

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. Ломоносова

На правах рукописи



Волкова Татьяна Игоревна

**Изучение формы поверхности тяжелой  
магнитной жидкости, ограниченной пластинами,  
в неоднородных магнитных полях**

Специальность 01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

**А В Т О Р Е Ф Е Р А Т**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2013

Работа выполнена на кафедре гидромеханики механико-математического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова"

- Научные руководители: – доктор физико-математических наук,  
профессор В.А. Налетова
- Научный консультант: – кандидат физико-математических наук  
доцент В.А. Турков
- Официальные оппоненты: – доктор физико-математических наук,  
профессор А.Т. Ильичев, ведущий научный сотрудник  
Математического института имени В.А. Стеклова РАН
- доктор физико-математических наук,  
профессор Ю.Л. Райхер, зав. лаб. кинетики анизотропных  
жидкостей Института механики сплошных сред УрО РАН
- Ведущая организация: – Федеральное государственное бюджетное учреждение  
науки "Институт проблем механики имени  
А.Ю. Ишлинского РАН" (г. Москва)

Защита состоится 20 декабря 2013 года в 15 час. 00 мин. на заседании Диссертационного совета Д.501.001.89 при Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, г. Москва, Ленинские горы, д. 1, Главное здание МГУ, аудитория 16-10.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Автореферат разослан " \_\_\_\_ " ноября 2013 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д.501.001.89,  
доктор физ.-мат. наук, профессор



В.В. Измоленов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертация посвящена теоретическому и экспериментальному изучению равновесных форм поверхности тяжелой магнитной жидкости, ограниченной горизонтальными пластинами, в неоднородных внешних магнитных полях. Рассмотрены неоднородные магнитные поля линейного проводника с током и электромагнитной катушки с сердечником.

**Актуальность темы.** Магнитная жидкость обладает одновременно текучестью и суперпарамагнитными свойствами. Сочетание этих свойств, которое не встречается в известных природных материалах, открыло многочисленные новые приложения магнитных жидкостей в технике, приборостроении и медицине. Существует ряд перспективных направлений использования магнитных жидкостей для широкого спектра прикладных задач в акустике. В частности, это разработка и совершенствование звукопроводов на основе магнитной жидкости для передачи акустической энергии в щелевых зазорах между источниками и объектами воздействия. Эти системы применяются при ультразвуковом контроле поверхностей и дефектоскопии. Управление объемами магнитной жидкости происходит с помощью неоднородных магнитных полей. В таких системах при наложении магнитного поля в щелевом зазоре может возникнуть неустойчивость объема магнитной жидкости, проявляющаяся в изменении формы границы объема, появлении полостей и приводящая к разрушению звукопровода. Управление с помощью магнитного поля формой поверхности магнитной жидкости позволяет конструировать клапаны, затворы, дозиметры и другие устройства для работы с газами или жидкостями. Преимущества подобных устройств заключаются в возможности бесконтактного управления течением и отсутствии твердых механических объектов внутри рабочей области, что позволяет не нарушать структуру перекачиваемой среды. Возможность управления течениями магнитных жидкостей и синтезированных на их основе лекарственных препаратов является основой для новых методов лечения в медицине.

Упомянутые приложения основаны на возможности удерживать магнитную жидкость в заданном месте с помощью приложенного неоднородного магнитного поля. В связи с этим расчет формы поверхности магнитной жидкости в узких зазорах в неоднородных магнитных полях является в настоящее время актуальной проблемой и может быть использован при разработке конкретных устройств на основе магнитных жидкостей.

**Цель работы.** Целью работы является теоретическое и экспериментальное изучение равновесных форм поверхности конечного объема тяжелой магнитной жидкости между горизонтальными пластинами в неоднородных магнитных полях с учетом гравитационных и капиллярных сил, исследование скачкообразных изменений и гистерезиса формы поверхности магнитной жидкости. Для достижения указанной цели были поставлены следующие задачи:

- Теоретическое исследование статической формы поверхности конечного объема магнитной жидкости между горизонтальными пластинами в магнитном поле линейного горизонтального проводника с током, расположенного над верхней пластиной. Исследование возможности существования нескольких статических форм поверхности при заданном токе в проводнике.
- Экспериментальное изучение поведения конечных объемов магнитной жидкости между горизонтальными пластинами в магнитном поле электромагнитной катушки с сердечником при квазистатически меняющемся токе. Экспериментальное подтверждение существования гистерезиса статической формы поверхности, определение критических значений тока в катушке, при которых происходят скачкообразные изменения формы поверхности магнитной жидкости.
- Теоретическое исследование статической формы поверхности магнитной жидкости между горизонтальными пластинами в осесимметричном неоднородном магнитном поле электромагнитной катушки с сердечником, расположенной над верхней пластиной. Сравнение теоретических и экспериментальных результатов.
- Исследование условий разрушения и восстановления магнитожидкостной перемычки между горизонтальными пластинами в неоднородных магнитных полях. Определение параметров и диапазонов приложенных магнитных полей, при которых существует магнитожидкостная перемычка.

#### **Научная новизна.**

- Теоретически исследованы и численно рассчитаны статические формы поверхности конечного объема тяжелой магнитной жидкости между горизонтальными пластинами в магнитном поле линейного горизонтального проводника с током с учетом силы тяжести и поверхностного натяжения. Показано, что в случае линейной зависимости намагниченности магнитной жидкости от напряженности магнитного поля и отсутствия поверхностного натяжения в некоторых диапазонах токов решение для магнитожидкостной перемычки определяется однозначно, и оно един-

ственно. Показано, что учет поверхностного натяжения приводит к существованию нескольких односвязных решений в некоторых диапазонах токов в проводнике.

- Решена вариационная задача о минимуме энергии заданного объема магнитной жидкости с учетом смещения концевых точек объема на поверхности горизонтальных пластин в неоднородном магнитном поле. Задача решена с учетом силы тяжести и поверхностного натяжения. Сформулированы условия для определения решений, на которых достигается локальный минимум энергии.
- В случае линейного горизонтального проводника с током и в случае электромагнитной катушки с током численно определены односвязные решения заданного объема, не удовлетворяющие условиям локального минимума энергии и неустойчивые относительно плоских или осесимметричных возмущений поверхности.
- Проведены эксперименты с различными объемами магнитной жидкости при фиксированном расстоянии между горизонтальными пластинами и квазистатически изменяющемся токе в электромагнитной катушке с сердечником. Экспериментально показано, что существуют несколько разных способов образования и разрушения магнитожидкостной перемычки между пластинами, определены критические значения тока в катушке, при которых происходят скачкообразные изменения формы поверхности магнитной жидкости.
- Разработана программа, и проведен численный расчет статической осесимметричной формы поверхности магнитной жидкости между горизонтальными пластинами в неоднородном магнитном поле катушки с током. Проведено моделирование магнитного поля катушки с сердечником. Численно определены возможные статические формы поверхности магнитной жидкости, удовлетворяющие условиям локального минимума энергии. Показано, что экспериментальные и теоретические результаты согласуются.
- Теоретически предсказано и экспериментально подтверждено существование скачкообразных изменений и гистерезиса формы поверхности магнитной жидкости между горизонтальными пластинами при квазистатически изменяющемся токе в источнике магнитного поля. Экспериментально обнаружен гистерезис угла смачивания при увеличении и уменьшении тока в электромагнитной катушке.
- Теоретически и экспериментально получены немонотонные зависимости критического тока в источнике от расстояния между горизонтальными пластинами, при котором происходит разрушение магнитожидкостной перемычки заданного объема.

**Достоверность результатов.** Достоверность результатов, представленных в диссертации, обеспечена использованием известных математических моделей, строгих аналитических методов исследования, надежных численных процедур и согласованностью полученных экспериментальных и теоретических данных. Достоверность экспериментальных результатов подтверждена использованием стандартных приборов и оборудования при проведении измерений. Для контроля точности численных методов проводилось сравнение результатов, полученных различными программами для численного расчета. Основные результаты и выводы диссертации опубликованы в рецензируемых изданиях, докладывались и обсуждались на международных и всероссийских конференциях.

**Научная и практическая ценность работы.** Получены фундаментальные результаты в области феррогидродинамики. Обнаружены новые явления, и разработаны новые экспериментальные и теоретические методики исследования равновесных форм поверхности магнитной жидкости между горизонтальными пластинами в неоднородных полях. Проведенное исследование может являться основой для расчета и конструирования устройств на основе магнитной жидкости: звукопроводов, клапанов и затворов. Такие устройства могут быть использованы для передачи акустического сигнала между поверхностями, прерывания течений и регулирования расхода жидкостей или газов с помощью приложенного магнитного поля.

**Личный вклад автора.** Автором создана экспериментальная установка, и проведены все экспериментальные исследования и обработка результатов измерений. Автором разработаны теоретические методики исследования, проведены численные расчеты, сформулированы результаты исследования. Основные выводы и положения диссертационной работы сформулированы лично автором.

**Соответствие диссертации паспорту научной специальности.** В соответствии с областью исследования специальности 01.02.05 — «Механика жидкости, газа и плазмы» диссертация включает в себя теоретическое и экспериментальное изучение поведения магнитной жидкости в неоднородных магнитных полях. Полученные результаты соответствуют пунктам 16 и 17 паспорта специальности.

**Апробация работы.** Основные материалы и результаты исследований докладывались и получили положительную оценку на: XII и XIII Международных конференциях по магнитным жидкостям (Сендай, 2010 г. и Нью-Дели, 2013 г.); IX и X Международных конференциях «Современные проблемы электрофизики и электродинамики жидкостей» (Санкт-Петербург, 2009 и 2012 гг.); Международ-

ной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов» (Москва, 2009, 2010, 2011, 2012 и 2013 гг.); научной конференции «Ломоносовские чтения» (Москва, 2012 г.); конференции-конкурсе молодых ученых НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова (Москва, 2010, 2012 и 2013 гг.). Результаты диссертации докладывались и обсуждались на семинаре по механике сплошных сред под руководством академика А.Г. Куликовского, профессора В.П. Карликова и члена-корреспондента РАН О.Э. Мельника в НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова (Москва, 2010 и 2013 гг.).

**Публикации.** Основное содержание диссертации опубликовано в 26 научных публикациях, из которых 9 – статьи в журналах и сборниках и 17 – тезисы докладов. Статьи [1]–[3] опубликованы в журналах, входящих в перечень ВАК на момент публикации. Часть работ написана совместно с научным руководителем В.А. Налетовой и научным консультантом В.А. Турковым. Во всех работах соискателю принадлежит участие в постановке задачи, проведение экспериментов, разработка теоретических методик, численное решение, анализ результатов. Список литературы приведен на с. 22.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и трех приложений. Общий объем диссертационной работы составляет 159 страниц (из них приложения занимают 8 с.), включая 76 рисунков, три таблицы и список литературы из 61 наименования.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обсуждается актуальность разрабатываемой темы исследования, ее практическая значимость, сформулирована цель работы, кратко изложено содержание диссертации, проведен анализ работ, посвященных исследованиям гидродинамики магнитных жидкостей со свободной поверхностью.

**В главе 1** из уравнений движения и динамического соотношения на поверхности сильного разрыва выведено уравнение для определения статической формы поверхности  $z = h(x, y)$  раздела намагничивающихся жидкостей в неоднородном магнитном поле с учетом гравитационной, капиллярной и магнитной сил в безындукционном приближении, когда намагничивающиеся жидкости не искажают напряженность  $\mathbf{H}$  приложенного магнитного поля:

$$C + (\rho_1 - \rho_2)gh(x, y) + \int_0^{H(x,y,h(x,y))} (M_2 - M_1) dH = \pm 2\sigma K(h', h''). \quad (1.1)$$

Здесь  $(x, y, z)$  – координаты декартовой системы координат,  $g$  – ускорение свободного падения,  $\rho_i$  – плотности сред,  $M_i$  – намагниченности сред,  $i = 1, 2$ ,  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения,  $K$  – средняя кривизна поверхности,  $C$  – неизвестная константа, требующая определения. Знак в правой части уравнения (1.1) зависит от взаимного расположения намагничивающихся жидкостей: когда среда с индексом 1 находится ниже/выше поверхности  $z = h(x, y)$ , выбирается знак «+/-».

В § 1.2 приведена теоретическая постановка задачи об исследовании статической формы поверхности конечного объема тяжелой несжимаемой магнитной жидкости, находящейся между горизонтальными пластинами в магнитном поле линейного горизонтального проводника с током, расположенного над верхней пластиной.

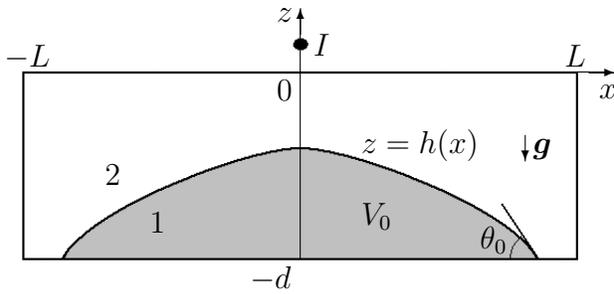


Рис. 1.1.

Магнитная жидкость и окружающая ее немагнитная жидкость расположены в бесконечно длинном цилиндрическом сосуде прямоугольного сечения шириной  $2L$  и глубиной  $d$  так, что на единицу длины сосуда приходится объем  $V_0$  магнитной жидкости (рис. 1.1). Декартова система координат

$(x, y, z)$  введена так, что оси  $x$  и  $y$  лежат в плоскости верхней горизонтальной грани сосуда, ось  $z$  направлена вверх, причем прямоугольное сечение сосуда находится в плоскости  $y = \text{const}$ . Линейный горизонтальный проводник с током  $I$  расположен над серединой верхней горизонтальной грани сосуда параллельно оси  $y$ , проходит через точку  $(0, 0, \varepsilon)$  и создает вокруг себя магнитное поле с напряженностью  $H(x, z) = 2I/(c\sqrt{x^2 + (z - \varepsilon)^2})$ , где  $c$  – скорость света. Жидкости несжимаемые и однородные с плотностями  $\rho_1 > \rho_2$  (здесь и далее индекс «1» соответствует магнитной жидкости, «2» – немагнитной). Магнитные проницаемости сред постоянны  $\mu_i = \text{const}$ ,  $i = 1, 2$ . Рассмотрен плоский случай, когда все параметры зависят от координат  $x$  и  $z$ .

В § 1.3 рассмотрен случай, когда намагниченность магнитной жидкости линейно зависит от напряженности магнитного поля, отсутствует поверхностное натяжение и  $\varepsilon = 0$ . Из нелинейного дифференциального уравнения второго порядка (1.1) получено безразмерное уравнение для определения симметричной формы поверхности магнитной жидкости:  $x^* = \sqrt{(h^* + \alpha)^{-1} - h^{*2}}$ , обезразмеривание выполнено на линейный параметр  $\delta$ , пропорциональный току в проводнике. Неизвестный

параметр  $\alpha$  определяется из условия сохранения объема  $V_0$  магнитной жидкости. Существует значение  $\alpha_c = (27/4)^{1/3}$  такое, что при  $\alpha > \alpha_c$  поверхность магнитной жидкости может состоять из двух частей: поверхности капли на верхней пластине под проводником и поверхности магнитной жидкости на дне сосуда; при  $\alpha = \alpha_c$  эти поверхности соприкасаются; при  $\alpha < \alpha_c$  существует магнитожидкостная перемычка между горизонтальными плоскостями сосуда. Выписаны формулы для вычисления объема магнитной жидкости, приходящегося на единицу длины сосуда, при заданном токе в проводнике для произвольного значения параметра  $\alpha$ .

В § 1.4, используя аналитическое определение минимального объема магнитожидкостной перемычки между горизонтальными плоскостями сосуда, предсказаны различные способы образования и разрушения магнитожидкостной перемычки при квазистатическом изменении тока в линейном горизонтальном проводнике. В зависимости от геометрических параметров сосуда и объема магнитной жидкости перемычка между горизонтальными пластинами может либо существовать в некотором диапазоне токов, либо не существовать ни при каких токах. Показано, что при отсутствии поверхностного натяжения в некотором диапазоне токов существует только решение для перемычки, форма поверхности которой однозначно определяется значением тока. При увеличении тока образование магнитожидкостной перемычки от капли на нижней пластине происходит в результате нескольких отрывов капель на верхнюю пластину в некотором диапазоне токов и последующего слияния верхней и нижней капель друг с другом. Разрушение перемычки происходит скачкообразно при некоторых критических значениях тока. Предсказано существование гистерезиса формы поверхности магнитной жидкости при квазистатическом увеличении и уменьшении тока в проводнике.

В § 1.5 теоретически рассмотрено разрушение перемычки заданного объема  $V_0$  при фиксированном токе в проводнике и при постепенном увеличении расстояния  $d$  между горизонтальными пластинами. Рассчитана зависимость критического расстояния  $d_{cr}$ , при котором происходит разрушение перемычки, от параметра  $\delta$ , пропорционального току. Показано, что безразмерные зависимости  $d_{cr}/\sqrt{V_0}$  от  $\delta^2/V_0$ , рассчитанные для различных значений  $V_0$ , совпадают друг с другом и имеют немонотонный характер с одним максимумом. С помощью полученной универсальной зависимости  $d_{cr}/\sqrt{V_0}$  от  $\delta^2/V_0$  можно определить минимальный объем магнитной жидкости, необходимый для создания магнитожидкостной перемычки.

В § 1.6 сформулированы основные результаты главы 1.

Для более точного расчета формы поверхности магнитной жидкости кроме гравитационной и магнитной сил во второй главе учтена сила поверхностного натяжения на границе раздела жидкостей.

**В главе 2** теоретически исследована форма поверхности магнитной жидкости в зазоре между горизонтальными пластинами в магнитном поле линейного горизонтального проводника с током, расположенного над верхней пластиной, с учетом поверхностного натяжения на границе раздела жидкостей.

В § 2.1 приведено численное решение задачи в случае произвольных магнитных полей, когда намагниченность магнитной жидкости зависит от напряженности магнитного поля по формуле Ланжевена:  $M_1(\xi) = M_S(\text{cth } \xi - 1/\xi)$ ,  $\xi = M_S H / (nkT)$ , где  $M_S$  – намагниченность насыщения магнитной жидкости,  $\xi$  – параметр Ланжевена,  $n$  – концентрация ферромагнитных частиц в магнитной жидкости,  $k$  – константа Больцмана,  $T = \text{const}$  – температура. Рассмотрен случай  $\varepsilon \neq 0$  и  $L \gg d$ , магнитная жидкость не касается вертикальных стенок сосуда. В плоском случае средняя кривизна поверхности  $z = h(x)$  определяется формулой:  $K(h', h'') = 0.5h''(1 + h'^2)^{-3/2}$ . Вводя натуральную параметризацию кривой  $z = h(x)$ , из уравнения (1.1) следует система трех дифференциальных уравнений первого порядка для определения формы поверхности магнитной жидкости. В безразмерном виде она имеет вид:

$$\frac{dh^*}{dl^*} = -\sin \theta, \quad \frac{dx^*}{dl^*} = \cos \theta, \quad \frac{d\theta}{dl^*} = \text{sign}(n_z) \cdot \text{sign}(\cos \theta) \left[ C^* - Gh^* + P \ln \frac{\text{sh}(\xi_0 H^*)}{\xi_0 H^*} \right] \quad (2.1)$$

Здесь  $l$  – натуральный параметр кривой  $z = h(x)$ ,  $\theta$  – угол между касательной к кривой и осью  $x$ , отсчитываемый по часовой стрелке,  $n_z$  – проекция на ось  $z$  нормали поверхности раздела, направленной в сторону немагнитной среды,  $x^* = x/d$ ,  $h^* = h/d$ ,  $l^* = l/d$ ,  $C^* = Cd/\sigma$ ,  $G = (\rho_1 - \rho_2)gd^2/\sigma$ ,  $P = nkTd/\sigma$ ,  $\xi_0 = M_S H(0, 0)/(nkT)$ ,  $H^*(x^*, h^*) = H(x, h)/H(0, 0)$ . Неизвестный параметр  $C^*$  и константы интегрирования определяются из условия сохранения объема  $V_0$ , приходящегося на единицу длины сосуда, и из граничных условий в точках контакта поверхности магнитной жидкости с горизонтальными пластинами. При численном решении системы уравнений (2.1) были рассмотрены следующие односвязные симметричные объемы магнитной жидкости между горизонтальными пластинами: капля на нижней пластине (рис. 1.1), капля на верхней пластине и перемычка между пластинами. Также возможно множество двусвязных решений, состоящих из капель на нижней и верхней пластинах, суммарный объем которых равен  $V_0$ . Капли магнитной жидкости на нижней и верхней пластинах характеризуются координатой  $h_0$ ,

$-d \leq h_0 \leq 0$ , точки пересечения кривой  $z = h(x)$  с осью  $z$ , а перемычка — координатой  $x_0 > 0$  точки пересечения  $z = h(x)$  с осью  $x$ . Расчеты формы поверхности этих решений были проведены для следующих размерных параметров:  $\rho_1 = 1.2$  г/см<sup>3</sup>,  $\rho_2 = 1.1$  г/см<sup>3</sup>,  $T = 300$  К,  $\sigma = 20.7$  г/с<sup>2</sup>,  $M_S = 35$  Гс,  $n \approx 1.34 \cdot 10^{17}$  см<sup>-3</sup>,  $d = 1$  см,  $L = 3$  см,  $\varepsilon = 0.1$  см,  $V_0 = 1$  см<sup>2</sup>,  $\theta_0 = 40^\circ$ . Определены диапазоны токов в проводнике, при которых существуют односвязные решения заданного объема. На рис. 2.1 показано, что при одном и том же значении  $I$  на некотором диапазоне токов существуют четыре решения: два решения для капли магнитной жидкости на нижней пластине, решение для капли на верхней пластине и решение для перемычки, которые удовлетворяют условиям смачивания пластин и сохранения объема.

В § 2.2 рассмотрена вариационная задача о минимуме энергии конечного односвязного объема магнитной жидкости, окруженного немагнитной жидкостью, с учетом смещения концевых точек объема на поверхности горизонтальных пластин в поле линейного горизонтального проводника с током. Энергия системы на единицу длины проводника состоит из поверхностной энергии, энергии во внешнем поле силы тяжести и внутренней магнитостатической энергии:

$$F = \int_S \sigma ds + (\rho_1 - \rho_2)g \int_V (z + d) dv - \int_V \int_0^H M_1(\dot{H}) d\dot{H} dv, \quad (2.2)$$

где  $S$  — поверхность магнитной жидкости,  $V$  — ее объем. Энергия системы  $F[h]$  есть нелинейный функционал, определенный на классе непрерывно дифференцируемых функций  $z = h(x)$  с подвижными концевыми точками. В состоянии равновесия энергия системы  $F[h]$  должна быть минимальной для всех малых плоских возму-

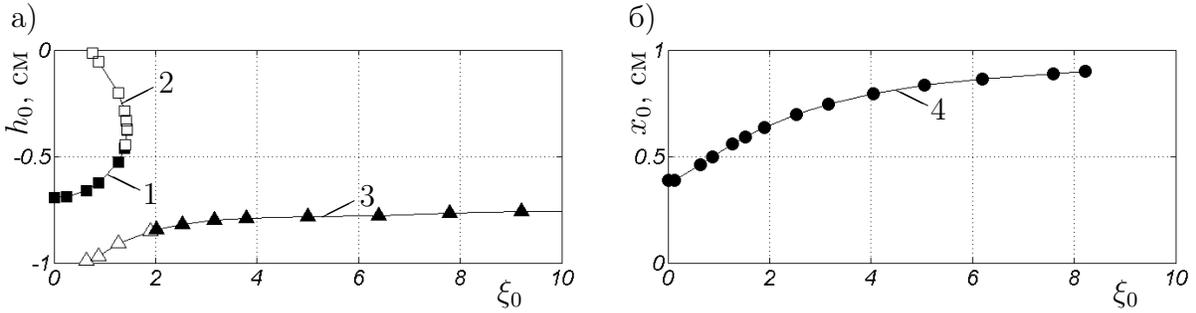


Рис. 2.1. Зависимости координат  $h_0$  и  $x_0$  односвязных типов решений от параметра  $\xi_0$ . Здесь и далее:  $\square$  — капля на нижней пластине;  $\triangle$  — капля на верхней пластине;  $\circ$  — магнитожидкостная перемычка. Черным цветом отмечены решения, на которых достигается локальный минимум энергии

щений поверхности, удовлетворяющих условию сохранения объема  $V_0$ . Для этого необходимо и достаточно, чтобы первая вариация функционала  $F[h] - p_0 V_0[h]$  обращалась в нуль, а его вторая вариация была положительно определена на кривой  $z = h(x)$ . Из условия равенства нулю первой вариации следует уравнение (1.1) для определения формы поверхности и граничные условия смачивания в точках контакта поверхности магнитной жидкости с горизонтальными пластинами. Незвестная постоянная  $p_0$  и координаты подвижных концов кривой  $z = h(x)$  определяются из условий смачивания и сохранения объема. Односвязные решения, полученные в § 2.1, были проверены на соответствующие необходимые и достаточные условия локального минимума энергии. Результаты расчетов показали, что на верхней ветви 2 для капли на нижней пластине, для которой зависимость  $h_0$  от  $\xi_0$  убывает, не достигается локальный минимум энергии при любых токах в проводнике, при которых существуют эти решения (рис. 2.1, а). Показано, что на нижней ветви 1 для капли на нижней пластине, для которой  $h_0$  от  $\xi_0$  возрастает, и на ветви 3 для капли на верхней пластине достигается локальный минимум энергии не при всех значениях тока, при которых существуют решения. При выбранных параметрах задачи на решениях для перемычки достигается минимум энергии при любом токе (рис. 2.1, б). В результате оказалось, что в некоторых диапазонах токов в проводнике могут реализовываться две разные односвязные формы поверхности (капли на нижней или верхней пластинах и перемычка), на которых достигается локальный минимум энергии, и которые удовлетворяют условиям смачивания и сохранения объема магнитной жидкости (рис. 2.1). Теоретически показано, что возможны скачкообразные изменения и предсказан гистерезис формы поверхности конечного объема магнитной жидкости при квазистатическом увеличении и уменьшении тока в проводнике. Определены критические значения тока, при которых заведомо будут происходить скачкообразные изменения формы поверхности.

В § 2.3 проведен расчет критического расстояния  $d_{cr}$  между горизонтальными пластинами от параметра Ланжевена  $\xi_0$ , характеризующего ток в проводнике. Показано, что при учете поверхностного натяжения пропадает универсальность зависимостей  $d_{cr}$  от  $\xi_0$  для различных значений объема магнитной жидкости.

В § 2.4 сформулированы результаты главы 2.

**В главе 3** экспериментально изучено поведение и равновесные формы конечного объема магнитной жидкости между горизонтальными пластинами в неоднородном магнитном поле электромагнитной катушки с сердечником при квазистатическом

изменении тока, что интересно с точки зрения практического применения. Такие источники магнитного поля часто используются в технических устройствах, и их можно реализовать в лабораторных условиях. Цель эксперимента — подтверждение существования гистерезиса статической осесимметричной формы поверхности магнитной жидкости, определение критических значений тока в катушке, при которых происходят скачкообразные изменения формы поверхности.

В § 3.1 дано описание лабораторной установки и использованной аппаратуры, приведена структурная схема установки. Она состоит из внешнего и внутреннего прямоугольных сосудов, вертикально вставленных друг в друга до необходимого расстояния  $d$  между горизонтальными пластинами (рис. 3.1). Осесимметричная электромагнитная катушка с ферритовым сердечником закреплена над верхней пластиной так, что вертикальная ось симметрии катушки проходит через середину горизонтальных пластин. В центр нижней пластины вводится объем магнитной жидкости. В экспериментах использовалась магнитная жидкость на водной основе с частицами магнетита ( $\rho_1 = 1.1 \text{ см}^3$ ,  $M_S = 12 \text{ Гс}$ ,  $\chi = 0.03$ , объемная концентрация ферромагнитных частиц  $\varphi = 0.02$ ), смачивающая стенки сосудов. В качестве немагнитной среды использовалась полиметилсилоксановая жидкость ПМС-5 с плотностью  $\rho_2 = 0.913 \text{ см}^3$ . В § 3.2 приведены параметры лабораторной установки. В § 3.3 описана методика проведения эксперимента.

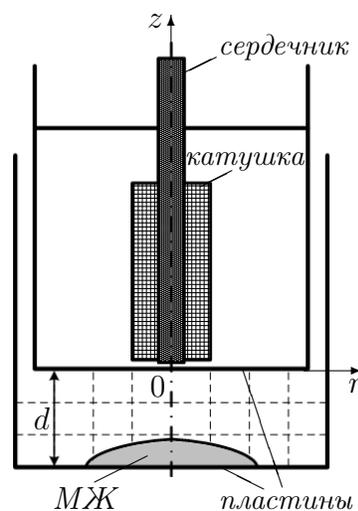


Рис. 3.1. Схема экспериментальной установки

В § 3.4.1 описаны результаты проведенной серии экспериментов при фиксированном расстоянии  $d = 1.2 \text{ см}$  между горизонтальными пластинами и ступенчатом увеличении и уменьшении тока  $I$  в катушке от  $0 \text{ А}$  до  $2.6 \text{ А}$  с шагом  $0.001\text{--}0.01 \text{ А}$ . Экспериментально были подобраны несколько значений объема магнитной жидкости:  $0.4 \text{ см}^3$ ,  $0.6 \text{ см}^3$ ,  $0.8 \text{ см}^3$ ,  $1.2 \text{ см}^3$  и  $2 \text{ см}^3$ , которые соответствуют качественно разным способам образования и разрушения магнитожидкостной перемычки. Показано, что при малых объемах магнитной жидкости ( $V_0 = 0.4 \text{ см}^3$ ) перемычка между пластинами не образуется ни при каких токах в катушке. Причем при увеличении тока от  $0 \text{ А}$  до  $2.6 \text{ А}$  при некоторых критических значениях  $I$  происходят скачкообразные отрывы ( $\approx 4\text{--}5$ ) малых объемов магнитной жидкости от капли на нижней

пластине, в результате чего почти весь объем переходит в каплю на верхней пластине. При уменьшении тока образовавшиеся капли остаются на верхней и нижней пластинах до некоторого критического значения тока, при котором некоторый объем верхней капли скачкообразно переходит на нижнюю пластину. Для объема  $V_0 = 0.6 \text{ см}^3$  поведение магнитной жидкости при увеличении тока аналогично, в узком диапазоне уменьшения тока в результате слияния верхней и нижней капель образуется перемычка между пластинами, которая затем снова разрушается на две капли. Для объема  $V_0 = 0.8 \text{ см}^3$  при увеличении тока в катушке образование перемычки происходит в результате скачкообразного отрыва части объема на верхнюю пластину и последующего слияния верхней и нижней капель друг с другом при некоторых критических значениях тока. При бóльшем объеме магнитной жидкости (например,  $V_0 = 1.2 \text{ см}^3$ ) образование перемычки от введенной капли на нижней пластине может происходить скачкообразно при определенном значении тока. При увеличении тока возникающая перемычка затем разрушается на верхнюю и нижнюю капли при некотором критическом значении тока. Для объема  $V_0 = 2 \text{ см}^3$  магнито-жидкостная перемычка сохраняется и при максимальном токе  $I = 2.6 \text{ А}$  в катушке. При уменьшении тока разрушение магнито-жидкостной перемычки, если оно происходит, всегда осуществляется скачкообразно при некотором критическом значении тока с образованием двух капель на верхней и нижней пластинах. На рис. 3.2, 1 приведены полученные в эксперименте фотографии осесимметричной формы поверхности магнитной жидкости объемом  $V_0 = 2.0 \text{ см}^3$  при  $I = 0.3 \text{ А}$  и  $I = 1 \text{ А}$  в случае увеличения и уменьшения тока в катушке. В результате обработки фотографий экспериментов для каждого объема построены зависимости  $h_0$  и  $r_0$  от тока  $I$  в катушке, где  $|h_0|$ ,  $-1.2 \leq h_0 \leq 0 \text{ см}$ , есть расстояние от точки пересечения поверхности верхней или нижней капель с осью симметрии катушки до верхней пластины,  $r_0 > 0$  расстояние от точки пересечения поверхности перемычки с верхней пластиной до оси симметрии (рис. 3.3 для  $V_0 = 2 \text{ см}^3$ ). Эти зависимости характеризуют поведение рассмотренных объемов магнитной жидкости при квазистатическом увеличении и уменьшении тока  $0 \text{ А}$  до  $2.6 \text{ А}$ .

Таким образом, экспериментально рассмотрены процессы образования и разрушения магнито-жидкостной перемычки между горизонтальными пластинами, определены критические значения тока в катушке, при которых происходят скачкообразные изменения формы поверхности магнитной жидкости заданного объема. Подтверждено существование гистерезиса формы поверхности при увеличении и

уменьшении тока в катушке. Показано, что при одном и том же токе могут реализовываться как односвязные, так и двусвязные формы поверхности, реализация которых зависит от способа введения магнитной жидкости и истории изменения тока (рис. 3.3). В эксперименте обнаружен гистерезис статического угла смачивания, который проявляется в различии статических углов смачивания при разной последовательности соприкосновения горизонтальных пластин с жидкостями, участвующими в смачивании, при увеличении и уменьшении тока в катушке. Это приводит к зависимости формы поверхности перемычки и других объемов магнитной жидко-

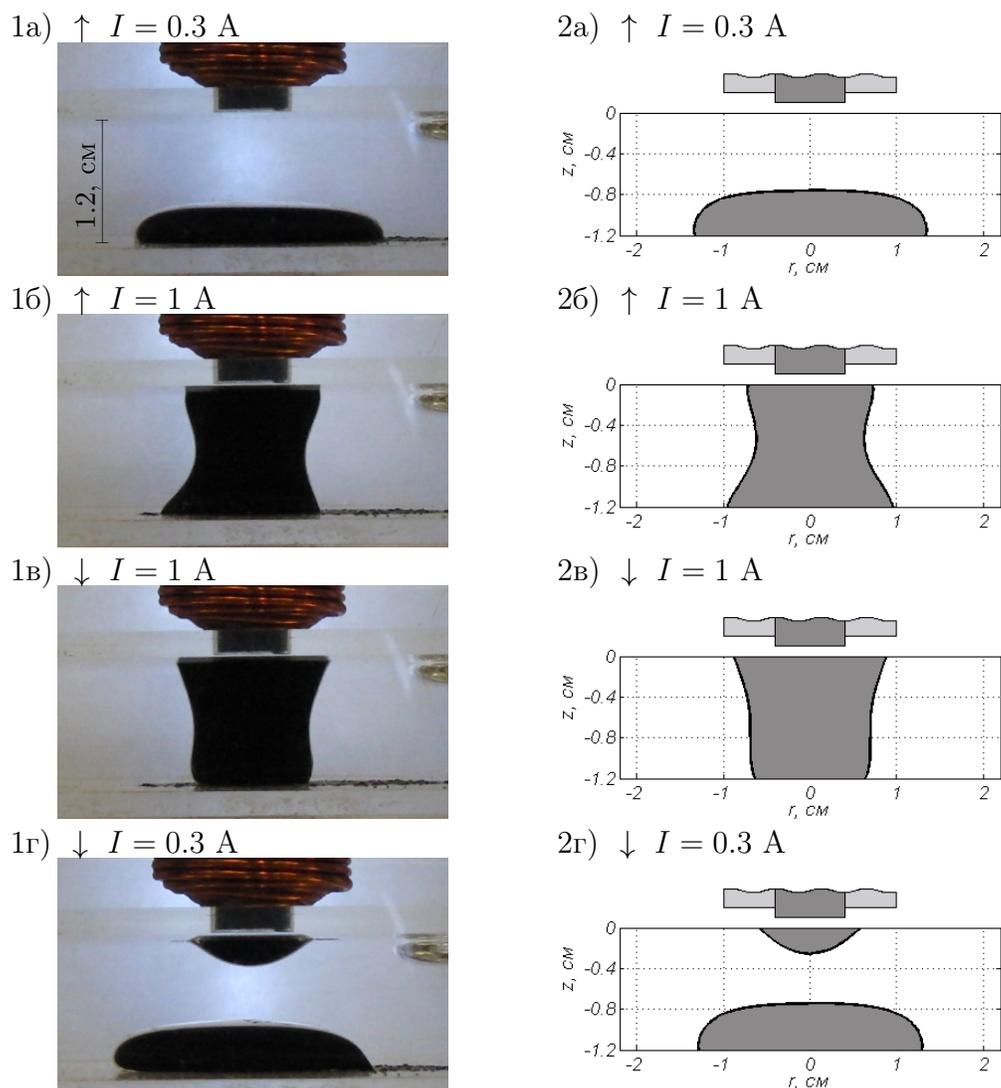


Рис. 3.2. Статические формы поверхности магнитной жидкости объемом  $V_0 = 2.0 \text{ см}^3$  в случае увеличения (а,б) и уменьшения (в,г) тока в катушке: 1 — фотографии эксперимента; 2 — результаты численного расчета

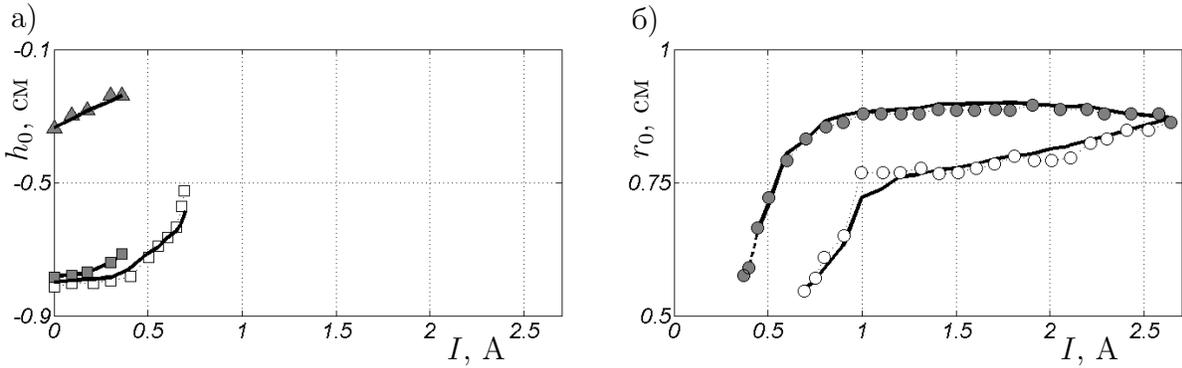


Рис. 3.3. Полученные в эксперименте зависимости  $h_0$  и  $r_0$  от тока  $I$  для объема  $V_0 = 2 \text{ см}^3$  при увеличении (белые маркеры) и уменьшении (серые маркеры) тока в катушке от 0 А до 2.6 А. Сплошными и пунктирной линиями показаны полученные численно зависимости  $h_0$  и  $r_0$  от тока  $I$  для соответствующих решений

сти от характера изменения тока в катушке (например, при  $I = 1 \text{ А}$  на рис. 3.2, 1б и 1в). В результате измерений видимых углов смачивания на фотографиях эксперимента с объемом  $V_0 = 2 \text{ см}^3$  построены зависимости углов смачивания  $\theta_0$  на верхней и нижней пластинах от увеличивающегося и уменьшающегося тока  $I$  в катушке.

В § 3.4.2 экспериментально получены зависимости критического тока  $I_{\text{кр}}$  в катушке, при котором происходит разрушение магнитожидкостной перемычки заданного объема, от расстояния  $d$  между

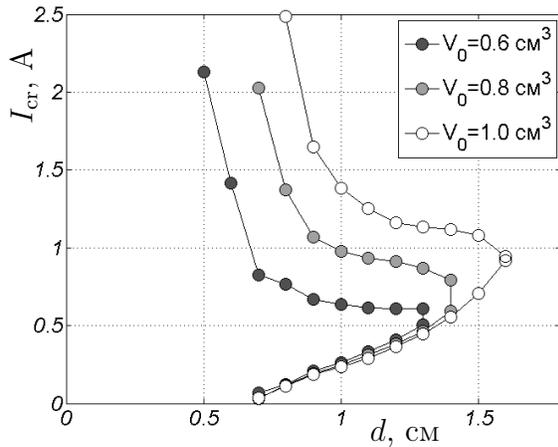


Рис. 3.4. Зависимости  $I_{\text{кр}}(d)$

горизонтальными пластинами (рис. 3.4). Для трех значений объема  $V_0$  зависимости  $I_{\text{кр}}(d)$  имеют один качественный характер. Для каждого значения объема область графика левее кривой  $I_{\text{кр}}(d)$  соответствует области значений параметров  $I$  и  $d$ , при которых перемычка может существовать. В области значений параметров правее кривой  $I_{\text{кр}}(d)$  перемычка заданного объема существовать не может.

В § 3.5 сформулированы основные результаты главы 3.

**В главе 4** теоретически исследована статическая осесимметричная форма поверхности конечного объема магнитной жидкости между горизонтальными пластинами в неоднородном магнитном поле электромагнитной катушки с сердечником.

В § 4.1 приведена постановка задачи. Магнитная жидкость и окружающая ее немагнитная жидкость расположены между горизонтальными пластинами, расстояние между которыми равно  $d$ . Над верхней пластиной закреплена осесимметричная электромагнитная катушка, в нее вставлен сердечник с радиусом  $R_0$ . Цилиндрическая система координат  $(r, \phi, z)$  введена так, что вертикальная ось  $r$  лежит в плоскости верхней горизонтальной пластины, ось  $z$  совпадает с осью симметрии катушки (рис. 3.1). Намагниченность магнитной жидкости зависит от напряженности магнитного поля по формуле Ланжевена. Средняя кривизна поверхности определяется формулой:  $K(h', h'') = 0.5(h'' + h'^3/r + h'/r)(1 + h'^2)^{-3/2}$ . Рассмотрены осесимметричные формы поверхности капли на нижней пластине, капли на верхней пластине и перемычки между пластинами.

В § 4.2 рассмотрена вариационная задача о минимуме энергии конечного односвязного осесимметричного объема магнитной жидкости, окруженного немагнитной жидкостью, с учетом смещения концевых точек объема на поверхности горизонтальных пластин в осесимметричном магнитном поле. Энергия системы  $F[h]$  определяется функционалом (2.2). В состоянии равновесия энергия  $F[h]$  должна быть минимальной для всех малых осесимметричных возмущений поверхности, удовлетворяющих условию сохранения объема  $V_0$ . Из необходимого условия минимума (первая вариация функционала  $F[h] - p_0 V_0[h]$  равна нулю) следует уравнение (1.1) для определения осесимметричной формы поверхности  $z = h(r)$  и граничные условия смачивания. Из уравнения (1.1) следует система трех безразмерных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{dr^*}{dl^*} = \cos \theta, \quad \frac{dh^*}{dl^*} = -\sin \theta, \quad \frac{d\theta}{dl^*} = -\frac{\sin \theta}{r^*} \pm \left[ C^* - Gh^* + P \ln \frac{\text{sh}(\xi_0 H^*(r^*, h^*))}{\xi_0 H^*(r^*, h^*)} \right], \quad (4.1)$$

где  $l$  – натуральный параметр кривой  $z = h(r)$ ,  $\theta$  – угол между касательной к кривой и осью  $r$ , отсчитываемый по часовой стрелке,  $r^* = r/R_0$ ,  $h^* = h/R_0$ ,  $l^* = l/R_0$ ,  $C^* = (p_0 - (\rho_1 - \rho_2)gd)R_0/\sigma$ ,  $G = (\rho_1 - \rho_2)gR_0^2/\sigma$ ,  $P = nkTR_0/\sigma$ ,  $\xi_0 = M_S H(0, 0)/(nkT)$ ,  $H^*(r^*, h^*) = H(r, h)/H(0, 0)$ . В уравнении (4.1) знак «+» соответствует решениям для капли на нижней пластине и для перемычки, знак «-» – для капли на верхней пластине. Неизвестная постоянная  $p_0$  и координаты подвижных концов кривой  $z = h(r)$  определяются из соответствующих условий смачивания пластин и сохранения объема магнитной жидкости. Из условия того, что вторая вариация функционала  $F[h] - p_0 V_0[h]$  должна быть положительно определена на кривой  $z = h(r)$ , получены достаточные условия минимума функционала  $F[h]$ .

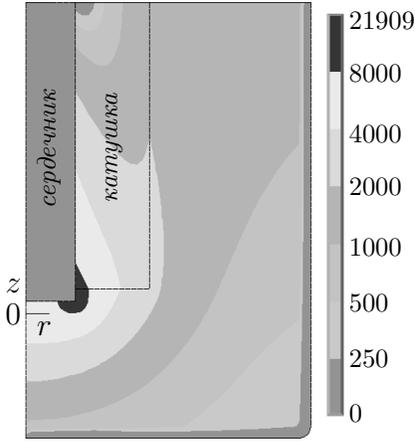


Рис. 4.1.

В § 4.3 проведено численное моделирование магнитного поля, создаваемого осесимметричной катушкой с сердечником, для параметров лабораторной установки. На рис. 4.1 показано распределение напряженности  $H(r, z)$  магнитного поля (в А/м) вблизи нижнего края катушки с сердечником при токе  $I = 0.5$  А. Для оценки результатов моделирования выполнено измерение напряженности поля экспериментальной катушки с сердечником. Показано, что результаты расчета хорошо согласуются с реальными измерениями.

В § 4.4 выполнен численный расчет статической осесимметричной формы поверхности магнитной жидкости между горизонтальными пластинами в магнитном поле осесимметричной катушки с сердечником, расположенной над верхней пластиной. Расчет проведен для следующих значений параметров эксперимента:  $\rho_1 = 1.1$  г/см<sup>3</sup>,  $\rho_2 = 0.913$  г/см<sup>3</sup>,  $T = 300$  К,  $\varphi = 0.02$ ,  $M_S = 12$  Гс,  $n \approx 3.82 \cdot 10^{16}$  см<sup>-3</sup>,  $\chi = 0.03$ ,  $\sigma = 20$  г/с<sup>2</sup>,  $d = 1.2$  см,  $R_0 = 0.4$  см.

В § 4.4.1 проведено сравнение экспериментальных и теоретических результатов. Рассмотрен эксперимент с объемом магнитной жидкости  $V_0 = 2$  см<sup>3</sup>, так как с точки зрения практического приложения и создания магнитожидкостных звукопроводов наибольший интерес представляет случай, когда устойчивый контакт между горизонтальными пластинами существует в наибольшем диапазоне токов в катушке. Так как в эксперименте существует гистерезис статического угла смачивания при увеличении и уменьшении тока в катушке, то в расчетах для каждого значения  $I$  подбиралось значение угла смачивания  $\theta_0$ , близкое к экспериментально измеренному значению при данном токе, так, чтобы выполнялось условие сохранения объема магнитной жидкости. На рис. 3.2 для сопоставления приведены формы поверхности магнитной жидкости, полученные в эксперименте и при численном решении, в случае увеличения и уменьшения тока от 0 А до 2.6 А. Видно, что рассчитанные с учетом гистерезиса угла смачивания формы поверхности достаточно хорошо совпадают с экспериментально полученными формами. На рис. 3.3 сплошными и пунктирной линиями представлены зависимости характеристических координат  $h_0$  и  $r_0$  соответствующих решений от тока  $I$  в случае его увеличения и уменьшения, где  $h_0 = h(0)$ ,  $-1.2 \leq h_0 \leq 0$  см и  $r_0 > 0 : h(r_0) = 0$ . Показано, что практически

все численно определенные формы поверхности магнитной жидкости удовлетворяют необходимым и достаточным условиям локального минимума энергии. В узком диапазоне уменьшения тока от 0.44 А до 0.37 А рассчитанные формы поверхности перемишки не удовлетворяют достаточным условиям локального минимума (пунктирная линия на рис. 3.3), что может быть связано с несущественным отклонением в эксперименте от рассматриваемого в теории безындукционного приближения.

В § 4.4.2 выполнен расчет односвязных осесимметричных форм поверхности магнитной жидкости объемом  $V_0 = 2 \text{ см}^3$  при условии постоянства угла смачивания в диапазоне токов в катушке от 0 А до 3 А. В расчетах было положено  $\theta_0 = 80^\circ$ . Показано, что, как и в случае линейного горизонтального проводника с током, для капли магнитной жидкости на нижней пластине существуют два решения (рис. 4.2, а). На нижней ветви 1, для которой зависимость  $h_0$  от  $I$  возрастает, не достигается локальный минимум энергии, начиная с некоторого значения тока. На верхней ветви 2, для которой  $h_0$  от  $I$  убывает, не достигается локальный минимум энергии при любых токах, при которых существует решение. На ветви 3 для капли на верхней пластине достигается локальный минимум энергии при токах, больших некоторого значения. В отличие от случая линейного горизонтального проводника с током, в поле электромагнитной катушки с сердечником существуют три решения для магнитожидкостной перемишки заданного объема (рис. 4.2, б). Показано, что на основном решении 4 минимум энергии не достигается только на конечных интервалах токов, при которых существует решение. На решениях 5

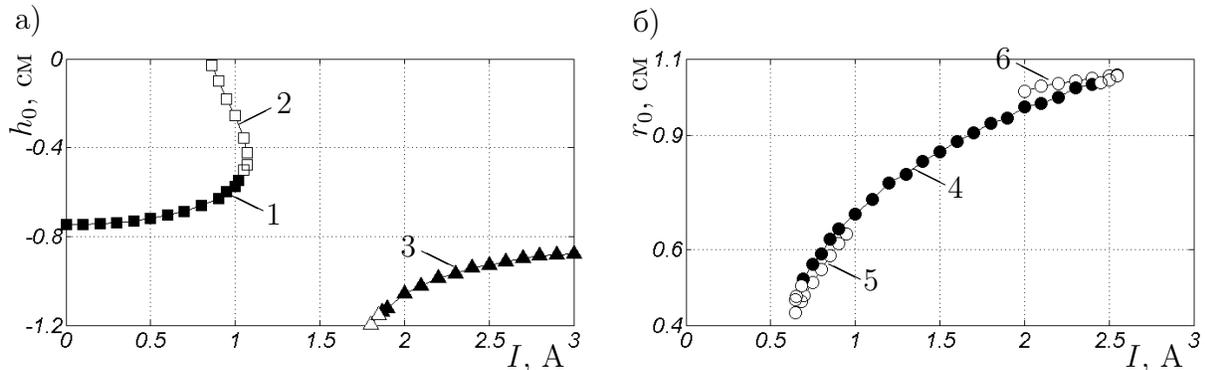


Рис. 4.2. Зависимости координат  $h_0$  и  $r_0$  односвязных типов решений от тока  $I$  в катушке для объема  $V_0 = 2 \text{ см}^3$  в случае постоянных углов смачивания: 1, 2 — капля на нижней пластине; 3 — капля на верхней пластине; 4, 5, 6 — перемишка между пластинами. Черным цветом отмечены решения, на которых достигается локальный минимум энергии

и 6 локальный минимум энергии не достигается при любых токах, при которых существуют эти решения.

В § 4.5 приведены выводы четвертой главы.

**В заключении** подведены итоги работы и сформулированы основные результаты.

**В приложении 1** находятся материалы, относящиеся к главе 2. Приведен текст программы для расчета формы поверхности капли магнитной жидкости на нижней горизонтальной пластине в поле линейного горизонтального проводника с током с учетом поверхностного натяжения и для проверки достаточных условий локального минимума энергии.

**В приложении 2** находятся материалы, относящиеся к главе 4. Приведена программа расчета магнитного поля осесимметричной катушки с сердечником.

**В приложении 3** находятся материалы, относящиеся к главе 4. Приведен текст программы для расчета осесимметричной формы поверхности капли магнитной жидкости на нижней горизонтальной пластине в поле электромагнитной катушки с сердечником и для проверки достаточных условий локального минимума энергии.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ ДИССЕРТАЦИИ

1. Теоретически исследованы и численно рассчитаны статические формы поверхности объема тяжелой магнитной жидкости между горизонтальными пластинами в магнитном поле линейного горизонтального проводника с током, расположенного над верхней пластиной, с учетом поверхностного натяжения и без его учета.

2. Из сравнения полученных результатов сделан вывод о том, что нужно учитывать поверхностное натяжение, так как при этом качественно меняются статические формы поверхности, возникают диапазоны токов, при которых могут реализовываться несколько односвязных статических форм поверхности, среди которых и магнитожидкостная перемычка. Это приводит к неоднозначности определения формы поверхности. Без учета поверхностного натяжения магнитожидкостная перемычка есть единственное решение в диапазоне токов, при которых решение существует.

3. С учетом поверхностного натяжения в случае зависимости намагниченности магнитной жидкости от напряженности поля по формуле Ланжевена показано, что при одном и том же значении из некоторого диапазона токов в линейном горизонтальном проводнике существуют несколько односвязных решений, удовлетворяющих граничным условиям и условию сохранения объема.

4. Решена вариационная задача о минимуме энергии заданного объема магнитной жидкости с учетом смещения концевых точек объема на поверхности пластин в неоднородном магнитном поле. Задача решена с учетом силы тяжести и поверхностного натяжения. Сформулированы необходимые и достаточные условия для определения решений, на которых достигается локальный минимум энергии.
5. В случае линейного горизонтального проводника с током и в случае электромагнитной катушки с током численно определены односвязные решения заданного объема, не удовлетворяющие условиям локального минимума энергии и неустойчивые относительно плоских или осесимметричных возмущений поверхности.
6. Проведены эксперименты с различными объемами магнитной жидкости между пластинами при квазистатически изменяющемся токе, подаваемом на электромагнитную катушку с сердечником. Экспериментально показано, что существуют несколько способов образования и разрушения магнитожидкостной перемычки между пластинами, определены критические значения тока, при которых происходят скачкообразные изменения формы поверхности магнитной жидкости.
7. Разработана программа, и проведен численный расчет статической осесимметричной формы поверхности магнитной жидкости между горизонтальными пластинами в неоднородном магнитном поле катушки с сердечником. Проведено моделирование магнитного поля катушки с сердечником. Численно определены статические формы поверхности магнитной жидкости, удовлетворяющие условиям локального минимума энергии. Показано, что экспериментальные и теоретические результаты согласуются.
8. Теоретически предсказано и экспериментально подтверждено существование скачкообразных изменений и гистерезиса формы поверхности магнитной жидкости между горизонтальными пластинами при квазистатически изменяющемся токе в источнике магнитного поля. Экспериментально обнаружен гистерезис угла смачивания при увеличении и уменьшении тока в электромагнитной катушке.
9. Теоретически и экспериментально получены немонотонные зависимости критического тока в источнике магнитного поля от расстояния между горизонтальными пластинами, при котором происходит разрушение магнитожидкостной перемычки.
10. Разработанные экспериментальные и теоретические методики исследования можно использовать для конструирования устойчиво работающих магнитожидкостных акустических звукопроводов, клапанов и затворов.

## ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Виноградова А.С., Волкова Т.И. *Статические формы поверхности магнитной жидкости в поле проводника с током* // Вестник Нижегородского университета имени Н.И. Лобачевского. 2011, № 4, часть 5, с. 2066–2068.
2. Naletova V.A., Turkov V.A., Volkova T.I. *Magnetic fluid between horizontal plates in the fields of horizontal conductors* // Physics Procedia. 2010, vol. 9, pp. 126–130.
3. Volkova T.I., Naletova V.A., Turkov V.A. *Magnetic fluid volume between horizontal plates in the field of an electromagnetic coil* // Magnetohydrodynamics. 2013, vol. 49, no. 3–4.
4. Виноградова А.С., Волкова Т.И. *Статические формы поверхности магнитной жидкости в поле проводника с током*. В сб.: X Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Нижний Новгород, 2011, с. 30–31.
5. Волкова Т.И. *Исследование формы поверхности конечного объема магнитной жидкости между горизонтальными плоскостями*. В сб.: Труды конференции-конкурса молодых ученых НИИ механики МГУ / Под ред. академика РАН А.Г. Куликовского, проф. В.А. Самсонова. — М.: Изд-во Моск. ун-та. 2013, с. 110–117.
6. Волкова Т.И. *Конечный объем магнитной жидкости в поле электромагнитной катушки с током*. В сб.: XXI Всероссийская школа-конференция молодых ученых и студентов «Математическое моделирование в естественных науках», Пермь. 2012, с. 31–32.
7. Волкова Т.И. *Магнитожидкостная перемычка между горизонтальными пластинами, удерживающая перепад давления, в поле проводника с током*. В сб.: XXII Всероссийская школа-конференция молодых ученых и студентов «Математическое моделирование в естественных науках», Пермь. 2013.
8. Волкова Т.И. *Поведение тяжелой магнитной жидкости в магнитном поле линейного горизонтального проводника с током*. В сб.: Материалы докладов XVI Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов», Москва. 2009, с. 86.
9. Волкова Т.И. *Поверхность магнитной жидкости с учетом поверхностного натяжения в поле проводника с током*. В сб.: Материалы докладов XVIII Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов», Москва. 2011, № 13.
10. Волкова Т.И. *Разрушение магнитожидкостной перемычки между горизонтальными пластинами в поле электромагнитной катушки с током*. В сб.: Материалы докладов XX Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов», Москва. 2013. [http://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov\\_2013/2198/4317\\_b51e.pdf](http://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov_2013/2198/4317_b51e.pdf)

11. Волкова Т.И. *Управление магнитожидкостной перемычкой между горизонтальными плоскостями с помощью линейного проводника с током*. В сб.: XVI Зимняя школа по механике сплошных сред «Механика сплошных сред как основа современных технологий», Пермь–Екатеринбург. 2009, с. 96.
12. Волкова Т.И. *Управление осесимметричной магнитожидкостной перемычкой между горизонтальными пластинами*. В сб.: Материалы докладов XVII Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов», Москва. 2010.  
[http://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov\\_2010/14-2.rar](http://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov_2010/14-2.rar)
13. Волкова Т.И. *Форма поверхности магнитной жидкости в осесимметричном магнитном поле*. В сб.: XIX Всероссийская школа-конференция молодых ученых и студентов «Математическое моделирование в естественных науках», Пермь. 2010, с. 38–39.
14. Волкова Т.И. *Форма поверхности объема магнитной жидкости в поле катушки с током с учетом поверхностного натяжения*. В сб.: Материалы докладов XIX Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов», Москва. 2012. [http://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov\\_2012/1796/4317\\_f68d.pdf](http://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov_2012/1796/4317_f68d.pdf)
15. Волкова Т.И. *Форма свободной поверхности магнитной жидкости в неоднородном магнитном поле*. В сб.: Труды конференции-конкурса молодых ученых НИИ механики МГУ / Под ред. академика РАН Г.Г. Черного, проф. В.А. Самсонова. — М.: Изд-во Моск. ун-та. 2011, с. 93–99.
16. Волкова Т.И., Налетова В.А., Турков В.А. *Влияние поверхностного натяжения на разрушение магнитожидкостной перемычки между горизонтальными пластинами в поле проводника с током*. В сб.: Тезисы докладов Российской конференции по магнитной гидродинамике, Пермь. 2012, с. 26.
17. Волкова Т.И., Налетова В.А., Турков В.А. *Поведение конечного объема магнитной жидкости в сосуде прямоугольного сечения в поле горизонтального проводника с током*. В сб.: XVII Всероссийская школа-конференция молодых ученых и студентов «Математическое моделирование в естественных науках», Пермь. 2008, с. 22.
18. Волкова Т.И., Налетова В.А., Турков В.А. *Форма объема тяжелой магнитной жидкости в поле катушки с током*. В сб.: Тезисы докладов Международной конференции «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность», Москва. 2010, с. 57–58.
19. Налетова В.А., Волкова Т.И., Турков В.А. *Статика магнитной жидкости между горизонтальными пластинами в поле электромагнитной катушки с сердечником*. В сб.: IV Всероссийская научная конференция «Физико-химические и прикладные проблемы магнитных дисперсных наносистем», Ставрополь. 2013, с. 162–167.

20. Налетова В.А., Волкова Т.И., Рекс А.Г., Турков В.А. *Тяжелая магнитная жидкость между горизонтальными плоскостями в поле горизонтального проводника*. В сб.: Сборник докладов 9-й Международной конференции «Современные проблемы электрофизики и электродинамики жидкостей», Санкт-Петербург. 2009, с. 355–359.
21. Налетова В.А., Кирюшин В.В., Якименко М.Ю., Волкова Т.И. *Скачкообразное изменение поверхности магнитной жидкости в поле горизонтального проводника с током*. В сб.: Тезисы докладов Международной конференции «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность», Москва. 2008, с. 109.
22. Налетова В.А., Турков В.А., Волкова Т.И. *Влияние поверхностного натяжения на форму поверхности магнитной жидкости в неоднородных магнитных полях*. В сб.: XVII Зимняя школа по механике сплошных сред «Механика сплошных сред как основа современных технологий», Пермь–Екатеринбург. 2011, с. 238.
23. Налетова В.А., Турков В.А., Волкова Т.И. *Возможность создания и разрушения магнитожидкостной перемычки между горизонтальными плоскостями в поле проводника с током*. В сб.: Сборник докладов 10-й Международной конференции «Современные проблемы электрофизики и электродинамики жидкостей», Санкт-Петербург. 2012, с. 247–249.
24. Налетова В.А., Турков В.А., Волкова Т.И. *Теоретическое исследование формы поверхности магнитной жидкости между горизонтальными пластинами в поле катушки с током*. В сб.: Тезисы докладов научной конференции «Ломоносовские чтения», секция механики, Москва. 2012, с. 127.
25. Naletova V.A., Turkov V.A., Volkova T.I. *Magnetic fluid between horizontal plates in the fields of horizontal conductors*. In: Abstract Book of 12th International Conference on Magnetic Fluids (ICMF12), Sendai. 2010, pp. 253–254.
26. Volkova T.I., Naletova V.A., Turkov V.A. *Magnetic fluid volume between horizontal plates in the field of an electromagnetic coil*. In: Abstract Book of 13th International Conference on Magnetic Fluids (ICMF13), New-Delhi. 2013, pp. 292–294.

Для заметок

Для заметок