

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

УДК 539.3

Серёжкин Алексей Александрович

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОУДАРЕНИЯ
ЦИЛИНДРА С НЕДЕФОРМИРУЕМОЙ ПРЕГРАДОЙ
МЕТОДОМ РАЗДЕЛЕНИЯ ПО ФИЗИЧЕСКИМ
ПРОЦЕССАМ НА ПОДВИЖНЫХ ЭЙЛЕРОВЫХ
СЕТКАХ**

Специальность 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-
математических наук,
профессор Киселев
Алексей Борисович

Москва - 2013

Работа выполнена на кафедре газовой и волновой динамики механико-математического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова и в Центре фундаментальных и прикладных исследований ВНИИ автоматики имени Н.Л. Духова.

Научный руководитель:	Доктор физико-математических наук, профессор Киселев Алексей Борисович
Официальные оппоненты:	Доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник Пшеничнов Сергей Геннадиевич Доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник Рыбакин Борис Петрович
Ведущая организация:	Московский государственный Университет леса

Защита состоится «17» мая 2013 г. в 16 часов на заседании диссертационного совета Д 501.001.91 при Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова по адресу: 119992, Москва, Ленинские горы, Главное здание МГУ, Механико-математический факультет, аудитория 16-10.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке механико-математического факультета МГУ (Главное здание, 14 этаж)

Автореферат разослан «15» апреля 2013 г.

Ученый секретарь диссертационного совета Д 501.001.91, доктор физико-математических наук, профессор



С.В. Шешенин

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Рассматриваемая задача, получившая название «Цилиндр Тейлора», является одной из классических задач механики ударного взаимодействия деформируемых твердых тел. Она непосредственно связана с задачами прочности и пробития. Кроме того, большое количество проведенных численных исследований и имеющихся экспериментальных данных, а также простота постановки позволяют использовать её в качестве тестовой задачи для оценки эффективности численных методов и новых вычислительных комплексов. Задача рассматривалась с разных сторон многими авторами. Однако до сих пор остается ряд неисследованных особенностей динамического деформирования и разрушения ударника.

Цель диссертационной работы. Исследование следующих особенностей пластического деформирования и разрушения цилиндра.

1. Исследование характера деформирования стержня в зоне ударяемого торца, а также деформирования самой плоскости торца. Зависимость силы взаимодействия ударника и преграды и площади их контакта от времени при различных скоростях соударения.

2. Продолжительность взаимодействия стержня и преграды. Анализ критериев отскока.

3. Влияние трения между стержнем и преградой на конечную форму стержня.

4. Особенности и причины образования ступенчатой формы боковой поверхности стержня.

5. Определение основных закономерностей разрушения стержня.

Научная новизна. В работе исследуются особенности деформирования и разрушения стержня, ранее не встречавшиеся в литературе. А также предлагается оригинальный численный метод решения системы уравнений модели Прандтля-Рейса упругопластического деформирования сплошной среды с учетом повреждаемости.

Научная и практическая значимость. Результаты работы могут быть использованы при тестировании новых численных методов и программных

комплексов. Автор диссертации является одним из создателей комплекса прикладных программ "ТИС", с помощью которого были получены основные численные результаты работы. В его основу положен метод разделения по физическим процессам. Данный комплекс успешно применяется в ВНИИ автоматике имени Н.Л. Духова для проведения расчетов динамики упругопластического деформирования сплошной среды.

Достоверность результатов, полученных в диссертационной работе, обусловлена использованием термодинамически корректных моделей сплошных сред, фундаментальных законов механики и апробированных численных методов. А также совпадением численных результатов решения тестовых задач с экспериментальными данными и результатами, полученными с использованием альтернативных численных методов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 09-01-00144а, № 12-01-00425а), а также программы «Взаимодействие жидких, твердых и газообразных сред» (лаборатория динамики деформируемых сред механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова; номер государственной регистрации № 01.9.80 005453).

Апробация работы.

Основные результаты диссертации докладывались на следующих научных конференциях и семинарах:

1. Ломоносовские чтения МГУ. Москва, ноябрь 2011.
2. Ломоносовские чтения МГУ. Москва, апрель 2012.
3. Ломоносовские чтения МГУ. Москва, апрель 2013.
4. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2013», апрель 2013.
5. XI Забабахинские научные чтения. Снежинск. 16-20 апреля 2012.
6. Advanced Problems in Mechanics. St. Petersburg. July 2-8, 2012.
7. European Congress on Computational Methods in Applying Science and Engineering (ECCOMAS 2012). September 10-14, 2012.
8. V-VII научно-технические конференции молодых ученых ВНИИ автоматике имени Н.Л. Духова (март 2011, март 2012, март 2013).
9. Научно- исследовательский семинар кафедры газовой и волновой динамики механико-математического факультета МГУ под рук. академика РАН Р.И. Нигматулина.

10. Научно-исследовательский семинар кафедры механики композитов под рук. профессора Б.Е. Победри.

11. Научно-исследовательский семинар кафедры теории пластичности механико-математического факультета МГУ под рук. член-корр. РАН Е.В. Ломакина.

12. Научно-исследовательский семинар кафедры теории упругости механико-математического факультета МГУ под рук. профессора И.А. Кийко.

Публикации. По работе имеется 5 публикаций, в том числе две статьи в журналах из перечня ВАК.

Личный вклад автора состоял в участии в разработке численного метода и создании программного комплекса «ТИС», участия в постановке задачи соударения цилиндра с недеформируемой преградой, в адаптации комплекса для расчета рассматриваемой задачи, в проведении расчетов и анализе их результатов.

Содержание работы

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. В работе содержится 39 рисунков, 109 библиографических ссылок. Общий объем диссертационной работы составляет 111 страниц.

Во введении приводится обзор опубликованных работ по тематике диссертации, обосновывается место и роль задачи в истории развития математического моделирования в механике сплошных сред. Определяются цели, новизна проведенных исследований. Также приведен краткий обзор имеющихся численных методов, применяющихся для моделирования процессов упругопластического деформирования и разрушения твердых тел. Обосновываются преимущества предлагаемого численного метода. Приведен список публикаций автора по теме диссертации и конференций, где докладывались основные результаты работы.

В первой главе представлена физическая и математическая постановка задачи. А также приводится система определяющих соотношений модели повреждаемой упругопластической среды.

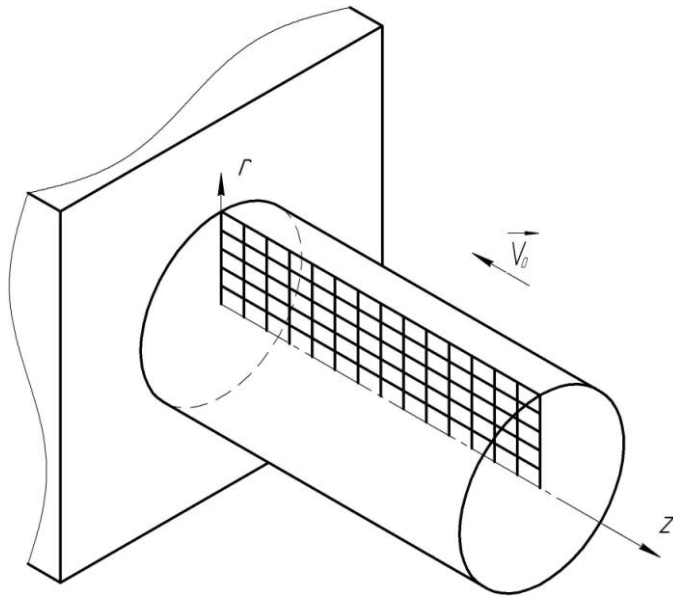


Рис. 1

Имеется круглый цилиндрический металлический стержень, движущийся параллельно оси симметрии с некоторой начальной скоростью \vec{V}_0 направленной по нормали к плоской недеформируемой преграде (рис. 1). В начальный момент времени $t = 0$ стержень приходит в контакт со стенкой, в результате чего в зоне контакта возникает область повышенного давления, стержень начинает

тормозиться и вдоль его оси распространяются волны сжатия по направлению к свободному от нагрузок торцу. Одновременно в радиальном направлении начинает развиваться волновой процесс, связанный с распространением волн разгрузки от свободной боковой поверхности, их кумуляции на оси симметрии стержня, отражения от оси симметрии и т.д.

Процесс упругопластического деформирования материала стержня описывается с помощью следующей системы уравнений, состоящей из уравнений законов сохранения массы, импульса и энергии в эйлеровых цилиндрических координатах z, r, θ :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} + \frac{\partial(\rho v_r)}{\partial r} + \frac{\rho v_r}{r} &= 0 \\
 \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_z^2)}{\partial z} + \frac{\partial(\rho v_r v_z)}{\partial r} + \frac{\rho v_r v_z}{r} - \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} - \frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial r} - \frac{\sigma_{zr}}{r} &= 0 \\
 \frac{\partial(\rho v_r)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_r^2)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho v_r v_z)}{\partial z} + \frac{\rho v_r^2}{r} - \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} - \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} - \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} &= 0 \quad (1) \\
 \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho e v_z)}{\partial z} + \frac{\partial(\rho e v_r)}{\partial r} + \frac{\rho e v_r}{r} - \frac{\partial(\sigma_{zz} v_z + \sigma_{rz} v_r)}{\partial z} - \\
 - \frac{\partial(\sigma_{zr} v_z + \sigma_{rr} v_r)}{\partial r} - \frac{\sigma_{rz} v_z - \sigma_{\theta\theta} v_r + \sigma_{rr} v_r}{r} &= 0
 \end{aligned}$$

а также уравнений упругопластического течения Прандтля-Рейса:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial S_{zz}}{\partial t} + v_z \frac{\partial S_{zz}}{\partial z} + v_r \frac{\partial S_{zz}}{\partial r} + \frac{S_{zz} v_r}{r} - S_{zz} \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) + \\
& \quad + \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} \right) - 2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} - \lambda S_{zz} = 0 \\
& \frac{\partial S_{rr}}{\partial t} + v_z \frac{\partial S_{rr}}{\partial z} + v_r \frac{\partial S_{rr}}{\partial r} + \frac{S_{rr} v_r}{r} - S_{rr} \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) + \\
& \quad + \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} \right) - 2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r} - \lambda S_{rr} = 0 \quad (2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial S_{rz}}{\partial t} + v_z \frac{\partial S_{rz}}{\partial z} + v_r \frac{\partial S_{rz}}{\partial r} + \frac{S_{rz} v_r}{r} - \frac{S_{zz} - S_{rr}}{2} \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \\
& \quad - \mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) - \lambda S_{rz} = 0
\end{aligned}$$

где

$$\lambda = \begin{cases} \frac{3W}{2Y^2}, & Q = \frac{2Y^2}{3} \\ 0, & Q < \frac{2Y^2}{3} \end{cases} \quad (3)$$

$$W = 2\mu \left(S_{rr} \frac{\partial v_r}{\partial r} + S_{rz} \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_z}{r} \right) + S_{zz} \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \quad (4)$$

Здесь используются следующие обозначения: μ - модуль сдвига, Y - предел текучести материала при простом растяжении, ρ - плотность, $\mathbf{v} = (v_z, v_r)$ - вектор скорости, $e = \xi + \frac{v_z^2 + v_r^2}{2}$ - плотность полной энергии (на единицу массы), ξ - плотность внутренней энергии, $\sigma_{zz}, \sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{zr}$ - компоненты тензора напряжений, который раскладывается на шаровую и

девиаторную части $\sigma_{zz} = -p + S_{zz}, \quad \sigma_{rr} = -p + S_{rr},$
 $\sigma_{\theta\theta} = -p + S_{\theta\theta}, \sigma_{zr} = S_{zr}, p = -(\sigma_{zz} + \sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta})/3.$

Поврежденность материала описывается с помощью двух параметров поврежденности ω и α . Они характеризуют наличие микроразрушений типа пор сферической формы и типа полос адиабатического сдвига соответственно. Кинетические уравнения для параметров поврежденности следующие:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + v_z \frac{\partial \omega}{\partial z} + v_r \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{\omega v_r}{r} - B \left(\frac{\sigma}{1-\omega} - \sigma_* \right) H \left(\frac{\sigma}{1-\omega} - \sigma_* \right) -$$

$$- \omega \frac{\sigma^+ - \sigma}{4\eta_0} H(\sigma^+ - \sigma) - \omega \frac{\sigma^- - \sigma}{4\eta_0} H(\sigma^- - \sigma) = 0 \quad (5)$$

$$\sigma^+ = -\frac{2}{3} Y_0 \ln \omega, \quad \sigma^- = \frac{2}{3} Y_0 \ln \omega \quad (6)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + v_z \frac{\partial \alpha}{\partial z} + v_r \frac{\partial \alpha}{\partial r} + \frac{\alpha v_r}{r} - C \left(\frac{S_u}{(1-\omega)(1-\alpha)} - S_u^* \right) H \left(\frac{S_u}{(1-\omega)(1-\alpha)} - S_u^* \right) = 0 \quad (7)$$

Система (1-7) замыкается с помощью уравнения для шаровой части тензора напряжений:

$$p = K \left(\ln \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) + \frac{\alpha_v}{c_\varepsilon} (\xi - \xi_0) - B \Lambda \ln(1-\omega) + \Lambda \frac{\omega^2}{4\eta_0} \right) \quad (8)$$

Здесь K – объемный модуль материала, α_v – коэффициент объемного расширения, c_ε – теплоемкость при постоянных деформациях, ρ_0 – начальная плотность материала.

В качестве критерия начала макроразрушения используется энтропийный критерий достижения удельной диссипацией предельного значения (Киселев А.Б., Юмашев М.В. Деформирование и разрушение при

ударном нагружении. Модель повреждаемой термоупругопластической среды // ПМТФ. – 1990. - № 5).

Будем моделировать стержень как изначально прямоугольную область, соответствующую половине сечения стержня плоскостью, проходящей через ось симметрии (рис. 1). Левая граница области соответствует ударяющему торцу стержня, нижняя граница - оси симметрии, правая совпадает со свободным торцом, верхняя граница совпадает с образующей цилиндрической боковой поверхности стержня. На левой границе задается условие типа "жесткая стенка", на нижней - типа "ось симметрии", на правой и верхней - типа "свободная поверхность". Расчетная сетка задается в общем случае равномерной во всей области, но в некоторых расчетах для увеличения точности задавалось сгущение в сторону ударяемого торца. Начальные значения скорости и плотности одинаковы во всех ячейках, начальные значения компонент шаровой и девиаторной части тензора напряжений равны нулю.

Во второй главе приводится подробное описание численного метода, реализации граничных условий и процедуры движения расчетной сетки.

Для простоты рассматривается система уравнений без учета параметров поврежденности (1-2). Она может быть записана в следующей, дивергентной форме:

$$\frac{\partial \vec{q}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{f}_k}{\partial x_k} = \vec{H} \quad (9)$$

Где $\vec{q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v_z \\ \rho v_r \\ \rho E \\ \rho S_{zz} \\ \rho S_{rz} \\ \rho S_{rr} \end{pmatrix}$ - вектор состояния среды, а $\vec{f}_k = \begin{pmatrix} \rho v_k \\ \rho v_k v_z - \sigma_{kz} \\ \rho v_k v_r - \sigma_{kr} \\ \rho v_k E - \sigma_{kj} v_j \\ \rho S_{zz} v_k \\ \rho S_{rz} v_k \\ \rho S_{rr} v_k \end{pmatrix}$ - вектор потока

в направлении координаты k , $k = z, r$, $j = z, r$. Правая часть системы (9) представляет собой недифференциальные члены уравнений системы (1)-(7).

$$\vec{H} = - \left(\begin{array}{l} \frac{\rho v_r}{r} \\ \frac{\rho v_z v_r}{r} - \frac{\sigma_{rz}}{r} \\ \frac{\rho v_r^2}{r} - \frac{\sigma_{rr}}{r} + \frac{\sigma_{\theta\theta}}{r} \\ \frac{\rho v_r e}{r} - \frac{\sigma_{rz} v_z - \sigma_{\theta\theta} v_r + \sigma_{rr} v_r}{r} \\ \frac{\rho S_{zz} v_r}{r} - \rho S_{zz} \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) + \frac{2}{3} \mu \rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} \right) - 2 \mu \rho \frac{\partial v_z}{\partial z} - \lambda \rho S \\ \frac{\rho S_{rz} v_r}{r} - \rho \frac{S_{zz} - S_{rr}}{2} \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) - \mu \rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) - \lambda \rho S_{rz} \\ \frac{\rho S_{rr} v_r}{r} - \rho S_{rz} \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) + \frac{2}{3} \mu \rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} \right) - 2 \mu \rho \frac{\partial v_r}{\partial r} - \lambda \rho S_{rr} \end{array} \right) \quad (10)$$

Основная идея численного метода состоит в расщеплении определяющих соотношений математической модели в соответствии с основными физическими процессами. Использование этого подхода сводит решение к решению набора более простых задач без потери точности. А именно, расщепим решение системы (9) на два шага, условно назовем их «гидродинамический» и «упругопластический». На «гидродинамическом» шаге будем решать следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial \vec{q}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{f}_k}{\partial x_k} = \vec{0} \quad (11)$$

Она представляет систему уравнений гидродинамики с учетом наличия фиксированных в каждой лагранжевой точке значений девиатора тензора напряжений. Ее решение строится на подвижной эйлеровой расчетной сетке с помощью метода конечного объема. Аппроксимация численных потоков производится по методу Русанова, а так же, с целью повышения точности схемы, используется метод подсеточного линейного восполнения MUSCL.

На втором шаге будем решать систему уравнений:

$$\frac{\partial \vec{q}}{\partial t} = \vec{H} \quad (12)$$

При этом значения вектора \vec{q} , полученные на первом шаге, будут являться начальными данными для решения на втором шаге. То есть, по сути, на втором шаге будет проводиться коррекция решения, полученного на первом шаге с учетом особенностей цилиндрической симметрии и моделью упругопластического течения Прандтля-Рейса. Поскольку данная коррекция производится в индивидуальной частице, то на втором шаге будем фиксировать сетку и рассматривать ее как лагранжеву. Заметим, что (12) является системой обыкновенных дифференциальных уравнений, решение которой будет строиться интегрированием по времени методом Рунге-Кутты четвертого порядка точности.

Движение расчетной сетки происходит следующим образом. На каждом шаге точно отслеживается положение внешних границ расчетной области. Затем новая область заново разбивается на ячейки, число которых вдоль каждой границы остается тем же. Таким образом, сохраняется топология сетки.

В третьей главе приводятся численные решения задачи без учета повреждаемости.

Для проверки метода приводится сравнение полученных численных и экспериментальных результатов для стержней из алюминия $l_0 = 0.04694\text{ м}$, $r_0 = 0.00391\text{ м}$, $V_0 = 275\text{ м/с}$ и $l_0 = 0.02347\text{ м}$, $r_0 = 0.00391\text{ м}$, $V_0 = 373\text{ м/с}$. (*Wilkins M.L., Guinan M.W. Impact of cylinders on a rigid boundary // J. Appl. Phys. 1973. V. 44. № 3. Pp. 1200-1216.*). Из рис.2 видно, что в момент окончания пластического деформирования размеры и форма стержня, полученные численно, совпадают с размерами и формой стержня, полученными в результате эксперимента.

Кроме того, наблюдается сходство с численным решением данной задачи, полученным с использованием метода, основанного на эйлеровом подходе с использованием схемы ENO (Essentially Non-Oscillatory). (*Udaykumar H.S., Tran L., Belk D.M., Vanden K.J. An Eulerian method for computation of multimaterial impact with ENO shock-capturing and sharp interfaces // Journal of Computational Physics. 2003. V. 186. Pp. 136–177.*)

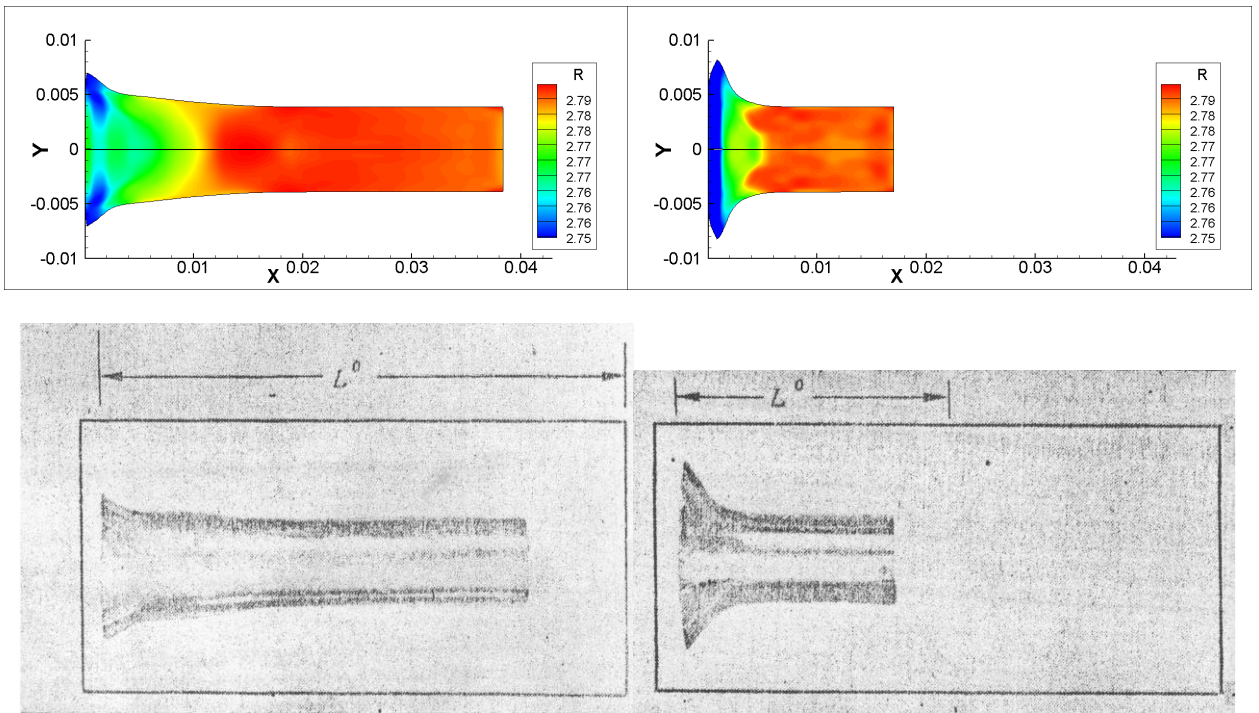


Рис. 2. Сравнение численных результатов (сверху) и экспериментальных данных (снизу).

Далее приводятся результаты исследования влияния трения между стержнем и преградой на процесс деформирования. Из рис. 3 видно, что при увеличении силы трения утолщение стержня в районе ударяемого торца уменьшается, также уменьшается искажение самой плоскости торца. При этом область деформаций стержня смещается в сторону свободного торца.

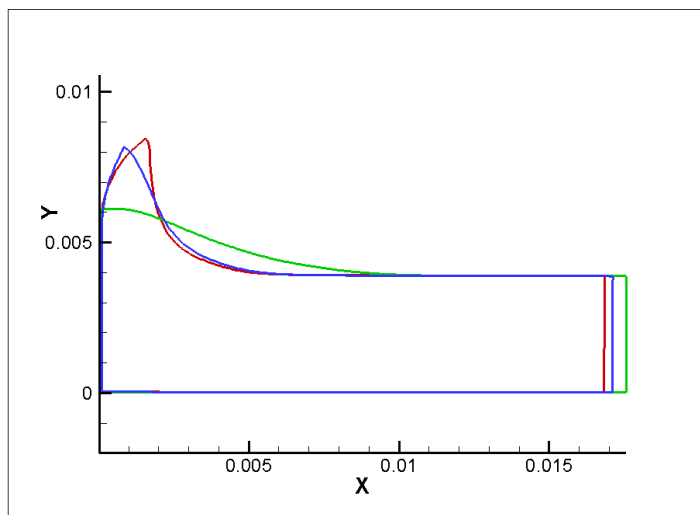


Рис. 3. Контуры конечной формы стержня при расчетах с различными коэффициентами трения.

Заметим, что конечные формы стержней на рис. 2 имеют качественные различия. А именно, в более коротком стержне можно выделить одну зону сильных пластических деформаций, характеризуемую утолщением стержня в районе ударяемого торца. В более длинном выделяются две области утолщения, боковая поверхность имеет ступенчатый вид. Причем для одной и той же начальной конфигурации стержня данная ступенчатость боковой поверхности имеет место при различных значениях скорости соударения. Из рис. 4. видно, что данный эффект ступенчатости конечной формы боковой поверхности заметен при относительно длинных стержнях, то есть при отношении диаметра к длине меньше $\frac{1}{3}$.

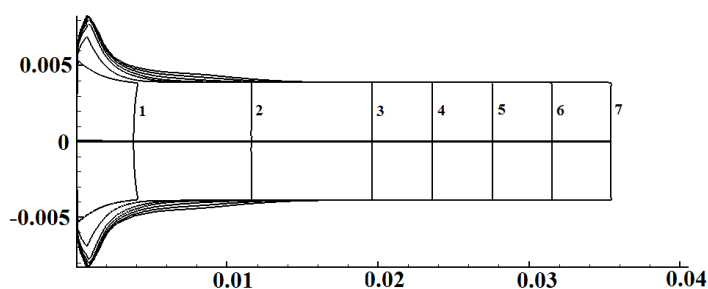


Рис. 4. Контуры конечной формы стержня при различных начальных длинах стержней

Объяснение данных эффектов может быть следующим. В процессе утолщения стержня в районе ударяемого торца в стержне возникают кольцевые напряжения. Как видно из рис. 5, в некоторый момент времени до отскока, в районе боковой поверхности стержня около ударяемого торца возникает область максимальных значений кольцевых напряжений.

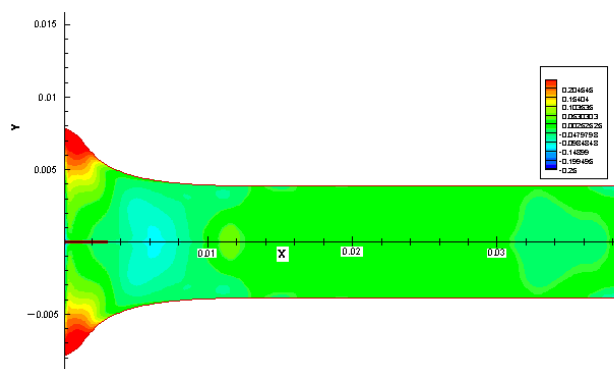


Рис. 5. Распределение кольцевых напряжений

В течение деформирования стержня наступает момент времени, когда кольцевые напряжения в области боковой поверхности стержня около ударяемого торца достигают значения, которого достаточно, чтобы препятствовать дальнейшему утолщению. Тогда область интенсивной деформации под действием высокого давления около преграды начинает распространяться в сторону свободного торца стержня.

Также в данном разделе приводится анализ длительности процесса соударения. Установлено, что момент отскока стержня от преграды совпадает с моментом достижения кинетической энергией своего первого локального максимума после минимального значения (рис. 6). Зависимость времени отскока от скорости соударения имеет ступенчатый вид. Ступенчатость вызвана особенностями взаимодействия упругих и пластических волн в осевом и радиальном направлениях.

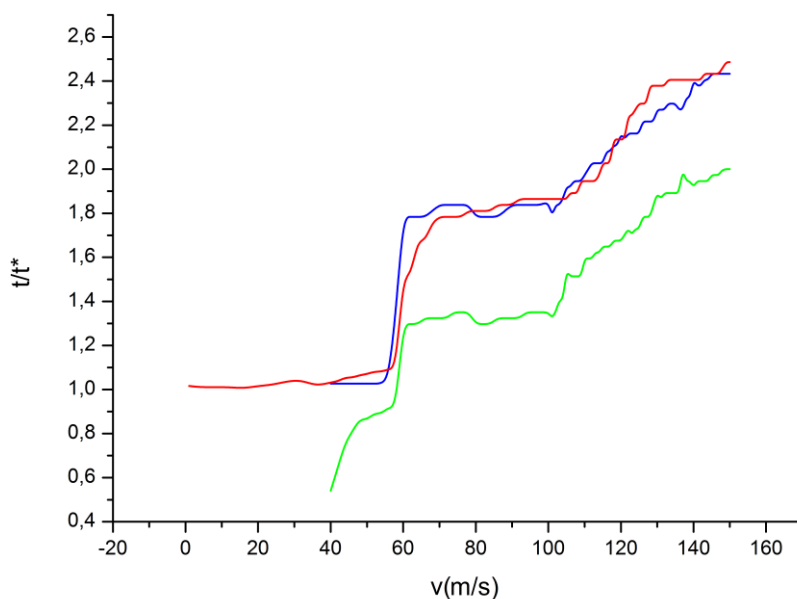


Рис. 6. Зависимость безразмерных значений времени отскока (красная кривая), времени достижения кинетической энергией минимального значения (зеленая кривая) и следующего за ним локального максимума (синяя кривая) от скорости соударения

В данном разделе также приводится следующее исследование взаимодействия стержня с преградой. Отслеживались площадь области

контакта и сила взаимодействия. Было рассмотрено три варианта начальной скорости стержня - $v_0 = 20 м/с$, $v_0 = 60 м/с$, $v_0 = 273 м/с$. Таким значениям скоростей будут соответствовать различные режимы деформирования. В первом случае, когда $v_0 = 20 м/с$ будет наблюдаться чисто упругий режим. Во втором случае, когда $v_0 = 60 м/с$ часть стержня деформируется в упругопластическом режиме, но интенсивность пластических деформаций невысока. И, наконец, при скорости $v_0 = 273 м/с$ стержень будет деформироваться в упругопластическом режиме, причем наблюдается довольно высокая интенсивность пластических деформаций. На рис. 7 приведены указанные зависимости.

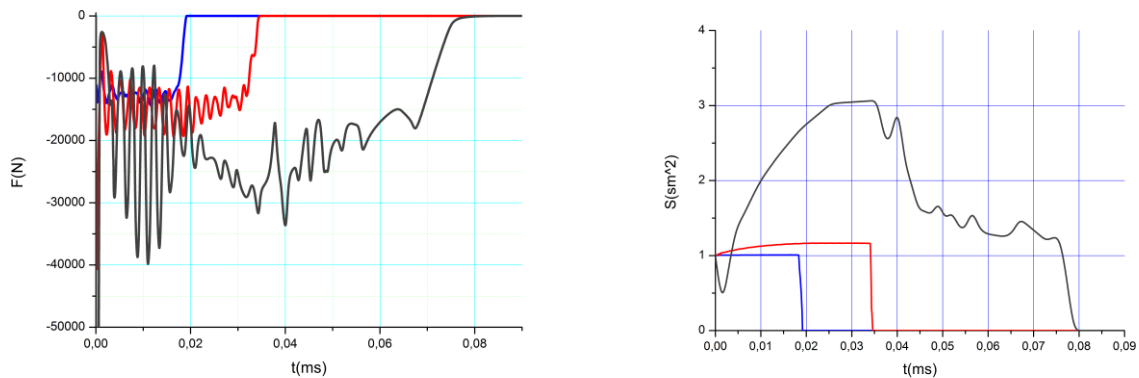


Рис. 7. Величина силы взаимодействия (слева) и площади контакта стержня с преградой (справа) для начальных значений.

$v_0 = 20 м/с$ (синяя кривая), $v_0 = 60 м/с$ (красная кривая),

$v_0 = 273 м/с$ (серая кривая).

Как видно, при высоких скоростях взаимодействия происходит частичный отрыв поверхности ударяемого торца от преграды. Период колебаний силы в начале взаимодействия соответствует удвоенному времени прохода ударной волны от оси симметрии до свободной поверхности. Кроме того отслеживалось максимальное значение скорости точки отрыва. В случае скорости соударения $v_0 = 20 м/с$, когда наблюдается упругий режим деформирования, максимальная скорость точки отрыва составляет $v_b = 10526 м/с$, что почти вдвое превышает скорость звука для алюминия $c = 5330 м/с$. Это связано с тем, что деформации малы, и фронт волны

разгрузки в продольном направлении сильно не искажается, а остается практически плоским, и отрыв всех точек поверхности торца происходит почти одновременно.

Во втором случае, когда $v_0 = 60 \text{ м/с}$, максимальная скорость точки отрыва составляет $v_b = 7140 \text{ м/с}$. Падение ее значения связано с тем, что продольные волны распространяются по уже деформированному стержню, площадь поперечного сечения которого не является постоянной, и их фронт искажается. В результате уже не наблюдается одновременного отрыва всех точек ударяемого торца.

В третьем случае, когда $v_0 = 273 \text{ м/с}$, максимальная скорость точки отрыва получается значительно ниже, $v_b = 4353 \text{ м/с}$. При этом данная величина достигается в момент, когда происходит окончательный отрыв стержня. Рассматриваемые скорости в случаях частичного отрыва значительно ниже.

В четвертой главе приводятся численные решения задачи с учетом повреждаемости.

Основной целью данных исследований было выявление основных закономерностей разрушения стержня в процессе соударения. Как уже отмечалось, использовалась модель континуальной поврежденности. В качестве критерия начала макроразрушения используется энтропийный критерий достижения удельной диссипацией предельного значения. (Киселев А.Б., Юмашев М.В. Деформирование и разрушение при ударном нагружении. Модель повреждаемой термоупругопластической среды // ПМТФ. – 1990. - № 5). Был рассмотрен случай столкновения стержня с начальными размерами $l_0 = 0.04694 \text{ м}$, $r_0 = 0.00782 \text{ м}$ со скоростью $v_0 = 750 \text{ м/с}$. В этом случае критерий разрушения выполняется одновременно в двух областях в районе преграды - около оси симметрии и в районе свободной поверхности (рис. 8).

Разрушение в районе оси симметрии характеризуется высоким значением параметра поврежденности, отвечающего за рост микропор. Оно вызывается кумуляцией волны разгрузки, движущейся от боковой поверхности к центру. В районе боковой поверхности разрушение

характеризуется высоким значением интенсивности пластических деформаций. Положим, что разрушение здесь будет происходить в виде трещин в плоскости ортогональной направлению максимального напряжения, то есть, вдоль образующей. Данный факт не противоречит экспериментальным исследованиям. Из эксперимента видно, что в районе свободной поверхности разрушение происходит в виде раскрывающихся "лепестков".

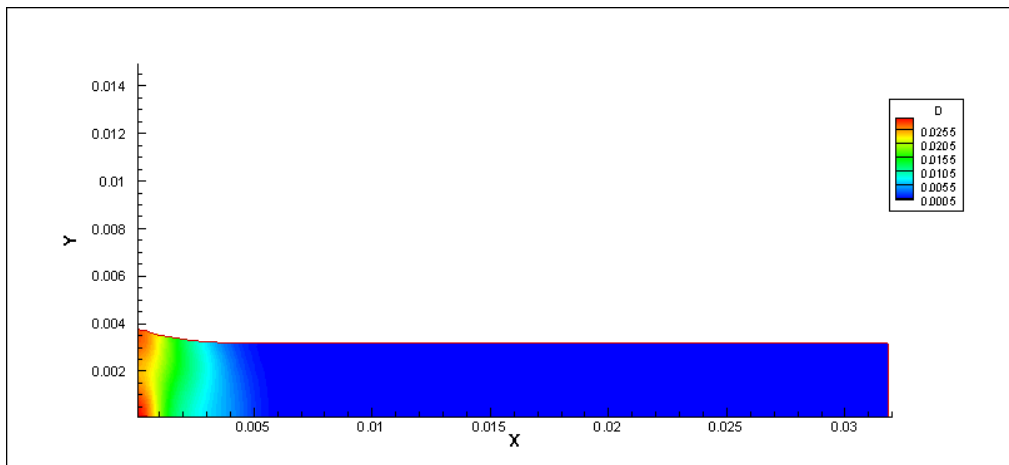


Рис. 8. Распределение удельной диссипации в момент разрушения

Рассмотрим процесс фрагментации стержня в данных областях, для этого воспользуемся следующей моделью (см. обзор: *Киселев А.Б. Математическое моделирование фрагментации тонкостенных конструкций и компактных элементов при взрывном нагружении и ударном взаимодействии // Математическое моделирование. - 2012. - Т. 24. - № 2. – С. 33-66).*

Модель фрагментации основывается на предположении, что часть запасенной в процессе деформирования упругой энергии идет на образование поверхностей разрушения. Тогда среднее число "лепестков" будет вычисляться по формуле:

$$N = \left[\frac{2\pi Rk(\xi\rho - D^*)}{\gamma} \right] \quad (13)$$

Здесь R - средний радиус торообразной области «лепесткового» разрушения, коэффициент $0 < k < 1$ определяет часть запасенной энергии, идущую на образование свободной поверхности, обычно его значение $k = 0.5$, ξ - плотность внутренней энергии в разрушаемой области, D^* -

величина предельной удельной диссипации, γ - количество энергии, необходимое для образования единицы свободной поверхности (так называемая ударная вязкость материала); $[Z]$ – целая часть числа Z .

Предположим, что в районе оси симметрии стержень фрагментируется на равные по массе и форме осколки. Тогда их характерный размер r и количество N будут определяться из решения системы уравнений сохранения массы и энергии:

$$\begin{cases} NA_v r^3 = V \\ NA_s r^2 \gamma = kU \end{cases} \quad (14)$$

Коэффициенты A_v и A_s определяют пропорциональность объема и площади поверхности фрагмента соответствующей степени характерного радиуса, их отношение является функцией формы. Для шарообразных фрагментов эта функция максимальна, $\frac{A_v}{A_s} = \frac{1}{3}$,

для кубических фрагментов $\frac{A_v}{A_s} = \frac{1}{6}$, для тетраэдрических $\frac{A_v}{A_s} = \frac{1}{6\sqrt{6}}$. Здесь $U = (\xi\rho - D)V$ - упругая энергия, запасенная в области объемом V .

Для выбранного случая начальных условий получается, что число "лепестков" равно 9, а число фрагментов около оси симметрии $N = 55 \cdot \left(\frac{A_v}{A_s}\right)^3 \cdot 10^3$. Для шарообразных фрагментов эта величина порядка 1000.

Основные результаты и выводы

1. Метод разделения по физическим процессам позволяет с хорошей точностью получить решение системы уравнений упругопластического деформирования твердого тела. В частности, позволяет провести численное исследование задачи "Цилиндр Тейлора".

2. При увеличении силы трения между стержнем и преградой утолщение стержня в районе ударяемого торца уменьшается. Уменьшается также и искажение самой плоскости торца. При этом область высокой

интенсивности пластических деформаций стержня смещается в сторону свободного торца.

3. Конечная форма боковой поверхности стержней при пластическом деформировании имеет ступенчатый вид, характеризуемый возникновением «вторичной области деформации». Факт образования которой определяется соотношением длины и радиуса стержня и не зависит от скорости соударения.

4. Критерием отскока, или окончанием процесса пластического деформирования стержня, может служить достижение значением кинетической энергией первого локального максимума.

5. Зависимость продолжительности контакта с преградой от начальной скорости стержня имеет ступенчатый характер, определяемый взаимодействием упругих и пластических волн в продольном и радиальном направлениях.

6. В процессе деформирования возможен частичный отрыв поверхности ударяемого торца стержня от преграды. При увеличении скорости соударения увеличивается искажение плоскости ударяемого торца, при этом максимальная скорость точки отрыва падает.

7. При больших скоростях соударения разрушение стержня может быть двух видов: возникновение продольных трещин в районе боковой поверхности (образование "лепестков") и фрагментация в районе оси симметрии, вызываемая кумуляцией волн разгрузки, распространяющихся от свободной поверхности к оси.

Список публикаций

1. *Киселев А.Б., Серёжкин А.А.* Численное исследование особенностей процесса соударения упругопластического цилиндра с недеформируемой преградой // ПММ. – 2013. – Т. 77.

2. *Меньшов И.С., Мищенко А.В., Серёжкин А.А.* Численное моделирование упругопластических течений методом Годунова на подвижных эйлеровых сетках. // Математическое моделирование. – 2013. – Т. 25.

3. *Menshov I., Mischenko A., Serezhkin A.* An eulerian Godunov-type scheme for calculation of the elastic-plastic flow equations with moving grids // Europ. Congress on Comput. Methods in Appl. Sc. and Eng. (ECCOMAS 2012). J. Eberhardsteiner et. al. (eds.). Vienna, Austria, September 10-14, 2012. CD format, 2012. Article 2164. 20 p.

4. *Мищенко А.В., Серёжкин А.А., Меньшов И.С., Киселев А.Б.* Метод разделения по физическим процессам для моделирования деформирования и разрушения твердых тел. // Забабахинские научные чтения: сб. материалов XI Межд. конф. 16-20 апреля 2012. – Снежинск: Изд-во РФЯЦ-ВНИИТФ, 2012. - С. 306.

5. *Киселев А.Б., Меньшов И.С., Серёжкин А.А.* Вычислительный комплекс «ТИС»: тестирование на задачах гидродинамики // Ломоносовские чтения. Научная конф. Секция механики. Апрель 2012 года. Тезисы докладов. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 2012. - С. 90-91.