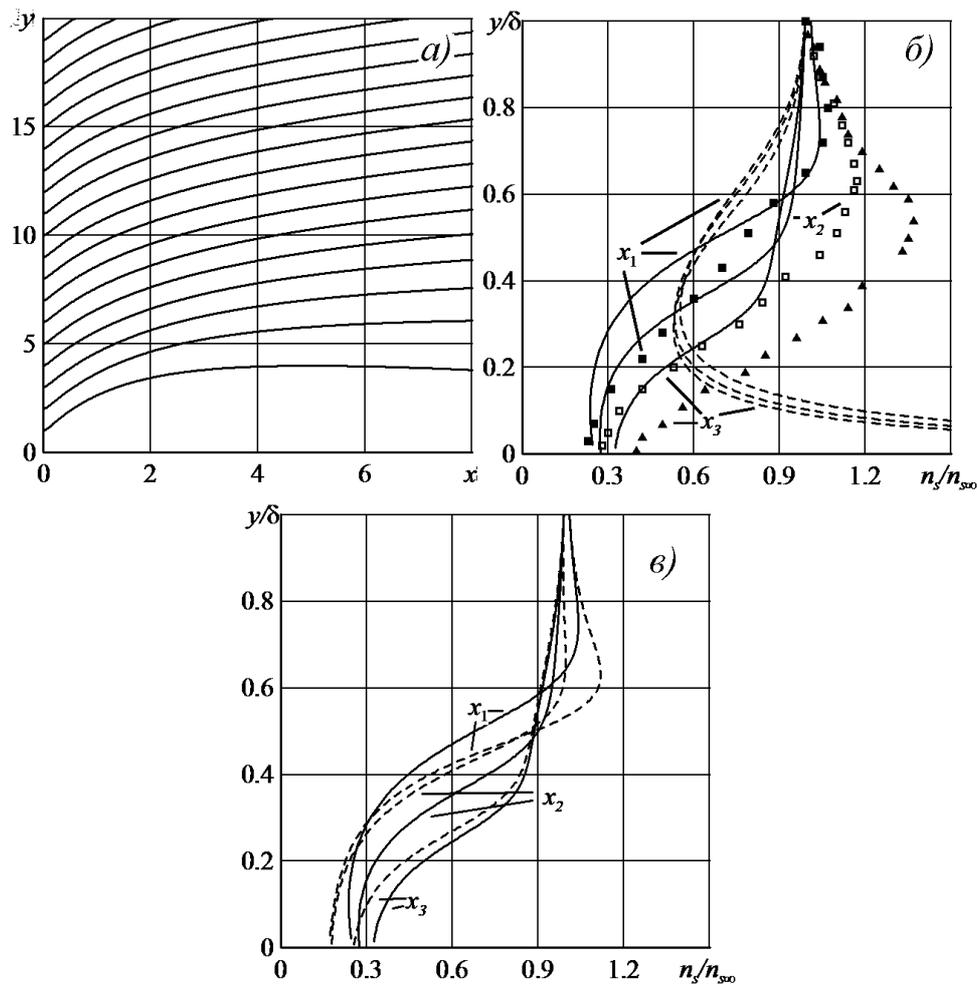


Рис. 1: а) Траектории частиц диаметра 32 мкм при  $Re_{s0} = 3.36$ ;  $\omega = 0.0855$ ,  $\zeta = 3.88$ ,  $u_{s0} = 0.35$ . Профили концентрации частиц диаметра 32 мкм в сечениях  $x_1, x_2, x_3$  (сплошные линии); б) пунктирная линия – профили концентрации частиц без учета поперечной силы, точками обозначены результаты эксперимента (Hussainov и др., 1994); в) пунктирная линия – профили концентрации частиц, диаметр которых на 30% больше.

ствуует условиям эксперимента (Hussainov и др., 1994). Компоненты скорости несущей фазы рассчитывались численно на эйлеровой сетке из решения автомодельной задачи Блазиуса. Для расчета параметров дисперсной фазы использовался полный лагранжев подход. В областях выпадения частиц на обтекаемую поверхность частицы, достигшие стенки, исключались из дальнейших расчетов. Для удобства сравнения результатов численного моделирования и эксперимента концентрация частиц отнесена к ее значению во внешнем потоке вдали от стенки, а поперечная координата отнесена к местной толщине пограничного слоя.

Пунктирными линиями на Рис. 1б приведены профили концентрации частиц, посчитанные без учета подъемных сил Сэфмана. Видно, что без учета подъемной силы концентрация частиц неограниченно возрастает с приближением к стенке, что совпадает с модельным расчетом (А.Н. Осипов, 1980<sup>8</sup>). Учет влияния боковой силы, действующей на частицы в сдви-

<sup>8</sup>Осипов А.Н. О структуре ламинарного пограничного слоя дисперсной смеси на плоской пластин-

говом потоке, приводит к качественному изменению профиля концентрации частиц – при приближении к стенке концентрация частиц уменьшается. На Рис. 1б приведено сравнение результатов численного моделирования и экспериментальных данных (обозначены точками). Получено удовлетворительное качественное совпадение профилей концентрации частиц: при приближении к стенке концентрация частиц убывает, а на некотором расстоянии от стенки профиль концентрации имеет локальный максимум. В численных расчетах локальный максимум концентрации внутри пограничного слоя постепенно исчезает ниже по потоку. Некоторое количественное различие в результатах может быть объяснено тем, что в эксперименте использовались полидисперсные частицы. На Рис. 1в приведено сравнение профилей концентрации частиц диаметра 32 мкм и частиц, размер которых на 30% больше (соответствующие профили обозначены пунктирной линией). Для них значение максимума в каждом сечении больше. На основании проведенных расчетов можно заключить, что использованная модель двухфазного пограничного слоя с учетом силы Сэфмана вполне пригодна для описания поперечной миграции частиц в пограничных слоях в запыленных газах и аэрозолях.

В разделе 3.2 решается плоская задача о течении суспензии в ламинарном пограничном слое у горизонтальной стенки, результаты численного моделирования сравниваются с экспериментальными данными (Lee, 1982), где исследовалось течение разреженной смеси “вода – стеклянные частицы”. Точная плотность вещества стеклянных частиц, использованных в эксперименте, не указана авторами, поэтому в наших расчетах плотность частиц варьировалась в диапазоне – 1 – 2 г/см<sup>3</sup>, диаметр частиц – 100 мкм. В данном случае трудно надеяться на хорошее согласование расчетных и экспериментальных данных, поскольку плотности фаз близки, рассогласование скоростей фаз, а, следовательно, и числа Рейнольдса обтекания частиц могут быть очень малыми, что делает проблематичным использование локального выражения для подъемной силы в форме Сэфмана. Кроме того, в данном случае необходимо учитывать все нестационарные составляющие межфазной силы (все слагаемые в (1)), поскольку формально они имеют одинаковый порядок малости. Получаемая система интегро-дифференциальных уравнений решалась численно на выбранных траекториях частиц.

На Рис. 2 приведено сравнение рассчитанных профилей концентрации частиц (сплошные линии) и экспериментальных данных (точки). В соответствии с экспериментом, в расчетах было положено  $L_0 = 244$  см,  $U_0 = 50$  см/с,  $Re_{s0} = 100$ ,  $\omega = 1.05 \cdot 10^5$ ,  $D_p = 0.77$ ,  $x_1 = 0.01$  (2.5 см),  $x_2 = 0.02$  (5 см),  $x_3 = 0.03$  (7.5 см),  $u_{s0} = 1$  ( $L_0$  и  $U_0$ , длина пластины и скорость набе-

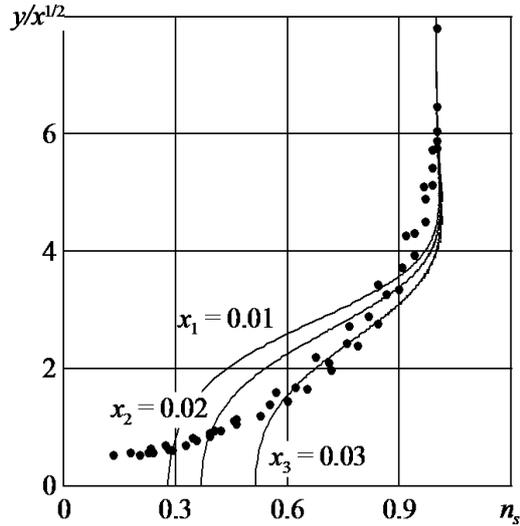


Рис. 2: Профили концентрации частиц диаметра 100 мкм в сечениях  $x_1, x_2, x_3$ ,  $D_p = 0.77$ , точками обозначены результаты эксперимента (Lee, 1982) в тех же сечениях.

гающего потока, взяты за характерные масштабы продольной координаты и продольной компоненты скорости). В данном случае получено не очень хорошее согласование расчетов и экспериментов, причем при уменьшении задаваемой разности плотностей фаз расчеты все далее расходятся с экспериментом. Проведенные расчеты подтверждают ожидаемый результат – с уменьшением рассогласования скоростей фаз подъемная сила начинает зависеть не только от главной (линейной) части неоднородности потока на масштабе частицы, но и от других факторов. В то же время, при конечных различиях плотностей фаз качественные особенности поперечной миграции частиц в пограничных слоях можно описывать с помощью предложенной в данном разделе модели двухфазного пограничного слоя.

В **Главе 4** решается плоская стационарная задача о затопленной ламинарной двухфазной струе, распространяющейся вдоль плоской стенки. Такое течение может сформироваться при истечении запыленного газа из узкой щели, расположенной у стенки, или при натекании струи жидкости с частицами на стенку. В **разделе 4.1** описывается математическая постановка задачи. Для параметров несущей фазы используется автомодельное решение, найденное Н.И. Акатновым и Glauert (**раздел 4.2**); автомодельные координата и функция тока имеют вид:

$$\eta = yx^{-3/4}/4, \quad \psi = x^{1/4}f(\eta)$$

В рассматриваемом решении задачи о пристенной струе для чистого газа поток массы из точечного источника, расположенного на стенке, равен нулю, поток импульса бесконечно большой, а их произведение конечно и равно  $20/9F$ , где  $F$  – интеграл, сохраняющий свое значение вдоль оси  $x$ :

$$F = \int_0^{\infty} u \left\{ \int_y^{\infty} u^2 dy \right\} dy = const$$

В качестве масштаба длины берется длина скоростной релаксации фаз, масштаб продольной компоненты скорости задается величиной  $F$  интеграла задачи.

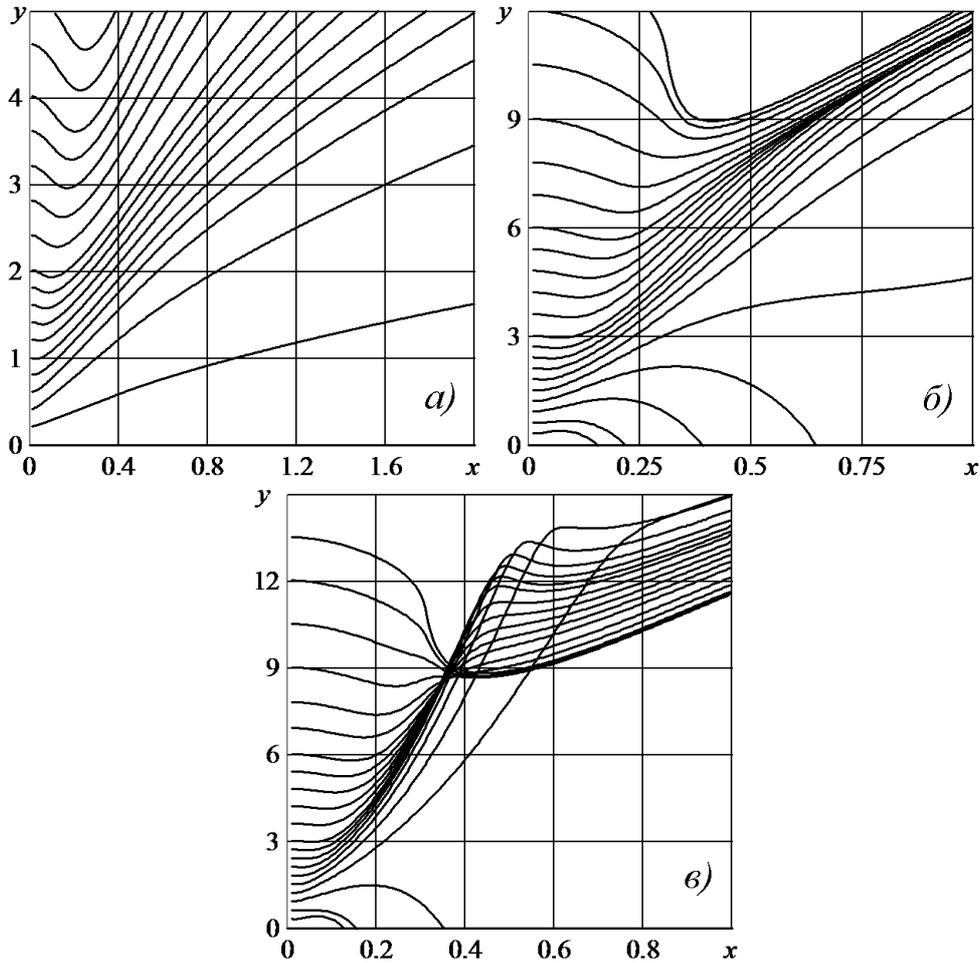


Рис. 3: Траектории частиц при  $x_0 = 0.01$ ,  $u_s(x_0, y_0) = 0.3$ ,  $v_s(x_0, y_0) = 0$ , а)  $\zeta = 0$ ; б)  $\zeta = 100$ ; в)  $\zeta = 200$ .

В **разделе 4.3** описываются уравнения и начальные условия для дисперсной фазы, результаты обсуждаются в **разделе 4.4**. Течение дисперсной фазы определяется одним безразмерным параметром  $\zeta$  – параметром при подъемной силе. В зависимости от условий ввода частиц в поток (начальные значения компонент скорости частиц) и вклада силы Сэфмана возможно формирование картин течения дисперсной фазы как с пересекающимися, так и непересекающимися траекториями частиц. Им соответствуют одно- и многозначные профили концентрации частиц. На Рис. 3 показаны траектории частиц для случаев  $\zeta = 0$ ,  $\zeta = 100$  и  $\zeta = 200$  при  $x_0 = 0.01$ ,  $u_s(x_0, y_0) = 0.3$ ,  $v_s(x_0, y_0) = 0$ . Даже в случае отсутствия подъемных сил ( $\zeta = 0$ ) после завершения процесса релаксации скоростей фаз формируется автомодельный профиль концентрации частиц  $n_s(\psi)$  с двумя выраженными максимумами на внешней границе области струи, в которую попадают частицы, и на стенке. При значениях коэффициента при силе

Сэфмана порядка единицы и более происходит осаждение частиц на начальном участке стенки. С увеличением вклада силы Сэфмана могут образовываться множественные пересечения траекторий частиц и множественные пики в поперечном распределении концентрации дисперсной фазы.

В **Главе 5** решается плоская задача о подъеме пыли за счет сил Сэфмана в сжимаемом пограничном слое за ударной волной, движущейся вдоль плоской поверхности. Считается, что на рассматриваемом отрезке ударная волна имеет постоянную скорость  $U_{sh}^*$ . Газ перед ударной волной неподвижен, температура газа совпадает с температурой стенки  $T_w^*$ . Несущая фаза – вязкий совершенный газ, вязкость и теплоемкость которого линейно зависят от температуры:  $\mu^*/\mu_+^* = \lambda^*/\lambda_+^* = KT^*/T_+^*$ , где  $K$  – константа. В **разделе 5.1** описывается математическая постановка задачи. При решении переходим в систему координат, связанную с ударной волной, в этой системе задача становится стационарной. Параметры несущей фазы перед и за ударной волной связаны стандартными соотношениями Рэнкина-Гюгонио. Параметры частиц при прохождении ударной волны непрерывны. За ударной волной на стенке развивается пограничный слой. В этой пристеночной области движение частиц определяется соотношением силы аэродинамического сопротивления и подъемной силы. Характерными величинами в данной задаче являются значения параметров за ударной волной, продольный масштаб длины – длина скоростной релаксации скоростей фаз. Рассматривается две постановки, соответствующие: (а) – распространению ударной волны по равномерно запыленному газу и (б) – движению ударной волны над разрушающимся слоем осадка, поверхность которого, по предположению, остается плоской. В **разделе 5.2** описан алгоритм численного расчета параметров несущей фазы. Используется преобразование Дородницына, с помощью которого уравнения сжимаемого пограничного слоя принимают вид уравнений несжимаемого пограничного слоя. Задача сводится к задаче Блазиуса на подвижной стенке. Уравнения и начальные условия для дисперсной фазы выписаны в **разделе 5.3**. В этом случае в выражениях для подъемной силы учитываются поправки на конечность расстояния до стенки, введенные Е.С. Асмоловым. При рассмотрении движения ударной волны над эродирующим слоем осадка учитывается зависимость потока частиц, вовлекаемого в движение со стенки, от локального касательного трения на стенке (условие Багнольда). Расчеты показывают, что частицы сначала поднимаются, движутся некоторое время в сторону внешнего потока, а затем оседают, поскольку сила Сэфмана меняет знак (см. Рис. 4а). Мелкие частицы движутся скачками – “сальтируют”. В поле концентрации частиц формируются локальные области накопления на поверхности стенки и на некотором расстоянии от нее – на огибающих траекторий сальтирующих частиц. На Рис. 4б приведены профили обратной концентрации частиц

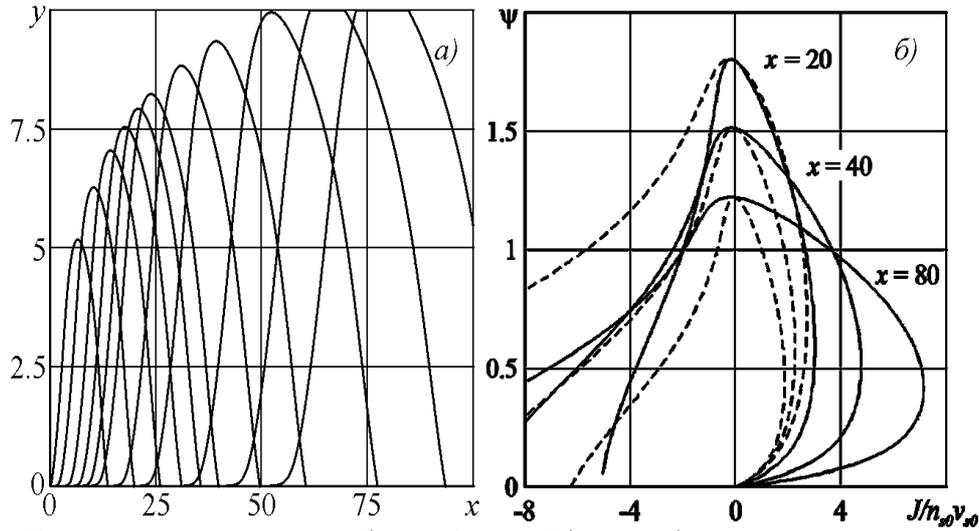


Рис. 4: а) Траектории частиц и б) профили  $J/n_{s0}v_{s0}$  (пунктирная линия – профили  $J/n_{s0}v_{s0}$  при постоянном подводе частиц со стенки) при  $\zeta = 55$ ,  $Re_{s0} = 24$ ,  $\omega = 0$ .

$J/n_{s0}v_{s0}$ . Здесь  $J$  – якобиан преобразования от эйлеровых к лагранжевым переменным, при этом безразмерная концентрация частиц вычисляется как  $n_s = n_{s0}v_{s0}/|J|$ . Такое представление концентрации удобно, поскольку различным составляющим “складки” соответствуют различные знаки якобиана. Правые ветви профилей на Рис. 4б соответствуют частицам, движущимся вверх, левые – опускающимся частицам. Максимум концентрации частиц достигается на стенке и на границе области взвешенных частиц. Концентрация частиц непосредственно за ударной волной оказывается заметно больше, а вдалеке от ударной волны в несколько раз меньше, чем для случая граничных условий, соответствующих постоянному вводу частиц в поток со стенки.

В **Главе 6** предлагается и исследуется новая аэродинамическая схема фокусировки инерционных частиц, а именно: фокусировка частиц за ударной волной, движущейся с постоянной скоростью в цилиндрическом или плоском микроканале постоянного сечения. Толщина канала предполагается настолько малой, что пограничные слои, нарастающие на стенках канала за ударной волной, смыкаются на длине, сравнимой с длиной скоростной релаксации частиц. Математическая постановка задачи описана в **разделе 6.1**. Рассматриваются осесимметричная и плоская задачи о течении запыленного газа за прямой ударной волной, распространяющейся в цилиндрическом (плоском) канале диаметра (ширины)  $2d$ , имеющем конечную длину  $l_{ch}$ ,  $d \ll l_{ch}$ . Предполагается, что в рассматриваемой области течения (на длине канала  $l_{ch}$ ) ударная волна движется с постоянной скоростью по однородно запыленному покоящемуся газу. Стенки канала имеют постоянную температуру, совпадающую с температурой газа перед ударной волной. Предположения о несущей и дисперсной фазах такие же, как и в предыдущей задаче. За масштабы при обезразмеривании берутся значения

параметров за ударной волной, поперечный масштаб длины –  $d$ , продольный –  $dRe_d$ , где  $Re_d = \rho_0 d U_0 / \mu_0$ . В разделе 6.2 сначала исследуются поля параметров несущей фазы – численно решается задача о течении вязкого совершенного газа за ударной волной в системе координат, связанной с ударной волной. Задача решается в приближении узкого канала, для этого случая получены уравнения типа уравнений сжимаемого пограничного слоя, но с неизвестным распределением давления вдоль оси канала. Эта система уравнений решается численно с помощью неявной разностной схемы первого порядка точности по продольной координате и второго порядка по поперечной координате. Поскольку распределение давления неизвестно, используется дополнительная итерационная процедура, связывающая значение давления на следующем шаге с расходом газа в канале, который считается постоянным и заданным. Стационарное решение в области за ударной волной (в системе координат, связанной с волной) может существовать лишь на конечной длине, пока не произойдет “запирание” потока. Предполагается, что длина канала  $l_{ch}$  не превосходит области существования стационарного решения за волной. Четыре безразмерных параметра: показатель адиабаты  $\gamma$ , число Маха перед ударной волной  $M_-$  (или за ударной волной  $M_+$ ), число Прандтля, и коэффициент пропорциональности  $K$  в зависимости вязкости и теплопроводности от температуры – определяют течение несущей фазы. Профили продольной компоненты скорости и температуры, ступенчатые непосредственно за ударной волной, развиваются в профили, соответствующие смыканию пограничных слоев, нарастающих на стенках канала. Типичные картины линий постоянного числа Маха и распределение давления вдоль оси канала приведены на Рис. 5.

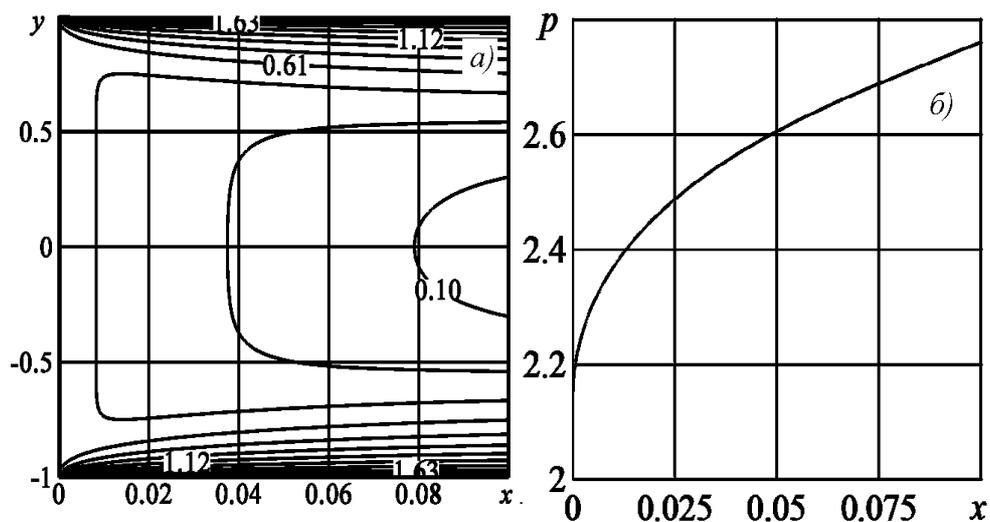


Рис. 5: а) Изомахи течения и б) распределение давление вдоль канала в плоском канале при  $M_- = 2$ .

Решения задач о движении запыленного газа за ударной волной, движущейся в узком канале постоянного сечения, в осесимметричном и плоском

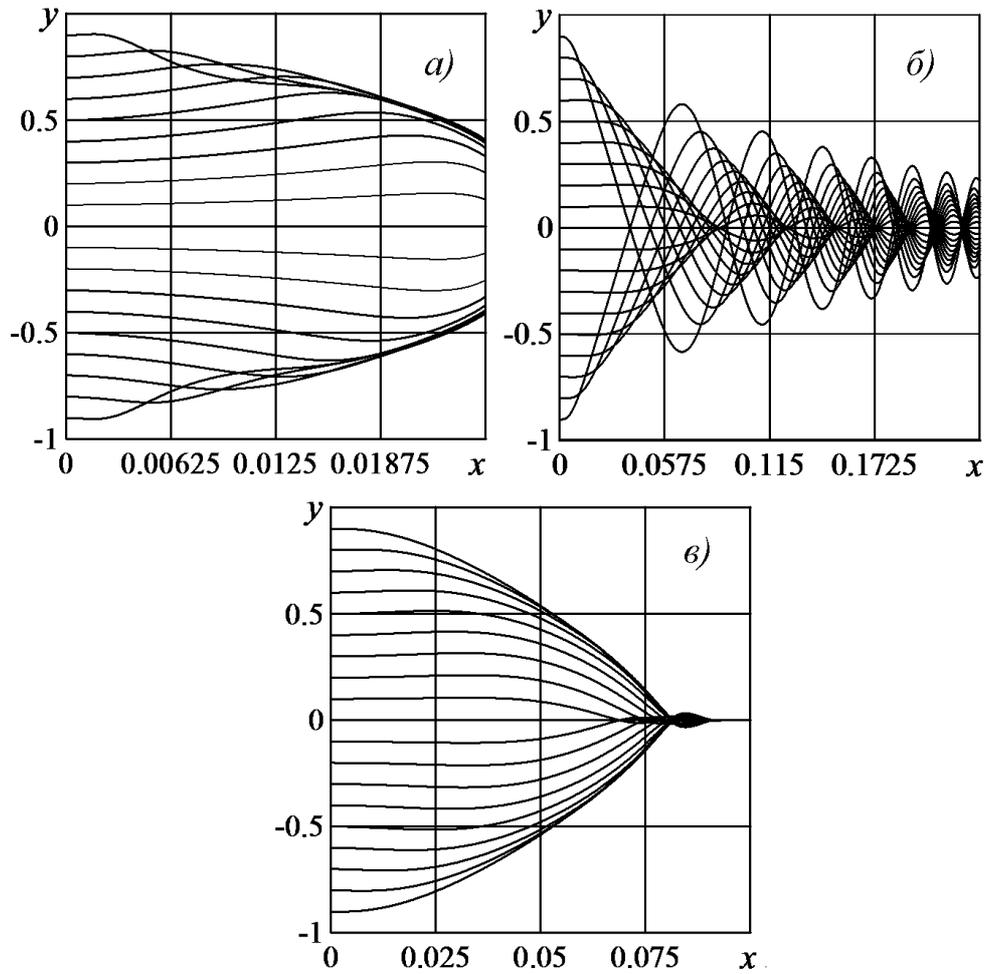


Рис. 6: Траектории частиц при а)  $M_- = 2$ ,  $\beta = 30$ ,  $\zeta = 36 \cdot 10^4$ ,  $Re_{s0} = 370$  в цилиндрическом канале; б)  $M_- = 1.1$ ,  $\beta = 13$ ,  $\zeta = 4.2 \cdot 10^3$ ,  $Re_{s0} = 33$  в цилиндрическом канале; в)  $M_- = 1.5$ ,  $\beta = 0.2$ ,  $\zeta = 8.9 \cdot 10^3$ ,  $Re_{s0} = 1.8 \cdot 10^3$  в плоском канале.

случаях качественно совпадают. Среду частиц характеризуют безразмерные параметры  $\beta$ ,  $\zeta$ ,  $Re_{s0}$  и  $\chi$ . На основании численных расчетов в широком диапазоне определяющих параметров показано, что могут реализоваться три режима движения частиц (в подвижной системе отсчета, связанной с ударной волной): 1) частицы монотонно движутся по направлению к стенкам канала; 2) частицы движутся по направлению к оси симметрии канала (Рис. 6а); 3) траектории частиц многократно пересекают ось симметрии канала с постепенно уменьшающейся амплитудой (Рис. 6б). Различным режимам соответствуют различные соотношения между силой аэродинамического сопротивления и подъемной силой. Малоинерционные частицы, в силу эжектирующего действия стенок, движутся к стенкам канала. Для более инерционных частиц эффект влияния поперечных сил, возникающих из-за неоднородности потока на масштабе частицы, более выражен. На основании параметрических расчетов обнаружен диапазон параметров, для которого имеет место эффект фокусировки частиц на оси симметрии канала (переходный между вторым и третьим режимами движения частиц). Определены параметры канала, потока и частиц, соответствующие опти-

мальной фокусировке, при которой на оси формируется коллимированный пучок частиц. Для каналов диаметром порядка  $10^{-3}$  м и слабых ударных волн эффект фокусировки наиболее выражен для частиц с диаметром порядка  $10^{-5}$  м.

В **Заключении** к диссертации подведены итоги работы и сформулированы основные результаты и выводы.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. С целью исследования роли боковых сил сдвиговой природы (сил Сэфмана), действующих на инерционные дисперсные частицы в высокоградиентных сдвиговых течениях, в рамках модифицированного двухжидкостного подхода, допускающего пересечения траекторий частиц, проведено численное моделирование ряда ламинарных течений типа двухфазного пограничного слоя. Изучено влияние подъемных сил на формирование неоднородных поперечных профилей концентрации дисперсной фазы в рассмотренных течениях, и показана возможность использования эффекта боковой миграции примеси для создания коллимированных пучков микрочастиц.

Модель двухфазного пограничного слоя развита на случай учета в межфазном взаимодействии сил нестационарной природы (присоединенных масс, Архимеда и Бассэ-Буссинеска), а также сил Сэфмана с поправками на конечность чисел Рейнольдса и наличие стенки.

2. На примере задач о течении запыленного газа в пограничном слое у вертикальной плоской стенки и разреженной суспензии у горизонтальной стенки проведено параметрическое численное исследование профилей концентрации дисперсной фазы, формирующихся в пограничном слое. Получено качественное совпадение рассчитанных профилей концентрации частиц с имеющимися в литературе экспериментальными данными. Показано, что учет поперечной силы правильно описывает экспериментальные эффекты локальных максимумов концентрации частиц внутри пограничного слоя и уменьшения концентрации вблизи стенки.
3. На примере задачи о течении запыленного газа в пристенной струе получены предельные автомодельные профили концентрации частиц, формирующиеся в дальнем поле струи с завершением скоростной релаксации фаз. Показано, что у стенки и в средней части поля струи возникают узкие зоны накопления частиц. В случае стоковской межфазной силы при некоторых условиях ввода частиц в поток возможны

пересечения траекторий дисперсной фазы. Учет подъемных сил Сэфмана приводит к качественному изменению распределения примеси в струе. При значениях коэффициента при силе Сэфмана порядка единицы и более происходит осаждение частиц на начальном участке стенки. С увеличением коэффициента при силе Сэфмана в поле струи возникают множественные пересечения траекторий частиц.

4. Численно исследованы эффекты подъема пыли в двухфазном сжимаемом пограничном слое за ударной волной, движущейся с постоянной скоростью вдоль плоской твердой стенки в запыленном газе и над эродирующим слоем дисперсного осадка. Показана возможность формирования узких зон накопления дисперсной фазы на огибающих траекторий сальтирующих частиц. Новыми элементами в рассмотренных постановках задач был учет современных литературных данных о поправках к силе Сэфмана на конечность чисел Рейнольдса и наличие стенки, а также учет зависимости потока частиц, вовлекаемых в движение из слоя осадка, от локальной динамической скорости.
5. Впервые исследована задача о движении вязкого запыленного газа за ударной волной, распространяющейся с постоянной скоростью в плоском или осесимметричном микроканале постоянного сечения и конечной длины. Толщина канала сопоставима с толщиной пограничных слоев, нарастающих на стенках канала за ударной волной, на длинах порядка длины скоростной релаксации частиц. Показано, что в зависимости от значений определяющих параметров (главным образом, коэффициента при силе Сэфмана) могут реализоваться три режима движения частиц: 1) частицы монотонно движутся к стенкам канала; 2) частицы движутся по направлению к оси симметрии канала; 3) траектории частиц осциллируют и многократно пересекают ось симметрии канала с постепенно уменьшающейся амплитудой. На основании параметрических численных расчетов обнаружен диапазон параметров, для которого имеет место эффект фокусировки частиц на оси симметрии канала и формирования коллимированного пучка частиц. Для каналов диаметром порядка  $10^{-3}$  м и слабых ударных волн эффект фокусировки наиболее выражен для частиц с диаметром порядка  $10^{-5}$  м. Данный эффект может быть полезен для развития технологий, использующих сфокусированные пучки микрочастиц (нанесение покрытий, производство микросхем, безыгольные инъекции и др.)

## ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Осипцов А.Н., Попушина Е.С., Рыбдылова О.Д. Моделирование струйных течений запыленного газа // Ломоносовские чтения. Тезисы докладов научной конференции. Секция механики. Л75 16 – 25 апреля 2007 г., Москва. Изд. МГУ. 2007. С. 132 – 133.
2. Осипцов А.Н., Попушина Е.С., Рыбдылова О.Д. Плоская ламинарная струя // Современные проблемы механики сплошной среды, МИАН, Москва, 12–14 ноября 2007, тезисы докладов, С. 135.
3. Попушина Е.С., Рыбдылова О.Д. Свободная и пристенная двухфазные струи // Труды конференции-конкурса молодых ученых НИИ механики МГУ 11 – 16 октября 2006 г, 2007. М., МГУ. С. 246 – 254.
4. Rybdylova O., Osiptsov A. Particle focusing effect behind a moving shock wave in a narrow channel // Book of abstracts 4th Intern. Topical Team Workshop on Two-Phase systems for ground and space applications. Novosibirsk, Russia, 2009. P. 65.
5. Рыбдылова О.Д., Осипцов А.Н. Течение запыленного газа за ударной волной в узком канале // Сб. “Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского”. Казань. 2009. Том 39. С. 315 – 317.
6. Осипцов А.Н., Рыбдылова О.Д. Фокусировка аэрозоля за ударной волной в узком канале // Ломоносовские чтения. Тезисы докладов научной конференции. Секция механики. 16 – 25 апреля 2010. Москва. Изд. МГУ. 2010. С. 146.
7. **Осипцов А.Н., Рыбдылова О.Д. Эффект фокусировки аэрозольных частиц за ударной волной, движущейся в микроканале // Доклады Академии Наук. 2010. Т. 433. № 3. С. 346 – 349.**
8. Рыбдылова О.Д., Осипцов А.Н. Аэродинамическая схема фокусировки частиц аэрозоля с помощью ударных волн в узких каналах // Модели и методы аэродинамики. Материалы X Международной школы-семинара. 2010. Москва. С. 151.
9. Rybdylova O.D., Osiptsov A.N. Effect of aerosol-particle focusing behind a shock wave in a microchannel // Proceedings of the 7th Int. Conf. on Heat and Mass Transfer Fluid Mech. and Thermodyn. (HEFAT 2010) CD. 2010. P. 2221 – 2226.

10. Osiptsov A., Rybdylova O. A novel method of aerosol focusing by a shock wave in a narrow channel // Abstract book Int. Aerosol Conf. Aug. 29 – Sept. 3. 2010 Helsinki. CD. P. 1.
11. Осипцов А.Н., Рыбдылова О.Д. Фокусировка частиц аэрозоля в канале постоянного сечения с помощью ударных волн // Современ. проблемы аэрогидродинамики. Тезисы докладов XVI школы-семинара под рук. акад. РАН Г.Г. Черного. 6–16 сентября 2010 г. Сочи, “Буревестник” МГУ. 2010. С. 88.
12. Рыбдылова О.Д. Эффект фокусировки инерционных частиц за ударной волной, движущейся в узком канале // Труды конф.-конкурса молодых ученых НИИ механики МГУ 14 – 16 октября 2009 г. 2010. М., МГУ. С. 277 – 284.
13. Осипцов А.Н., Рыбдылова О.Д. Фокусировка аэрозоля за ударной волной, движущейся в микроканале // Теор. основы хим. технологии. Т. 45, N 2, 2011, С. 178 – 186.
14. Рыбдылова О.Д., Голубкина И.В. Аэродинамическая фокусировка частиц в потоках с ударными волнами // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. N 4, часть 3, 2011, С. 1074 – 1076.
15. Рыбдылова О.Д., Голубкина И.В. Аэродинамическая фокусировка частиц в потоках с ударными волнами // Совр. методы мех. X Всеросс. съезд по фунда. проблемам теоретической и прикладной механики. Вторая Всеросс. школа молодых ученых-механиков. Тезисы докладов (Нижний Новгород, 24–30 августа 2011 г.) Нижний Новгород: изд-во Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, 2011. С. 144.
16. Рыбдылова О.Д. Подъем пыли за ударной волной // Труды конф.-конкурса молодых ученых НИИ механики МГУ 13 – 15 октября 2010 г. 2011. М., МГУ. С. 289 – 293.
17. Рыбдылова О.Д. Поперечная миграция частиц в пограничном слое на плоской пластине // Наука и образование: эл. научно-техн. изд. 2012. N 2.