

На правах рукописи



Брыкина Ирина Григорьевна

**МЕТОДЫ РАСЧЕТА ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ И ТРЕНИЯ
ПРИ ПРОСТРАНСТВЕННОМ ГИПЕРЗВУКОВОМ ЛАМИНАРНОМ
ОБТЕКАНИИ ТЕЛ ВО ВСЕМ ДИАПАЗОНЕ ЧИСЕЛ РЕЙНОЛЬДСА**

Специальность 01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва – 2013

Работа выполнена в ФГБОУВПО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» в Научно-исследовательском институте механики

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
член-корреспондент РАН
Иван Владимирович Егоров, начальник отделения
ФГУП «Центральный аэрогидродинамический
институт имени профессора Н.Е. Жуковского»

доктор физико-математических наук, профессор
Анатолий Михайлович Гришин,
заведующий кафедрой
ФГБОУВПО «Национальный исследовательский
Томский государственный университет»

доктор физико-математических наук, доцент
Михаил Михайлович Кузнецов, профессор
ГОУВПО «Московский государственный
областной университет»

Ведущая организация: ФГБУН «Институт проблем механики имени
А.Ю. Ишлинского» Российской академии наук

Защита состоится 21 февраля 2014 г. в 15 часов на заседании диссертационного совета Д 501.001.89 при Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991 г. Москва, Ленинские Горы, д. 1, Главное здание МГУ, механико-математический факультет, аудитория 16-10.

С диссертацией можно ознакомиться в Фундаментальной библиотеке МГУ имени М.В. Ломоносова по адресу: г. Москва, Ломоносовский проспект, д. 27.

Автореферат разослан « ____ » _____ 2013 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 501.001.89
доктор физико-математических наук



В.В. Измоденов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. При спуске космических аппаратов в атмосфере Земли они последовательно проходят различные режимы сверх- и гиперзвукового обтекания: свободномолекулярный; переходной от свободномолекулярного к континуальному режиму (режиму сплошной среды); «навье-стоксовский»; «погранслоный». Эти режимы характеризуются разными диапазонами изменения чисел Рейнольдса, в каждом из них течение газа описывается адекватными математическими моделями. При исследовании теплообмена и аэродинамики гиперзвуковых летательных аппаратов возникает необходимость решения пространственных задач обтекания тел вязким теплопроводным газом во всех режимах. Экспериментальное моделирование гиперзвуковых высотных течений около таких аппаратов в лабораторных условиях сильно ограничено в настоящее время. Численное моделирование сложных трехмерных задач обтекания с учетом физико-химических процессов, зависящих от многих определяющих параметров, требует больших затрат вычислительных ресурсов и позволяет получать достаточно точные результаты для каждой конкретной комбинации этих параметров. В то же время исследование зависимостей аэродинамических и тепловых характеристик от высоты и скорости полета, угла атаки, геометрической формы тела требует расчетов многочисленных вариантов. Поэтому актуальна разработка эффективных приближенных методов, которые позволяют значительно сократить вычислительные затраты, получить аналитические решения, полезные для постановки экспериментов и интерпретации результатов численного моделирования и могут применяться в практике проведения многочисленных расчетов при варьировании параметров обтекания и формы тела, необходимых при проектировании перспективных гиперзвуковых летательных аппаратов.

Разработанность темы. Для различных режимов гиперзвукового ламинарного обтекания затупленных тел: переходном, навье-стоксовском и погранслоном разработаны приближенные и аналитические методы расчета теплопередачи и трения на наветренной стороне пространственно обтекаемых тел. Получены аналитические решения двумерных и трехмерных задач обтекания тел совершенным газом во всех режимах. Получены простые выражения для теплового потока к идеально-каталитической поверхности тел, обтекаемых химически реагирующим газом при больших и умеренных числах Рейнольдса. Разработан метод подобия, позволяющий решать трехмерные задачи вязкого обтекания в рамках упрощенных и полных уравнений Навье–Стокса с учетом неравновесных химических реакций и каталитических свойств поверхности, используя при этом программы расчета осесимметричных течений. Разработаны континуальные модели, позволяющие рассчитывать тепловой поток и напряжение трения на лобовой поверхности затупленных тел при малых числах Рейнольдса в переходном режиме.

Основные цели работы – это разработка эффективных приближенных методов решения задач гиперзвукового вязкого обтекания при малых, умеренных и больших числах Рейнольдса Re , ориентированных на быстрый расчет тепловых потоков и сил вязкого трения на лобовой поверхности летательных аппаратов:

Получение аналитических решений пространственных задач ламинарного обтекания затупленных тел совершенным газом во всем диапазоне чисел Re в рамках моделей пограничного слоя и тонкого вязкого ударного слоя.

Получение выражений для теплового потока на идеально-каталитической поверхности затупленных тел, пространственно обтекаемых гиперзвуковым потоком химически реагирующего газа при больших и умеренных числах Re .

Разработка метода подобия для расчета теплопередачи и напряжения трения на наветренной стороне пространственных тел, обтекаемых под углом атаки гиперзвуковым потоком вязкого газа с учетом реальных физико-химических процессов и каталитических свойств поверхности, позволяющего решать трехмерные задачи, используя программы расчета осесимметричных течений в рамках упрощенных и полных уравнений Навье–Стокса.

Исследование возможности применения континуальных моделей в переходном от континуального к свободномолекулярному режиме обтекания. Разработка континуальных методов расчета теплопередачи и трения на лобовой поверхности тел, обтекаемых гиперзвуковым потоком разреженного газа при малых числах Re , гораздо более простых и требующих существенно меньших вычислительных ресурсов по сравнению с применяемым в настоящее время методом прямого статистического моделирования Монте-Карло.

Научная новизна. В работе получены следующие новые результаты, выносимые на защиту.

Разработан метод последовательных приближений для решения уравнений тонкого вязкого ударного слоя, позволяющий получать как численные, так и приближенные аналитические решения. Метод последовательных приближений для решения уравнений пограничного слоя обобщен на случай пространственных течений. С использованием этого метода получены:

Аналитические решения трехмерных уравнений ламинарного пограничного слоя в сжимаемом газе при обтекании под углом атаки затупленных стреловидных крыльев большого удлинения, окрестности плоскости симметрии и боковой поверхности пространственных тел при наличии вдува (отсоса) с поверхности в зависимости от параметров внешнего невязкого обтекания.

Простые аналитические решения для теплового потока и напряжения трения на поверхности пространственных тел, отнесенных к их значениям в точке торможения, в рамках модели пограничного слоя, в зависимости от параметров внешнего невязкого обтекания.

Аналитические решения трехмерных уравнений пограничного слоя в несжимаемой жидкости в случае малости вторичных течений.

Аналитические решения двумерных и трехмерных уравнений тонкого вязкого ударного слоя при обтекании осесимметричных тел, затупленных стреловидных крыльев большого удлинения, окрестности плоскости симметрии и боковой поверхности пространственных тел.

Простые аналитические решения для относительного теплового потока на поверхности затупленных пространственных тел, обтекаемых гиперзвуковым потоком газа при умеренных и больших числах Re в зависимости от геометрических параметров тела и температуры поверхности и решения, имеющие более широкую область применимости, чем модель тонкого вязкого ударного слоя, зависящие от геометрии тела и давления.

Показано, что эти решения для относительного теплового потока могут использоваться на идеально-каталитической поверхности пространственных тел, обтекаемых гиперзвуковым потоком химически неравновесного газа.

Предложены выражения для теплового потока на идеально-каталитической поверхности пространственных тел, обтекаемых гиперзвуковым потоком химически реагирующего газа, в рамках модели пограничного слоя.

Разработан на основе обнаруженных параметров подобия метод подобия для расчета тепловых потоков и напряжения трения на лобовой поверхности трехмерных тел, обтекаемых под углом атаки, который сводит решение трехмерной задачи к решению двумерных уравнений с переменным, зависящим от геометрии, числом Re для эквивалентных осесимметричных тел, построенных специальным образом для меридиональных сечений реального тела. Получены формулы и создана конвертирующая программа для расчета всех параметров эквивалентного тела в зависимости от геометрии реального тела, угла атаки и угла меридиональной плоскости. Метод подобия применим в рамках разных моделей вязкого течения – уравнений Навье–Стокса, полного и тонкого вязкого ударного слоя, пограничного слоя – как для течений однородного газа, так и для химически неравновесного многокомпонентного газа для разных каталитических свойств поверхности.

Путем асимптотического анализа уравнений Навье–Стокса для гиперзвукового обтекания затупленных тел разреженным газом при малых числах Re выведены уравнения вязкого ударного слоя (ВУС) и тонкого вязкого ударного слоя (ТВУС), ранее полученные только для больших чисел Re . Выведены асимптотически согласующиеся с уравнениями граничные условия на ударной волне и на теле для моделей ТВУС и ВУС при малых числах Re . Предложено модифицированное условие для скачка температуры на поверхности в модели ВУС. Показано, что эти граничные условия с учетом кривизны поверхности существенно улучшают предсказание теплопередачи и трения в рамках модели ВУС и расширяют область ее применимости.

Получены асимптотические решения уравнений ТВУС при малых числах Re для коэффициентов теплопередачи, трения и давления на лобовой поверхности пространственных тел, обтекаемых разреженным газом, в зависимости от параметров набегающего потока и геометрических параметров тела, с уменьшением числа Re приближающиеся к решениям в свободномолекулярном режиме обтекания при единичном коэффициенте аккомодации.

Показана возможность применения разработанных асимптотически согласованных моделей ТВУС и ВУС для расчета теплопередачи и трения на лобовой поверхности затупленных тел, обтекаемых гиперзвуковым потоком разреженного газа в переходном от континуального к свободномолекулярному режиме обтекания.

Теоретическая и практическая значимость работы. Теоретическая значимость работы заключается в получении приближенных аналитических решений сложных в математическом отношении трехмерных задач обтекания затупленных тел гиперзвуковым потоком вязкого теплопроводного газа во всем диапазоне чисел Re , в обнаружении подобия трехмерных и осесимметричных вязких течений, в разработке асимптотически согласованных континуальных моделей, которые могут применяться для расчета теплопередачи и трения на лобовой поверхности тел в переходном режиме обтекания.

Аналитические решения для теплового потока и напряжения трения на лобовой поверхности пространственных тел для разных режимов ламинарного обтекания гиперзвуковых летательных аппаратов при их спуске в атмосфере Земли полезны для аналитической формулировки вариационных задач, для интерпретации результатов численного моделирования, корректной постановки экспериментов. Они позволяют быстро проводить многочисленные расчеты при варьировании параметров обтекания и формы тела, необходимые при проектировании новых гиперзвуковых летательных аппаратов. Аналитические решения полезны также для определения конвективного теплообмена метеороидов при их движении в атмосфере Земли.

Метод подобия для расчета теплопередачи и трения на лобовой поверхности пространственных тел, обтекаемых под углом атаки, позволяет решать трехмерные задачи гиперзвукового обтекания с учетом реальных физико-химических процессов в рамках полных и упрощенных уравнений Навье–Стокса, используя имеющиеся программы расчета осесимметричных течений, что существенно расширяет возможности и экономит вычислительные ресурсы.

Разработанные континуальные методы для расчета тепловых потоков и напряжения трения на лобовой поверхности гиперзвуковых летательных аппаратов в переходном режиме обтекания, гораздо более простые, чем используемый в настоящее время метод прямого статистического моделирования Монте-Карло, позволяют значительно сократить вычислительные затраты.

Достоверность и апробация результатов. Все полученные аналитические решения сравнивались с численными решениями и с экспериментальными данными, на основании сравнений оценены их точность и область применимости. Сходимость метода последовательных приближений исследовалась численно и на модельной задаче – аналитически. Метод подобия тщательно тестировался в рамках разных моделей вязкого течения – уравнений Навье–Стокса, полного и тонкого вязкого ударного слоя как для совершенного газа, так и для химически реагирующего. Достоверность континуальных решений в переходном режиме обтекания подтверждена сравнением с численными решениями кинетического уравнения Больцмана с модельными интегралами столкновений, с результатами, полученными методом прямого статистического моделирования Монте-Карло и с решением в свободномолекулярном режиме.

Результаты работы докладывались и обсуждались на:

Всесоюзной школе-семинаре по численным методам механики вязкой жидкости, Махачкала, 1978; Всесоюзном совещании-семинаре по механике реагирующих сред, Красноярск, 1988; Всесоюзной школе-семинаре по современным проблемам механики жидкости и газа, Иркутск, 1990; Школе-семинаре ЦАГИ «Механика жидкости и газа», ЦАГИ, 1992; Европейском симпозиуме по Аэротермодинамике космических аппаратов, ESA, Нордвик, Нидерланды, 1994; Международной школе института современных исследований НАТО «Молекулярная физика и гиперзвуковые течения», Аквафреда де Маратеа, Италия, 1995; Совещании-семинаре НАСА по Исследованию теплопередачи и обтекания и дизайну космических аппаратов, Хьюстон, США, 1997; Международном симпозиуме по Входу в атмосферу летательных аппаратов и систем, Аркашон, Франция, 1999; Конференции, посвященной 40-летию НИИ механики МГУ, Москва, 1999; Международной конференции по численному моделированию в механике сплошной среды, Прага, Чешская Республика, 2000; VIII, IX и X Всероссийских съездах по теоретической и прикладной механике: Пермь 2001, Нижний Новгород, 2006, 2011; Европейской конференции Евромех по Аэродинамике и термохимии высокоскоростных течений, Марсель, Франция, 2002; Всероссийской конференции «Аэродинамика и газовая динамика в XXI веке», посвященной 80-летию академика Г.Г. Черного, Москва, МГУ, 2003; Всероссийских школах-семинарах «Современные проблемы аэрогидродинамики»: Туапсе, 2003, 2005, 2006, 2007, 2010; Международных симпозиумах по Динамике разреженного газа (RGD-24, -25, -26, -27, -28): Бари, Италия, 2004, Санкт-Петербург, 2006, Киото, Япония, 2008, Пасифик Гроувс, США, 2010, Сарагосса, Испания, 2012; Международных конференциях Восток–Запад по Высокоскоростным течениям (WENSF): Пекин, Китай, 2005, Москва, 2007; Ломоносовских чтениях МГУ: Москва, 2005, 2007, 2009, 2010, 2012; Всероссийской конференции

«Современные проблемы механики сплошной среды», посвященной 100-летию со дня рождения академика Л.И. Седова, Москва, 2007; Всероссийском семинаре по аэрогидродинамике, посвященном 90-летию со дня рождения С.В. Валландера, Санкт-Петербург, 2008; Международной научно-технической конференции «Авиадвигатели XXI века», Москва, 2010; Международной конференции по прикладной математике и информатике, посвящённой 100-летию со дня рождения А.А. Дородницына, Москва, 2010; Международной научной конференции по механике «Шестые Поляховские чтения», Санкт-Петербург, 2012; семинарах НИИ механики МГУ: по газовой динамике под рук. акад. Г.Г. Черного; по физико-химической газодинамике под рук. проф. Г.А. Тирского; по физико-химической кинетике под рук. проф. С.А. Лосева, семинаре кафедры гидромеханики МГУ «Механика сплошной среды» под рук. акад. А.Г. Куликовского, проф. В.П. Карликова, чл.-корр. О.Э. Мельника.

Публикации. По результатам диссертации опубликовано 53 статьи, в том числе 34 – из перечня ВАК.

Личный вклад автора. Основные результаты, представленные в диссертации: разработанные методы – метод последовательных приближений, метод подобия, аналитические решения, разработка континуальных моделей при малых числах Re – вывод уравнений и граничных условий, получены лично автором; оценка точности и области применимости аналитических решений, метода подобия и разработанных моделей проводились лично и совместно с соавторами под руководством автора. В совместных публикациях по теме диссертации автору принадлежит основной вклад в постановку задач и анализ результатов, подготовка статей к публикации; кроме того, в [1] – получение метрических коэффициентов и аналитического решения, оценка его точности, в [4-8, 10-12, 15, 17, 21, 29, 30] – разработка метода последовательных приближений, получение аналитических решений, участие в оценке их точности и области применимости, в [13, 14, 16, 18-20, 22-24, 31, 33] – разработка метода подобия, участие в его апробации, в [35, 37, 39, 41-44, 46, 47, 50-53] – разработка континуальных моделей в разреженном газе, вывод уравнений и граничных условий, асимптотические решения, участие в оценке области применимости континуальных моделей, в [49] – применение аналитического решения для расчета конвективного теплообмена метеороидов.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, 4-х частей, заключения и списка литературы из 248 наименований. Объем 320 страниц.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дан обзор литературы по теме диссертации, обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цели работы и полученные

новые результаты, отмечены их теоретическая и практическая значимость, достоверность и апробация, дано краткое описание содержания диссертации.

В ЧАСТИ I исследуется пространственное обтекание тел при больших числах Рейнольдса в рамках теории ламинарного пограничного слоя.

В первом разделе рассматривается течение в пограничном слое (ПС) на затупленных стреловидных крыльях бесконечного размаха, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа под углом атаки и на осесимметричных телах. Поверхность тела предполагается либо непроницаемой, либо через нее производится вдув или отсос газа. Уравнения ПС решаются обобщенным на случай пространственных течений интегральным методом последовательных приближений, предложенным Г.А. Тирским (*Отчет НИИ механики МГУ № 1016. 1970*) для двумерных (2D) задач ПС. Дан итерационный алгоритм, по которому, задав нулевое приближение, можно определить все последующие приближения для искомых функций. Получены аналитические решения в первом приближении для коэффициентов трения и теплопередачи, компонент скорости и энтальпии. Получены простые зависимости коэффициентов трения и теплопередачи, отнесенных к их значениям для непроницаемой поверхности, от параметра вдува (отсоса) и температуры поверхности T_w (отнесенной к температуре торможения набегающего потока). На линии торможения крыла с непроницаемой поверхностью для теплового потока, отнесенного к его значению при нулевом угле стреловидности (скольжения), получено выражение в зависимости от угла скольжения φ , температуры поверхности T_w и числа Прандтля Pr :

$$\frac{q(u_\infty, w_\infty)}{q(u_\infty, 0)} = \left[\frac{(1 - T_w \cos^2 \varphi)(1 - T_w + Pr \operatorname{tg}^2 \varphi)}{\cos \varphi (1 - T_w)^2 (1 - 0.4 \sin^2 \varphi)} \right]^{1/2} \quad (1)$$

Здесь u_∞ , w_∞ – компоненты вектора скорости набегающего потока, w_∞ направлена вдоль образующей, u_∞ лежит в плоскости, ортогональной образующей. В диапазоне $0.01 \leq T_w \leq 0.5$, $0 \leq \varphi \leq 50^\circ$ точность формулы $\sim 1\%$. Аналогичные решения получены для компонент напряжения трения, их точность $\sim 5\%$.

Для теплового потока и компонент напряжения трения на непроницаемой поверхности стреловидного крыла, отнесенных к их значениям на линии торможения, получены простые решения, для теплового потока имеющие вид:

$$\frac{q(s)}{q(0)} = \frac{(1 - \phi_1 - \phi_2) u_e \mu_e \rho_e}{\left[2(1 - \phi_2) \left(\rho_e \mu_e \frac{du_e}{ds} \right)_{s=0} \int_0^s (1 - \phi_1 - \phi_2) u_e \mu_e \rho_e ds \right]^{1/2}} \quad (2)$$

$$\phi_1 = \frac{u_e^2 (1 - Pr)}{2H_e (1 - T_w \cos^2 \varphi)}, \quad \phi_2 = \frac{w_e^2 (1 - Pr)}{2H_e (1 - T_w \cos^2 \varphi)}$$

Эти решения зависят от параметров ϕ , T_w , Pr , безразмерного расстояния вдоль контура s и параметров на внешней границе ПС: H_e , μ_e , ρ_e – полной энтальпии, коэффициента вязкости, плотности и w_e , u_e – составляющих вектора скорости, направленных вдоль образующей и по касательной к контуру крыла.

Во втором и третьем разделах рассматривается течение в пространственном пограничном слое в окрестности плоскости симметрии и около боковой поверхности затупленных тел. Метод последовательных приближений обобщен на случай полностью трехмерных (3D) течений в ПС в сжимаемом газе. Получено аналитическое решение задачи в первом приближении. Для проницаемой поверхности получены зависимости от параметра вдува (отсоса) коэффициентов трения и теплопередачи в точке торможения, отнесенных к их значениям для непроницаемой поверхности. Для непроницаемой поверхности найдена связь коэффициента теплопередачи c_H в точке торможения 3D тела с отношением радиусов главных кривизн в этой точке k с соответствующим значением c_{Hoc} в точке торможения осесимметричного тела ($k = 1$)

$$c_H(k) = \sqrt{\frac{1+k}{2}} c_{Hoc}(1) \quad (3)$$

Аналогичные соотношения для коэффициентов трения зависят от k и T_w .

Для теплового потока на линии растекания (стекания) 3D тела, отнесенного к его значению в точке торможения, получено решение

$$\frac{q(s)}{q(0)} = \frac{(1-\phi_1)u_e\mu_e\rho_e E^{1/2}}{\left[2(1+k)\left(\rho_e\mu_e\frac{du_e}{ds}\right)_{s=0} \int_0^s (1-\phi_1)u_e\mu_e\rho_e E ds\right]^{1/2}}, \quad E = \exp \int_0^s 2 \frac{\partial w_e / \partial y}{u_e} ds \quad (4)$$

Здесь s – расстояние от точки торможения вдоль линии растекания (стекания), y – координата на поверхности, поперечная линии растекания. Аналогичные соотношения получены для коэффициентов трения.

Для осесимметричных течений $k = 1$, $E = r$, где r – расстояние от точки на поверхности до оси симметрии тела. В этом случае формула (4) при $Pr = 1$ и $T_w = 0$ совпадает с формулой Лиза (*Lees L. Jet Propulsion. 1956. V. 26. No. 4*), полученной при этих и некоторых дополнительных предположениях.

На боковой поверхности 3D тела для относительных значений теплового потока и компонент напряжения трения получены решения, аналогичные (4), в виде интегралов вдоль линий тока невязкого течения на поверхности тела.

Показано, что распределения вдоль поверхности затупленных тел относительных значений теплового потока и компонент напряжения трения слабо зависят от температуры поверхности T_w (при $T_w \leq 0.3$), отношения удельных теплоемкостей γ , параметра ω (предполагается, что коэффициент вязкости пропорционален температуре в степени ω) и угла скольжения ϕ (для

крыльев). Исследовано влияние вдува и отсоса на коэффициенты теплопередачи и трения.

Оценена точность аналитических решений путем сравнения с численными расчетами тепловых потоков и компонент напряжения трения на поверхности 3D затупленных тел разной формы, обтекаемых под разными углами атаки, и с экспериментальными данными. Во всех рассмотренных вариантах погрешность решений для относительных тепловых потоков не превышала 5%. Примеры сравнений приведены на рис. 1. Отметим, что при обтекании под углом атаки максимальное значение относительных величин теплового потока и коэффициентов трения достигается не в точке торможения тела, а сдвинуто в сторону уменьшения радиуса продольной кривизны, причем для продольного коэффициента трения этот эффект наиболее выражен.

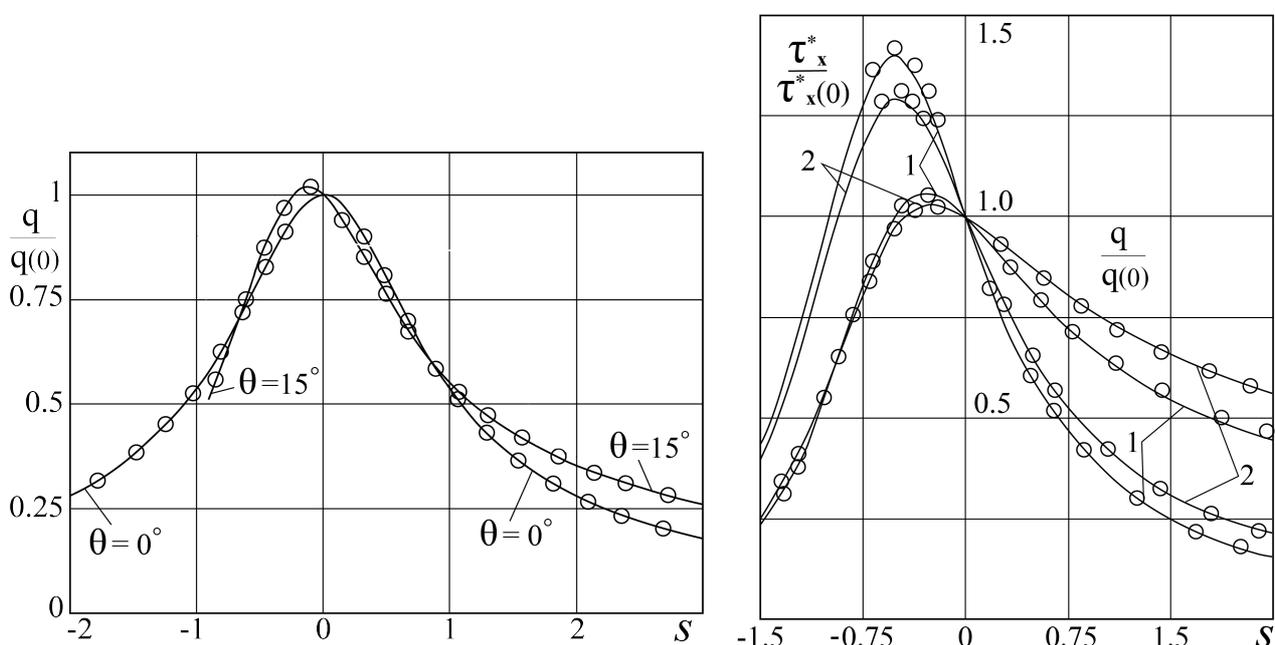


Рис. 1. Распределения теплового потока и напряжения трения вдоль крыла параболического профиля, угол скольжения $\varphi = 45^\circ$, углы атаки $0, 15^\circ$ (слева) и линии растекания эллиптических параболоидов с $k = 0.25$ (1) и 4 (2), угол атаки 30° (справа). Линии – численное решение, точки – формулы (2) и (4).

В четвертом разделе рассматривается проблема определения теплового потока к идеально каталитической поверхности при пространственном обтекании тел химически реагирующим газом. В ряде работ (*Кетр Н.Н., Rose Р.Н., Detra R.W. J. Aerospace Sci. 1959. V. 26. No. 7; Громов В.Г. Некоторые применения метода сеток в газовой динамике. Вып. 1. Изд-во МГУ, 1971; Мурзинов И.Н. Изв. АН СССР. МЖГ. 1966. № 2; Суслов О.Н. ПМТФ. 1972. № 3; Сахаров В.И. Отчет НИИ механики МГУ № 4977, 2008* и других) было показано, что при обтекании затупленных осесимметричных тел сверхзвуковым потоком химически реагирующего газа распределение вдоль идеально каталитической поверхности теплового потока, отнесенного к его

значению в точке торможения, слабо зависит от степени диссоциации и ионизации газа и практически совпадает с распределением, полученным для однородного газа. Во второй части данной работы это показано и для пространственного обтекания, рассмотренного в рамках модели тонкого вязкого ударного слоя. Косвенно это подтверждается и результатами данной части, показавшими слабую зависимость относительного теплового потока от свойств газа, выраженных параметрами γ и ω . Сравнение аналитического решения (4) для относительного теплового потока на сфере с результатами численных расчетов течения диссоциирующего воздуха в ПС (*Kemp N.H., Rose P.H., Detra R.W., Мурзинов И.Н.*) и с экспериментальными измерениями (*Kemp N.H., Rose P.H., Detra R.W.*) показало хорошую точность аналитического решения и в случае обтекания химически реагирующим газом (рис. 2).

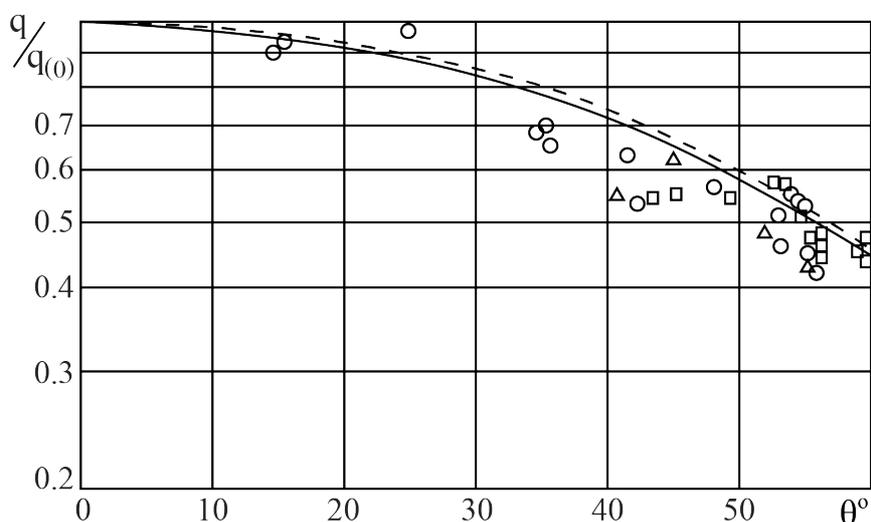


Рис. 2. q/q_0 на сфере. Сплошная кривая – формула (4), пунктирная и маркеры – расчет и эксперимент *Kemp N.H., Rose P.H., Detra R.W.* $Pr = 0.72, T_w \ll 1, \gamma = 1.2, p/p_0 = \cos^2\theta$.

На основании вышесказанного и решений, полученных в разделах 1-3, предложены формулы для определения теплового потока к идеально каталитической поверхности затупленных тел, обтекаемых сверхзвуковым потоком химически реагирующего газа:

$$q = q_0 \cdot \tilde{q} \cdot q^* \quad (5)$$

Здесь q^* – относительный тепловой поток, определяемый по формулам (2) и (4) для стреловидных крыльев и плоскости симметрии и по соответствующей формуле раздела 3 для боковой поверхности 3D тел; $\tilde{q} = q_1/\sqrt{2}$ для крыльев, где q_1 определяется по формуле (1), $\tilde{q} = (1+k)^{1/2}/2$ для 3D затупленных тел; q_0 – тепловой поток в точку торможения осесимметричного тела, который можно определить, например, по формулам Фэя и Ридделла или Сулова О.Н. соответственно для диссоциированного или ионизованного газа.

В пятом разделе рассматривается течение несжимаемой жидкости в трехмерном пограничном слое на произвольной гладкой поверхности. Уравнения ПС записываются в системе координат, связанной с линиями тока невязкого течения на поверхности. Получены выражения для метрических коэффициентов в этой системе координат, когда уравнение обтекаемой поверхности и скорость внешнего течения заданы в декартовой системе координат. Методом последовательных приближений в предположении, что скорость, поперечная линиям тока внешнего течения, мала, получено аналитическое решение для компонент скорости и напряжения трения.

На основе полученного решения проведено исследование обтекания несжимаемой жидкостью пластины с установленным на ней эллиптическим цилиндром под углом скольжения и трехосных эллипсоидов под углом атаки. Исследовано поведение предельных линий тока на обтекаемых поверхностях. Получена формула, определяющая положение точки отрыва на линии растекания в зависимости от расстояния оси цилиндра до передней кромки пластины и соотношения осей эллиптического препятствия. Результаты расчета линий отрыва и компонент напряжения трения хорошо согласуются с экспериментальными данными (*Зубцов А.В. Тр. ЦАГИ. 1969. Вып. 1125*) и численными расчетами (*Шевелев Ю.Д. Некоторые применения метода сеток в газовой динамике, вып. 1. Изд. МГУ. 1971, Изв. АН СССР. МЖГ. № 5. 1966; Dwyer H.A. AIAA J. 1971. V. 6. No 7; Wang K.C. J. Fluid Mech. 1970. V. 43*).

В шестом разделе аналитически доказывается сходимость метода последовательных приближений для уравнений погранслоного типа на простой автомоделной задаче.

В ЧАСТИ II исследуется пространственное гиперзвуковое обтекание затупленных тел при умеренно больших и умеренно малых числах Рейнольдса Re (навье-стоксовский режим обтекания). В этом режиме, соответствующем участку траектории спуска гиперзвуковых аппаратов в атмосфере Земли 60-100 км (при радиусе носового затупления ~ 1 м, эти границы условны и зависят от конкретной задачи, в частности, от каталитических свойств поверхности) вязкость и теплопроводность газа оказывают влияние в значительной части ударного слоя, модель в виде бесконечно-тонкой ударной волны, пограничного слоя около поверхности тела и разделяющей их области невязкого течения перестает быть справедливой, и задачи обтекания решаются в рамках системы уравнений Навье–Стокса (НС) или ее различных упрощенных моделей. Моделирование течений на основе полных уравнений НС позволяет исследовать структуру сложных течений с зонами сильного вязко-невязкого взаимодействия, скачками уплотнения, отрывами, рециркуляцией, и пр. В то же время в случае стационарных вязких течений во многих практически важных случаях описание течений с достаточной точностью возможно в рамках более простых математических моделей, численная реализация которых требует

существенно меньших вычислительных затрат. Наиболее известными упрощенными моделями являются модели тонкого вязкого ударного слоя (ТВУС), вязкого ударного слоя (ВУС), параболизированные уравнения НС.

В первом разделе рассматривается течение около осесимметричных тел и затупленных крыльев большого удлинения, обтекаемых под углами атаки и скольжения, в рамках модели тонкого вязкого ударного слоя, полученной Ченгом (*Cheng H.K. IAS Paper, 1963. No 63-92*) для 2D течений путем асимптотического анализа уравнений НС для чисел Рейнольдса $Re \gg 1$ при:

$$\varepsilon M_\infty^2 \gg 1, \varepsilon \ll 1, \varepsilon Re \geq O(1), \quad Re = \rho_\infty V_\infty R_0 / \mu_0, \quad \varepsilon = (\gamma - 1) / 2\gamma \quad (6)$$

Здесь γ - отношение удельных теплоемкостей, M_∞ , ρ_∞ и V_∞ - число Маха, плотность и скорость набегающего потока, μ_0 - коэффициент вязкости при температуре торможения T_0 , R_0 - радиус кривизны тела в его вершине. В этой модели область возмущенного течения перед телом разбивается на вязкий ударный слой между поверхностью тела и внутренней границей размытой ударной волны (УВ) и область перехода через УВ, в которой система уравнений НС сводится к обыкновенным дифференциальным уравнениям, упрощения которых на внутренней границе приводят к обобщенным условиям Ренкина-Гюгонио. Течение в ударном слое исследуется независимо от области перехода через УВ, при этом соотношения Ренкина-Гюгонио используются в качестве граничных условий на УВ, которая считается эквидистантной поверхности тела. На поверхности ставятся условия скольжения и скачка температуры или условия прилипания при наличии вдува (отсоса) газа.

Разработан метод последовательных приближений для решения уравнений ТВУС. Предложен итерационный алгоритм, по которому, задав нулевое приближение, можно определить все последующие приближения для искомым функций, удовлетворяющие граничным условиям благодаря введению специальных управляющих функций. Этим методом получено численное решение задачи в окрестности линии торможения. Проведено исследование сходимости метода, показавшее, что при небольших числах Re в основном требуется 1-3 итерации, чтобы получить значения теплового потока и напряжения трения с точностью до 1%. Показано также, что уже первое приближение дает хорошую точность. Получено аналитическое решение уравнений ТВУС в первом приближении разработанного метода для коэффициентов теплопередачи и трения, компонент скорости, энтальпии, давления и отхода ударной волны.

Для теплового потока q на непроницаемой поверхности стреловидных крыльев и осесимметричных тел, отнесенного к значению в точке торможения q_0 , при $Re \geq 50$ получены не зависящие от числа Re решения в зависимости от температуры поверхности T_w (отнесенной к температуре торможения T_0), числа Pr , геометрии тела и угла скольжения φ (крылья):

$$\frac{q}{q_0} = b \cos \alpha \sin^2 \alpha r^\nu \lambda^{-1} \left(2(1+\nu) b_0 \int_0^s \lambda^{-1} b \cos \alpha \sin^2 \alpha r^{2\nu} ds \right)^{-1/2} \quad (7)$$

$$b = 1 - \frac{1 - \text{Pr}}{1 - T_w} (\sin^2 \varphi + \cos^2 \alpha \cos^2 \varphi), \quad \lambda = 1 + \frac{8}{15} \frac{r \cos \alpha}{R \sin^2 \alpha (1 + \nu)}$$

Для осесимметричных течений: $\nu = 1$, r – расстояние от поверхности тела до оси симметрии, α – угол между касательной к поверхности и скоростью набегающего потока V_∞ , R – радиус кривизны, $\varphi = 0$. Для крыльев: $\nu = 0$, r – расстояние от поверхности до прямой, проходящей через точку торможения и параллельной V_∞ , α – угол между касательной к контуру крыла и проекцией V_∞ на плоскость, перпендикулярную образующей, R – радиус кривизны контура, s – безразмерное расстояние вдоль контура от точки торможения. Для холодной поверхности ($T_w < 0.3$) q/q_0 практически не зависит от параметров Pr , T_w , φ и определяется в основном геометрическими параметрами тела:

$$\frac{q}{q_0} = \cos \alpha \sin^2 \alpha r^\nu \lambda^{-1} \left(2(1+\nu) \int_0^s \lambda^{-1} \cos \alpha \sin^2 \alpha r^{2\nu} ds \right)^{-1/2} \quad (8)$$

При получении формул (7), (8) для q/q_0 давление определялось из уравнений ТВУС, поэтому они применимы там, где применима эта модель. В целях расширения области применимости решений для q/q_0 получены выражения, зависящие не только от геометрии тела, но и от давления, которое можно брать из решения задачи невязкого обтекания или из аппроксимационных формул:

$$\frac{q}{q_0} = \cos \alpha r^\nu p(s) \left(2(1+\nu) \int_0^s \cos \alpha r^{2\nu} p(s) ds \right)^{-1/2} \quad (9)$$

Исследована зависимость коэффициентов трения и теплопередачи от числа Re , угла скольжения и параметра вдува для течений около осесимметричных тел и крыльев разной формы, обтекаемых под углами скольжения и атаки. Показана удовлетворительная точность аналитических решений и оценена область их применимости путем сравнения с численными решениями, полученными в рамках уравнений ТВУС ([2, 3]; Анкудинов А.Л. Изв. АН СССР. МЖГ. 1970. № 3, Уч. Зап. ЦАГИ, 1975. Т. 6. № 3, Тр. ЦАГИ. Вып. 1448. 1973; Гершбейн Э.А., Щелин В.С., Юницкий С.А. Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 2), уравнений ВУС (Davis R.T. AIAA J. 1970. V. 8. No 5), уравнений ПС (Башкин В.А. Изв. АН СССР. МЖГ. 1967. № 5), уравнений НС [29]. Пример сравнения на рис. 3 показывает, что решение (9) позволяет рассчитывать тепловой поток на таких телах, как сфера, до углов $\alpha' = 90^\circ$ ($\alpha' = \pi/2 - \alpha$) и хорошо согласуется с расчетами уравнений НС.

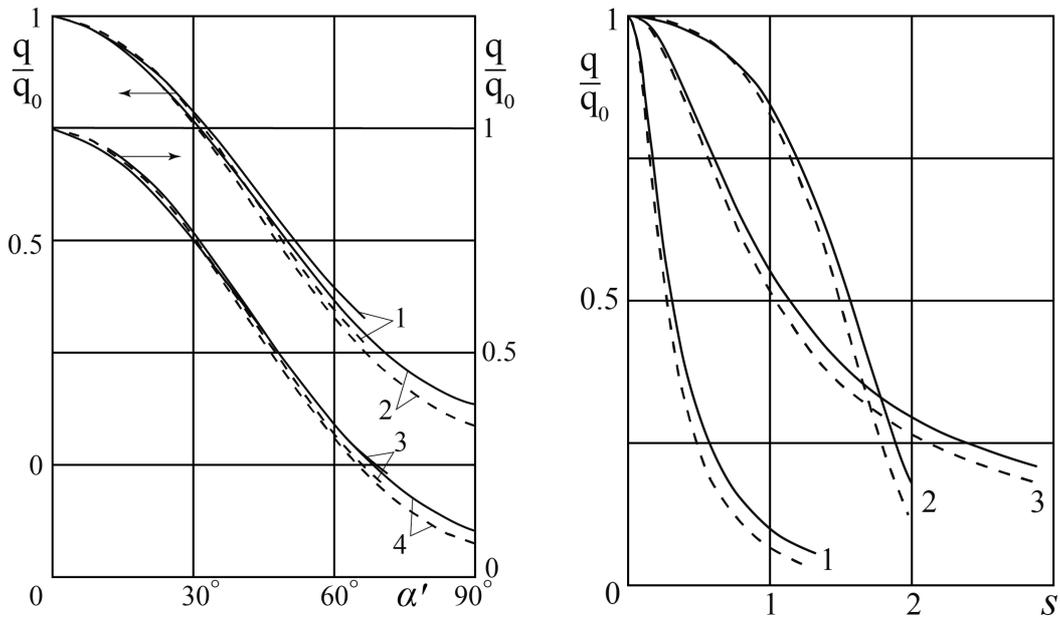


Рис. 3. Распределения q/q_0 : *слева* вдоль сферы при $Re_\infty = 500$, $T_w = 0.25$, $M_\infty = 4.11$ (1) и 10 (2) и при $Re_\infty = 3500$, $T_w = 0.35$, $M_\infty = 6$ (3) и 10 (4) и *справа* вдоль эллипсоидов с $b/a = 1/2$ (1) и 1.5 (2) и параболоида (3) при $Re_\infty = 1000$, $M_\infty = 10$, $T_w = 0.16$. Штриховые кривые – формула (9), сплошные – численное решение уравнений НС.

Во втором разделе приведена общая постановка задачи трехмерного гиперзвукового обтекания затупленных тел в рамках модели ТВУС. На поверхности тела, которая считается непроницаемой, задаются условия скольжения и скачка температуры или условия прилипания, на ударной волне – обобщенные условия Ренкина–Гюгонио. Метод последовательных приближений обобщен на общий случай трехмерных течений в вязком ударном слое. Дан итерационный алгоритм, выражающий каждое последующее приближение для искомых функций через предыдущее.

В третьем разделе рассматривается течение в окрестности линии торможения 3D затупленного тела. В первом приближении метода последовательных приближений получено аналитическое решение для компонент скорости, энтальпии, давления, коэффициентов трения и теплопередачи. Выявлен параметр подобия, с помощью которого получена связь числа Стантона c_H в точке торможения с отношением главных кривизн k с числом Стантона c_H^{oc} в точке торможения осесимметричного тела ($k = 1$):

$$c_H(k, Re) = c_H^{oc}(Re_0), \quad Re_0 = \frac{2Re}{1+k} \quad (10)$$

При больших числах Re , когда тепловой поток убывает пропорционально $1/\sqrt{Re}$, (10) переходит в соотношение (3), полученное в теории ПС.

Исследовано влияние эффектов скольжения и продольных составляющих градиента давления на величины теплового потока и напряжения трения. На основании сравнения с численным решением показана хорошая точность

аналитического решения для коэффициентов трения и числа Стантона в диапазоне параметров задачи: $1 \leq Re \leq 10^3$, $0 \leq k \leq 1$, $0 \leq T_w \leq 0.3$, $1.15 \leq \gamma \leq 1.4$.

В четвертом и пятом разделах рассматривается течение в окрестности плоскости симметрии и около боковой поверхности 3D затупленных тел. Получено аналитическое решение задачи в первом приближении метода последовательных приближений.

Для теплового потока, отнесенного к его значению в точке торможения, получено решение в виде интеграла вдоль линии растекания (стекания). При $T_w < 0.3$ это решение зависит только от геометрических параметров тела – средней кривизны поверхности H , равной полусумме главных кривизн в рассматриваемой точке, угла α между касательной и скоростью набегающего потока, и кривизной линии растекания в плоскости симметрии H^* :

$$\frac{q}{q_0} = \frac{\sin^2 \alpha F^{1/2}}{\lambda \left[2(1+k) \int_0^s \frac{F \sin^2 \alpha}{\lambda \cos \alpha} ds \right]^{1/2}}, \quad F = \exp \int_0^s 4H \operatorname{tg} \alpha ds, \quad \lambda = 1 + \frac{4}{15} \frac{H^* \operatorname{ctg}^2 \alpha}{H} \quad (11)$$

Здесь s – безразмерная длина дуги от точки торможения. На боковой поверхности получены аналогичные выражения в виде интегралов вдоль меридиональных сечений тела, также в зависимости от геометрических параметров. В локально-автомодельном приближении получены совсем простые выражения для относительных тепловых потоков

$$\frac{q}{q_0} = \sqrt{\frac{2H \sin^3 \alpha}{(1+k)\lambda}} \quad (12)$$

Численные исследования подтвердили, что при $Re \geq 50$ распределение относительного теплового потока вдоль поверхности тела практически перестает зависеть от числа Re , слабо зависит от числа Pr , параметров γ и ω , температуры поверхности T_w (при $T_w < 0.3$) и определяется в основном геометрией тела. Показана хорошая точность формул для относительного теплового потока на основании сравнения с численными расчетами обтекания тел разной формы под разными углами атаки в широком диапазоне параметров обтекания: $Re = 50-5 \cdot 10^4$, $\gamma = 1.1-1.667$, $T_w = 0.01-0.3$. Получены обладающие более широкой областью применимости формулы для относительного теплового потока, зависящие от геометрии обтекаемого тела и давления, для плоскости симметрии имеющие вид

$$\frac{q}{q_0} = F^{1/2} p \left[2(1+k) \int_0^s \frac{Fp}{\cos \alpha} ds \right]^{-1/2}, \quad F = \exp \int_0^s 4H \operatorname{tg} \alpha ds \quad (13)$$

В локально-автомодельном приближении решение для q/q_0 имеет вид:

$$\frac{q}{q_0} = \sqrt{\frac{2Hpsin\alpha}{(1+k)}} \quad (14)$$

В шестом разделе предложен метод определения тепловых потоков к поверхности затупленных тел, обтекаемых химически неравновесным потоком газа. Приведена постановка задачи 3D обтекания тел многокомпонентным газом в рамках модели ТВУС. На ударной волне задаются обобщенные условия Ренкина-Гюгонио для смеси газов (Щербак В.Г. ПМТФ. 1989. № 1). На поверхности, предполагаемой равновесно излучающей, ставятся условия с учетом каталитической рекомбинации атомов на стенке, скольжения и скачка температуры для многокомпонентной газовой смеси (Scott C.D. J. Spacecraft and Rockets. 1985. V. 22. № 5).

Распределения q/q_0 , полученные по формулам разделов 1, 4, 5, сравнивались с распределениями, полученными из численных расчетов уравнений ТВУС для пятикомпонентного химически неравновесного воздуха, для тел разной формы, обтекаемых под углами атаки от 0 до 45°. Условия в набегающем потоке соответствовали планирующей траектории спуска в атмосфере Земли корабля *Space Shuttle* на высотах h от 100 до 50 км и движению на этих же высотах со скоростью 8 км/час. Примеры сравнений приведены на рис. 4, 5 (уравнение обтекаемой поверхности $z = f(x,y)$ задано в декартовой системе координат, $y = 0$ – плоскость симметрии).

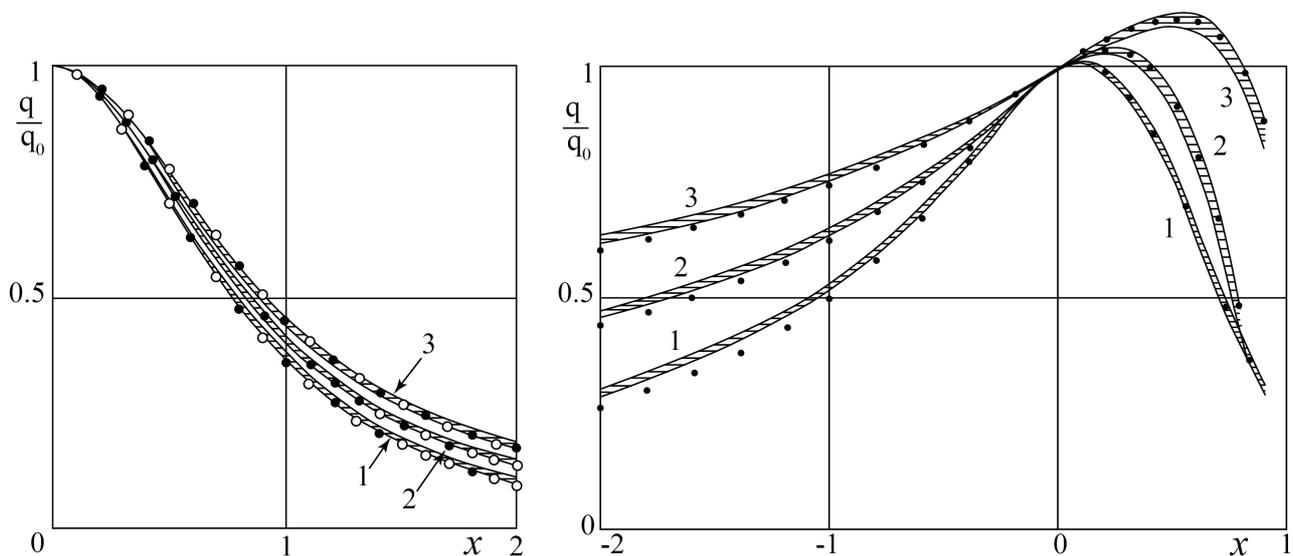


Рис. 4. Распределения q/q_0 вдоль линий растекания эллиптических параболоидов, слева: $k = 0.4, 1, 2.5$ – 1, 2, 3, угол атаки 0°; справа: $k = 0.4$, угол атаки 15, 30, 45° – 1, 2, 3. Заштрихованные области – численные решения ТВУС для $h = 50-90$ км, идеально каталитическая поверхность, темные и светлые точки – формулы (11) и (12).

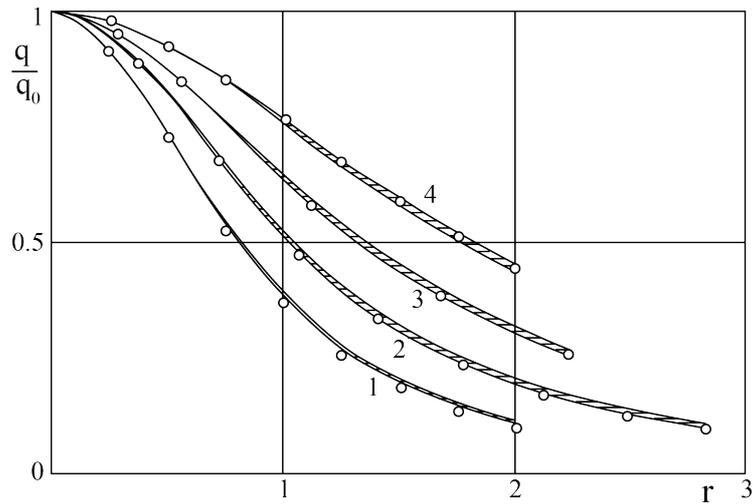


Рис. 5. Распределения q/q_0 вдоль меридиональных сечений $0, 45, 63.4, 90^\circ$ (1–4) параболоида с $k=0.25$. Заштрихованные области – решения ТВУС для $h = 60-90$ км, идеально каталитическая поверхность, точки – аналитическое решение, $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$

Результаты сравнений показали, что распределение относительного теплового потока на идеально-каталитической поверхности затупленных 2D и 3D тел слабо зависит от характера протекания химических реакций в ударном слое, включая замороженные, химически неравновесные и околоравновесные режимы течения, определяется в основном геометрической формой тела и хорошо описывается полученными формулами.

В ЧАСТИ III разработан метод подобия трехмерных и осесимметричных течений для расчета теплопередачи и трения на 3D телах, обтекаемых под углом атаки в широком диапазоне чисел Re : от режима течения разреженного газа, когда вязкость существенна во всей возмущенной области течения, до режимов с явно выраженным пограничным слоем.

На основании анализа аналитических решений, полученных в разделах 4, 5 части II, обнаружены два параметра подобия: угол θ между нормалью к поверхности и скоростью набегающего потока V_∞ и комбинация Re/H , где H – средняя кривизна поверхности, равная полусумме главных кривизн в рассматриваемой точке, и тепловой поток зависит от геометрии тела в основном через эти два параметра. Асимптотическое решение, полученное для малых чисел Re в части IV, также выявляет эти параметры подобия. Таким образом, 3D задачу определения теплового потока вдоль, например, меридионального сечения реального тела можно свести к задаче определения его на таком эквивалентном осесимметричном теле (ЭОТ), что угол θ^s между нормалью к его образующей и скоростью V_∞ меняется вдоль образующей так же, как угол θ вдоль выбранного меридионального сечения. При этом, для того чтобы совпал второй параметр подобия, надо модифицировать 2D уравнения для ЭОТ, умножая число Re на множитель H^s/H , H^s – средняя кривизна поверхности ЭОТ.

В первом разделе метод изложен применительно к течению в окрестности плоскости симметрии тела, обтекаемого под углом атаки. В этом случае ЭОТ – это тело, образованное вращением соответствующей ветви линии растекания (стекания) вокруг оси, проходящей через точку торможения и направленной вдоль V_∞ (при наличии угла атаки получаем два ЭОТ). Показано, что использование просто осесимметричного решения для такого ЭОТ с целью расчета тепловых потоков на линии растекания, без учета поперечной кривизны поверхности, влияние которой может быть очень велико (оно учитывается множителем H/H^s в методе подобия), может приводить к большим ошибкам.

Во втором разделе метод изложен применительно к течению около боковой поверхности 3D тела, обтекаемого под углом атаки. Получены выражения для всех параметров ЭОТ. Создана конвертирующая программа, которая при задании геометрии тела (по точкам или аналитически), угла атаки и угла меридиональной плоскости вычисляет все параметры ЭОТ, требуемые как входные для программ, используемых при расчете 2D уравнений для ЭОТ, и множитель H^s/H , требуемый для модификации этих уравнений. Чтобы получить тепловой поток и напряжение трения на 3D теле вдоль выбранной меридиональной плоскости, надо определить ЭОТ и решать 2D уравнения для этого ЭОТ с переменным числом Re : $Re^s = Re H^s / H$. Форма ЭОТ и множитель H^s/H зависят только от геометрии тела и угла атаки, поэтому метод может использоваться для разных моделей вязких течений.

При больших числах Re , когда тепловой поток убывает как $Re^{-1/2}$ (например, в пограничном слое), 2D уравнения для ЭОТ не модифицируются, а тепловой поток и напряжение трения, полученные для ЭОТ, умножаются на $(H/H^s)^{1/2}$.

Проведено тестирование метода подобия в рамках разных моделей вязких течений: ТВУС, ВУС и уравнений Навье–Стокса для совершенного газа (**в первом и втором разделах**) и для химически реагирующего газа с учетом неравновесных химических реакций и многокомпонентной диффузии для пяти- и семикомпонентного воздуха (**в третьем разделе**). Точность метода оценивалась путем сравнения решений 2D модифицированных уравнений для ЭОТ с решениями 3D уравнений для реального тела в рамках той же модели течения. Сравнения проведены для тел разной формы, обтекаемых под углами атаки от 0 до 45° в широком диапазоне определяющих параметров.

Тестирование метода подобия для однородного газа показало его хорошую точность независимо от значений параметров обтекания: Re ($1-10^4$), γ (1.15–1.667), T_w (0.01–0.5). Расчеты проводились до расстояний порядка $10R_0$ от точки торможения (R_0 – наименьший из радиусов главных кривизн в этой точке). С увеличением расстояния точность уменьшается, однако при этом сами тепловые потоки падают. При уменьшении теплового потока в 5 раз по сравнению со значением в точке торможения для разных тел точность составляла 3-10%, в 10 раз – 5-15%. Примеры сравнения приведены на рис. 5

для модели ТВУС и на рис. 6 для уравнений НС, в зависимости от длины дуги s от точки торможения (обезразмеренной на R_0). Рассмотрены особенности применения метода подобия в рамках уравнений НС.

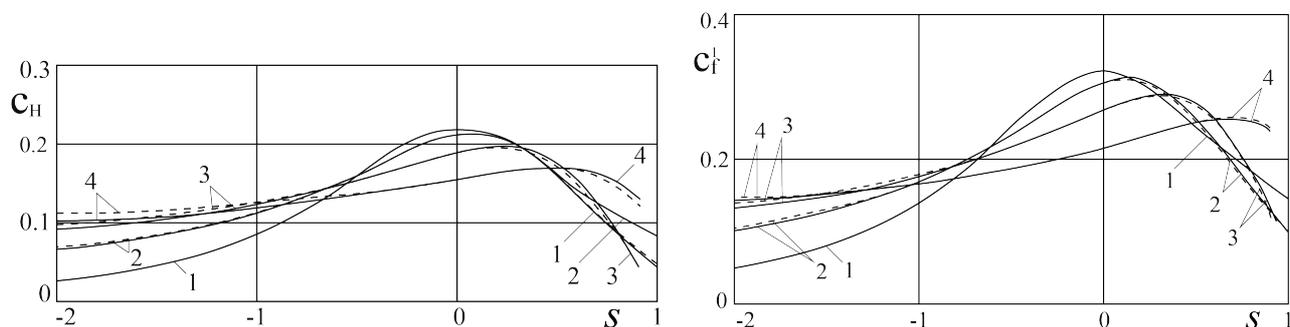


Рис. 5. Коэффициенты теплопередачи и трения в плоскости симметрии эллиптического параболоида с $k = 0.8$. $Re = 100$, углы атаки $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ – кривые 1–4. Сплошные кривые – расчет 3D уравнений, штриховые – метод подобия.

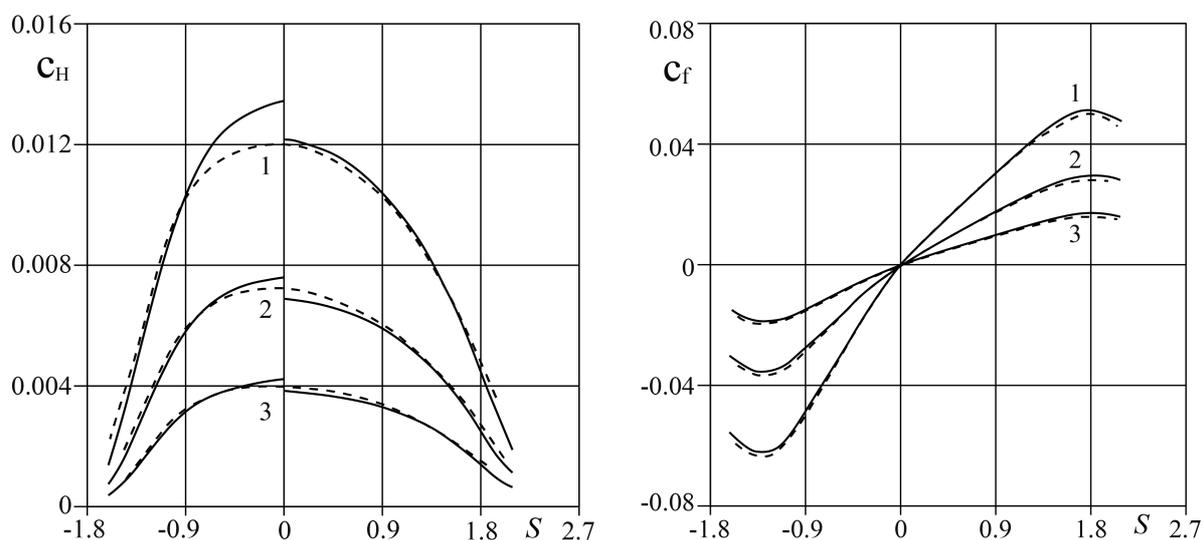


Рис. 6. Коэффициенты теплопередачи и трения в плоскости симметрии эллипсоида с соотношением осей (1:1.5:1.5), угол атаки 10° . Сплошные кривые – метод подобия, штриховые – расчет 3D уравнений. $Re_\infty = 333, 1000, 3333$ – кривые 1, 2, 3.

Тестирование метода подобия для химически неравновесных течений проводилось в рамках уравнений ТВУС и ВУС для разных моделей каталитической активности поверхности: некаталитической, идеально-каталитической, на стенке протекают гетерогенные реакции первого порядка с константами скоростей, зависящими от температуры (*Scott C.D. AIAA Paper. 1980. No 1477*). Условия в набегающем потоке соответствовали высотам от 100 до 50 км планирующей траектории *Space Shuttle*, охватывая замороженные, неравновесные и околоравновесные режимы обтекания. Примеры тестовых расчетов даны на рис. 7 в рамках модели ТВУС и на рис. 8 в рамках модели ВУС. Уравнение поверхности 3D тела $z = f(x,y)$ задано в декартовой системе координат, $y = 0$ – плоскость симметрии течения.

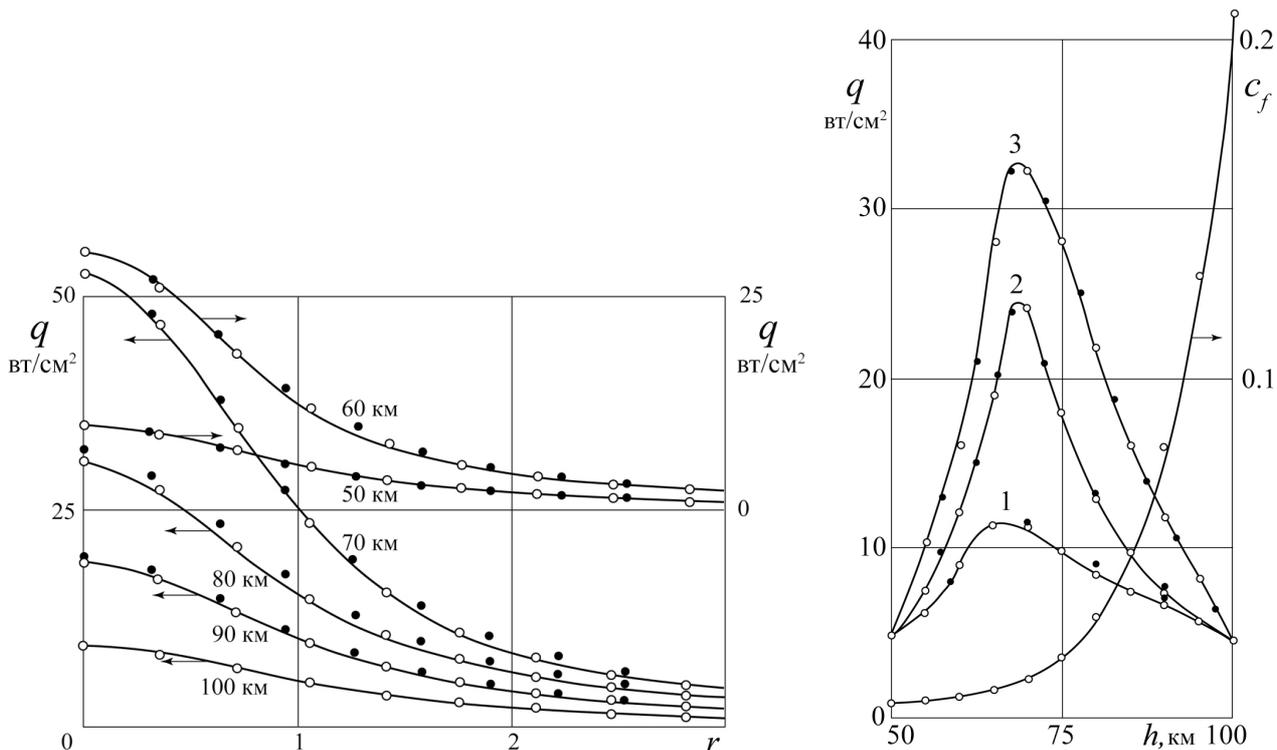


Рис. 7. Слева: Тепловой поток вдоль меридионального сечения 45° эллиптического параболоида с $k = 0.5$ на разных высотах, модель каталитичности Скотта. Справа: Зависимость q и c_f от высоты полета h в точке $x = -1, y = 0$ параболоида с $k = 0.4$, угол атаки 30° . Линии 1-3 – некаталитическая, модель Скотта, идеально каталитическая поверхности. Сплошные линии – расчет 3D уравнений, светлые и темные точки – метод подобия с и без модификации 2D уравнений, $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$.

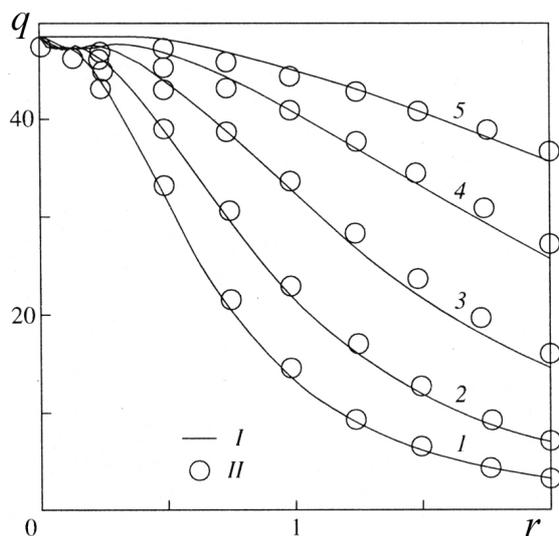


Рис. 8. Распределения q (Вт/см²) вдоль меридиональных плоскостей $\varphi = 0, 45, 63.4, 76, 90^\circ$ (линии 1–5) эллиптического параболоида с $k = 0.25$. $h = 70$ км, модель каталитичности Скотта. I – метод подобия, II – расчет 3D уравнений.

Анализ многочисленных тестовых расчетов показал, что метод подобия позволяет определять тепловые потоки и напряжение трения на поверхности 3D тел, обтекаемых под углом атаки как однородным, так и химически

реагирующим газом, с хорошей точностью независимо от каталитических свойств поверхности. Показано, что область применимости упрощенного варианта метода подобия при больших числах Re , когда уравнения для ЭОТ не модифицируются, а тепловой поток просто умножается на $(H/H^s)^{1/2}$, зависит от каталитических свойств стенки. Для расчета теплового потока к некаталитической поверхности упрощенный метод подобия (это относится и к уравнениям ПС) можно применять на высотах примерно до 65 км, для поверхности с моделью каталитичности Скотта – на высотах до 75 км, для идеально-каталитической поверхности – до 90 км.

Отметим существенные отличия метода подобия от осесимметричной аналогии (*Cooke J.C. Aeronaut. Res. Council. Repts and Mem. 1959. No 3200* и др.), широко применяемой в теории пограничного слоя. Эта аналогия, хотя и сводит 3D уравнения ПС вдоль линии тока невязкого течения к двумерным при малом вторичном течении, но при этом требуется расчет 3D невязкого течения, т.е. сведение 3D задачи к двумерной является неполным. Ее нельзя использовать при умеренных числах Re , на значительной части теплонапряженного участка траектории спуска космических аппаратов. Метод подобия проще и применим при любых числах Re для разных моделей – ТВУС, ВУС, уравнений НС, в том числе и для модели ПС.

В ЧАСТИ IV разработаны континуальные методы исследования теплопередачи и трения на затупленных телах, обтекаемых гиперзвуковым потоком разреженного газа при малых числах Рейнольдса.

При исследовании теплообмена и аэродинамики космических аппаратов, движущихся в атмосфере Земли на высотах выше 100 км, возникает необходимость решения задач гиперзвукового обтекания в переходном от свободномолекулярного к континуальному режиму течения. Переходной режим обтекания характеризуется большими числами Кнудсена набегающего потока $Kn_\infty = l_\infty/R_0$ (l_∞ – средняя длина свободного пробега в набегающем потоке, R_0 – характерный размер тела), или малыми числами Re , определяющими степень разреженности газа.

Течение в переходном режиме наиболее строго описывается в рамках решения кинетического уравнения Больцмана. Несмотря на развитие эффективных численных методов решения уравнения Больцмана, решение пространственных задач гиперзвукового обтекания в рамках этого уравнения при больших числах Маха представляет до сих пор сложную вычислительную проблему. В настоящее время основным подходом к моделированию гиперзвуковых течений в переходном режиме обтекания является метод прямого статистического моделирования Монте-Карло. Этот метод также требует больших затрат вычислительных ресурсов, возрастающих при моделировании «околоконтинуальных» течений из-за увеличения числа моделирующих частиц.

В данной работе исследуется возможность применения континуального подхода в переходном режиме обтекания. Ранее было принято считать, что в этом режиме континуальные модели течения неприменимы, в частности, это связано с тем, что в большинстве расчетов упрощенных и полных уравнений НС, даже с учетом эффектов скольжения на поверхности, получались значения коэффициентов теплопередачи и трения, которые с уменьшением числа Re , начиная с некоторых его значений, начинали возрастать, превышая значения в свободномолекулярном режиме обтекания.

В работах *Кузнецов М.М., Никольский В.С. Уч. Зап. ЦАГИ. 1985. Т. XVI. № 3, Кузнецов М.М., Липатов И.И., Никольский В.С. Изв. РАН. МЖГ. 2007. № 5* на основе асимптотического решения уравнения Больцмана получена система макроскопических уравнений, описывающая течение газа в тонком вязком ударном слое с нелинейной зависимостью компонент тензора напряжений и вектора теплового потока от производных компонент продольной скорости по поперечной координате, более точная, чем система уравнений ТВУС, основанная на уравнениях НС. Аналогичная система уравнений была получена из тринадцатимоментных уравнений Грэда в приближении тонкого слоя в работах *Cheng H.K., Lee C.J., Wong E.Y., Yang H.T. AIAA Paper. 1989. No 1663; Cheng H.K., Wong E.Y., Dogra V.K. AIAA Paper. 1991. No 0783; Cheng H.K., Emanuel G. AIAA J. 1995. V. 33. No 3*. В этих работах выведен принцип взаимосвязи двух систем уравнений ТВУС (основанных на кинетической теории и на уравнениях НС), записанных в переменных Мизеса или Дородницына-Лиза, и показано, что тепловой поток и напряжение трения могут определяться из системы уравнений, основанной на уравнениях НС, т.е. на них не оказывают влияния неравновесные эффекты, выражаемые нелинейными членами, что является в некоторой мере кинетическим обоснованием применимости континуального подхода для расчета теплопередачи и трения в переходном режиме обтекания.

В первом разделе проведен асимптотический анализ уравнений Навье–Стокса в гиперзвуковом вязком ударном слое около затупленного тела при малых числах Re . Показано, что уравнения ТВУС и ВУС, полученные ранее соответственно Ченгом (*Cheng H.K. IAS Paper, 1963. No 63-92*) и Дэвисом (*Davis R.T. AIAA J. 1970. V. 8. No 5*) при умеренных и больших числах Re : $\varepsilon Re \geq O(1)$, $\varepsilon = (\gamma - 1)/(2\gamma)$, и использовавшиеся преимущественно в этом диапазоне, выводятся из уравнений НС также и при малых числах Re : $\varepsilon Re < O(1)$ в предположении малости параметра χ порядка толщины ударного слоя. Выведены асимптотически согласующиеся с уравнениями граничные условия на ударной волне (УВ) и на поверхности тела для этих моделей при малых числах Re . Предложено модифицированное условие для скачка температуры на поверхности для модели ВУС.

Асимптотически согласованная модель ТВУС при малых числах Re предполагает отсутствие внепорядковых членов, связанных с продольным градиентом давления, использование на УВ обобщенных условий Ренкина–Гюгонио, а на поверхности – условий прилипания (эффекты скольжения являются внепорядковыми); именно эта модель, как показано и асимптотически, и численно, дает правильные свободномолекулярные пределы (при единичном коэффициенте аккомодации) для коэффициентов теплопередачи и трения при стремлении числа Re к нулю. Термин «асимптотически согласованная модель» означает, что в уравнениях и граничных условиях учитываются все члены одного порядка и не учитываются члены более высокого порядка малости.

Асимптотически согласованная модель ВУС отличается от общепринятой модели ВУС Дэвиса граничными условиями как на УВ – учетом членов, связанных с ее кривизной, существенных при малых числах Re , так и на поверхности – учетом ее кривизны, диссипативных членов и наличием температурного множителя. Использование правильных условий на УВ и на поверхности приводит к значительному расширению области применимости модели ВУС в сторону меньших чисел Re , существенно улучшая предсказываемые значения коэффициентов трения и теплопередачи.

Во втором разделе разработан асимптотический метод решения уравнений ТВУС при малых числах Re . Этим методом получены аналитические решения для числа Стантона, коэффициентов трения и давления на лобовой поверхности затупленных тел в зависимости от параметров обтекания – числа Re , числа Pr , ϵ , ω , T_w и геометрических параметров тела. Для холодной поверхности решения для числа Стантона с точностью до $O(\tau^2)$ имеют вид:

В окрестности точки торможения 3D тела с отношением радиусов главных кривизн в этой точке k ($0 \leq k \leq 1$)

$$c_H = 1 - \frac{1 + \omega}{3(2 - \omega)} \tau, \quad \tau = \left(2 Pr^2 \epsilon Re / (1 + k) \right)^{\frac{1}{1 + \omega}} \quad (15)$$

В осесимметричных ($v=1$) и плоских ($v=0$) течениях, где α – угол между касательной к поверхности и скоростью набегающего потока V_∞ , R – радиус кривизны контура, r_w – расстояние от точки на контуре до оси симметрии

$$c_H = \sin \alpha \left[1 - \frac{1 + \omega}{3(2 - \omega)} \tau \right], \quad \tau = (Pr^2 \epsilon Re / \beta)^{\frac{1}{1 + \omega}}, \quad \beta = \frac{1}{2} \left(\frac{\sin \alpha}{R} + v \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{r_w} \right) \quad (16)$$

Для затупленных крыльев большого удлинения с углом стреловидности φ

$$c_H = \sin \alpha \cos \varphi \left[1 - \frac{1 + \omega}{3(2 - \omega)} \tau \right], \quad \tau = \left(\frac{\epsilon Re Pr^2}{\beta \cos \varphi} \right)^{1/(1 + \omega)}, \quad \beta = \frac{\sin \alpha}{2R} \quad (17)$$

В окрестности плоскости симметрии $y = 0$ 3D тела, поверхность которого задана уравнением $z = f(x,y)$ в декартовой системе координат с началом в точке торможения и осью z , направленной вдоль V_∞

$$c_H = \frac{1}{\sqrt{g}} \left[1 - \frac{1+\omega}{3(2-\omega)} \tau \right], \quad \tau = (\text{Pr}^2 \varepsilon \text{Re} / \beta)^{\frac{1}{1+\omega}}, \quad \beta = \frac{1}{2} \left(\frac{f''_{xx}}{g^2} + \frac{f''_{yy}}{g} \right), \quad g = 1 + f'_x{}^2 \quad (18)$$

На боковой поверхности 3D тела:

$$c_H = \sin \alpha \left[1 - \frac{1+\omega}{3(2-\omega)} \tau \right], \quad \tau = (\text{Pr}^2 \varepsilon \text{Re} / H \sin \alpha)^{\frac{1}{1+\omega}} \quad (19)$$

Здесь $\alpha = \pi/2 - \alpha'$, α' – угол между нормалью к поверхности и V_∞ , H – средняя кривизна поверхности. Решение в виде (19) справедливо также для точки торможения и плоскости симметрии 3D тел и для осесимметричных тел.

Аналогичные (15)–(19) соотношения получены для коэффициентов трения и давления. Асимптотические решения при стремлении εRe к нулю приближаются к решениям в свободномолекулярном режиме обтекания для холодной поверхности при единичном коэффициенте аккомодации и $M_\infty \gg 1$.

Проведены сравнения аналитических решений для коэффициентов теплопередачи и трения на поверхности затупленных тел разной формы в переходном от континуального к свободномолекулярному режиму обтекания с численными решениями уравнений ТВУС, с результатами расчетов методом прямого статистического моделирования Монте–Карло (*Moss J.N., Bird G.A. AIAA Paper: 1984, N 0223; Moss J.N., Cuda V.J., Simmonds A.L. AIAA Paper. 1987 N 0404* и др.), с экспериментальными данными (*Гусев В.Н., Никольский Ю.В. Уч. Зап. ЦАГИ. 1971. Т. 2. № 1* и др.), с решением в свободномолекулярном режиме (*Хейз У.Д., Пробстин Р.Ф. М. 1962*). Примеры сравнений, проведенных в широком диапазоне чисел Kn_∞ , приведены на рис. 9 и в следующем разделе.

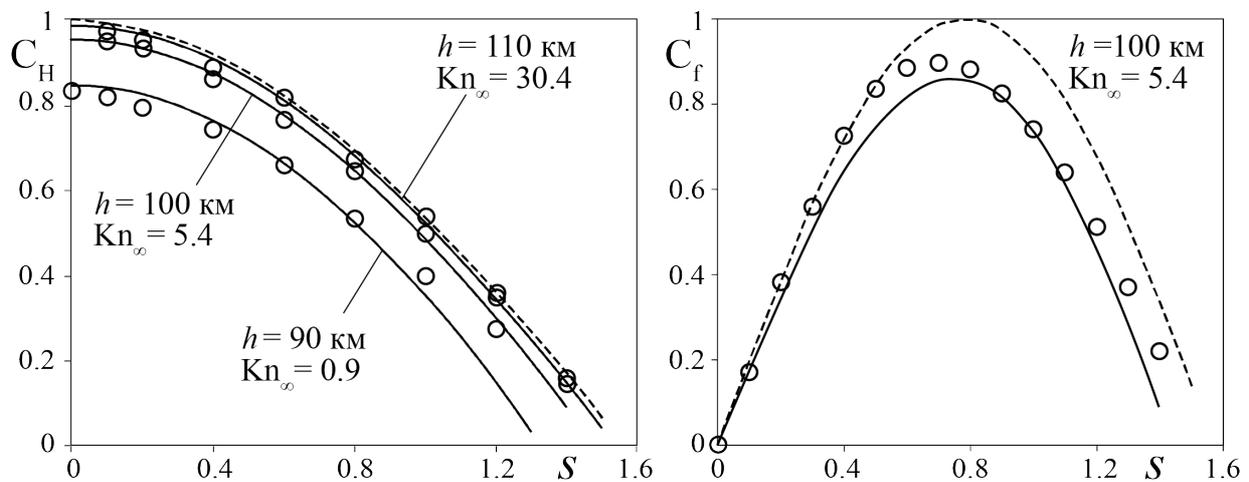


Рис. 9. c_H и c_f на сфере ($R_0 = 0.025$ м). Условия в набегающем потоке: $h = 90, 100, 110$ км, $V_\infty = 7.5$ км/с. Точки – метод Монте-Карло *Moss J.N., Cuda V.J., Simmonds A.L.*, сплошные линии – аналитическое решение, пунктир – свободномолекулярное.

Сравнения показали, что аналитическое решение обладает приемлемой точностью при $Re < 20$ ($Kn_\infty > 0.1$) для коэффициента теплопередачи и при $Re < 2$ ($Kn_\infty > 1$) для коэффициента трения вблизи точки торможения. Чем меньше число Re (больше Kn_∞), тем на все большем расстоянии от точки торможения оно справедливо, приближаясь к решению в свободномолекулярном режиме.

В третьем разделе оцениваются границы применимости континуальных методов к моделированию гиперзвукового обтекания тел разреженным газом на основании проведенных в широком диапазоне чисел Kn_∞ сравнений численных и аналитических решений в рамках асимптотически согласованных моделей ВУС и ТВУС с решениями в рамках:

1) **общепринятых моделей** ВУС Дэвиса и ТВУС Ченга; 2) **уравнений НС** (Власов В.И., Горшков А.Б. Изв. РАН МЖГ. 2001. N 5; Гершбейн Э.А., Колесников А.Ф. Отчет НИИмех МГУ. 1977. N 1908; Gupta R.N., Simmonds A.L. AIAA Paper. 1986-1349; Jain A.C. J. Thermophys. Heat Transfer. 1987. V.1. N1); 4) **метода Монте-Карло** (Moss J.N., Bird G.A. AIAA Paper 1984-0223, 1985-0968; Cuda V.J., Moss J.N. J. Thermophys. 1987. V.1. N 2; Moss J.N., Cuda V.J., Simmonds A.L. AIAA Paper. 1987-0404; [50]); 3) **свободномолекулярного** режима обтекания; 5) **кинетического уравнения Больцмана** с модельным интегралом столкновений в виде модели ВГК (Bhatnagar P.L., Gross E.P., Krook M. Phys. Rev. 1954. V. 94. N 3) и S-модели (Шахов Е.М. Изв. АН СССР. МЖГ. 1968. № 5).

Сравнение разных методов расчета коэффициента теплопередачи c_H в точке торможения ($R_0 = 1.36$ м) вдоль траектории входа *Space Shuttle* на высотах h от 92 до 150 км, $V_\infty = 7.5$ км/с, показано на рис. 10 в зависимости от числа Kn_∞ .

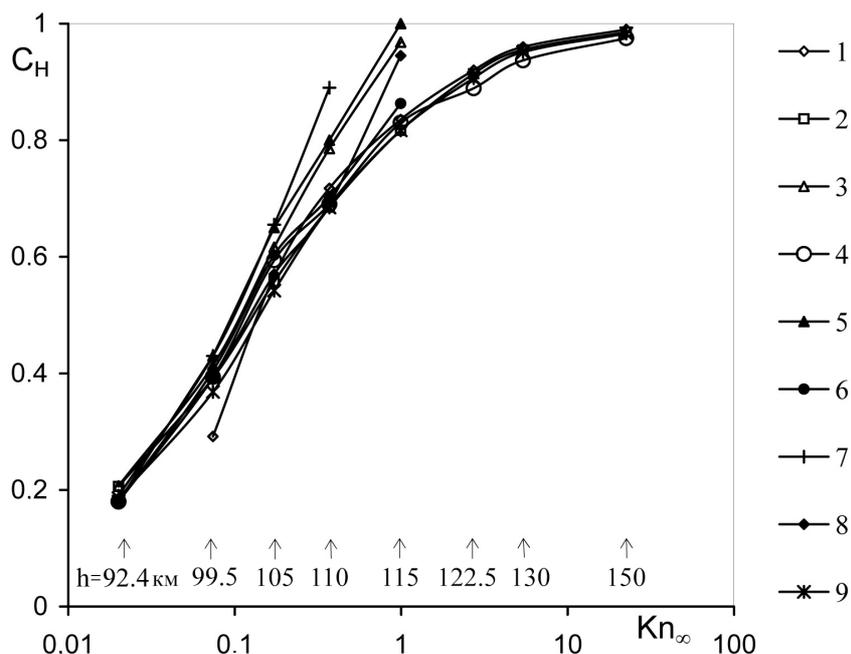


Рис. 10. 1 – аналитическое решение; 2 – ТВУС; 3 и 9 – ВУС без и со скольжением; 4 – метод Монте-Карло Moss J.N., Bird G.A.; 5 и 6 – НС без и со скольжением Gupta R.N., Simmonds A.L.; 7 и 8 – НС со скольжением Jain A.C. и Власов В.И., Горшков А.Б.

Наилучшее из решений уравнений НС с учетом эффектов скольжения на поверхности дает правильное предсказание теплового потока в точке торможения затупленного тела до $Kn_\infty \approx 1$. Три решения – асимптотическое и численные решения уравнений ТВУС и ВУС хорошо согласуются с результатами метода Монте-Карло до $Kn_\infty \approx 20$.

Рисунок 11 иллюстрирует значение асимптотической согласованности модели ВУС, т.е. важность учета в граничных условиях членов, связанных с кривизной поверхности, который значительно улучшает предсказание коэффициентов трения и теплопередачи и расширяет область применимости ВУС в переходном режиме.

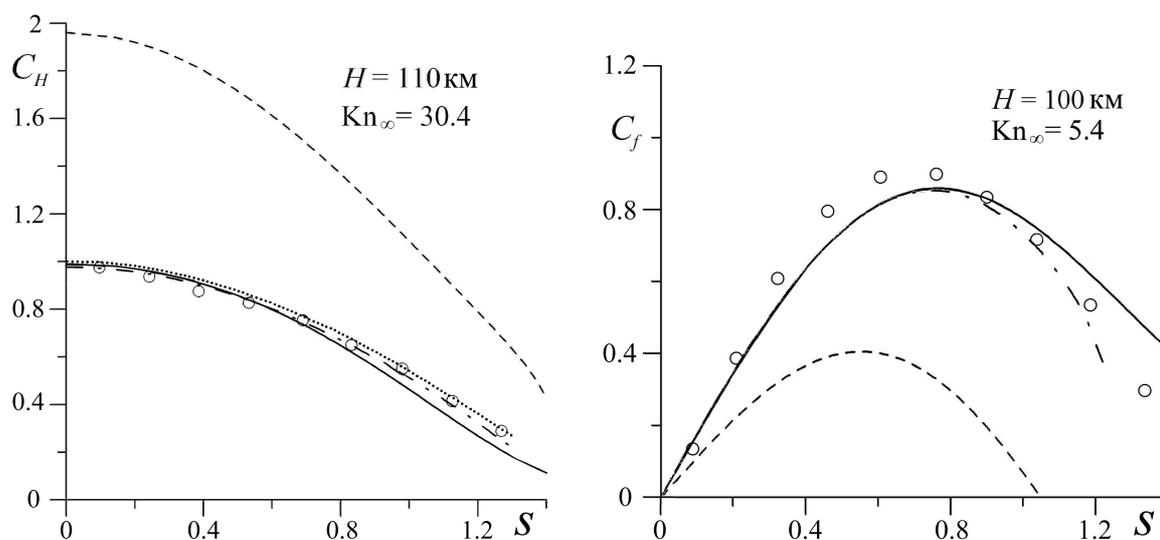


Рис. 11. Распределение c_H и c_f на сфере, $R_0 = 0.025$ м. Сплошные кривые – асимптотически согласованная модель ВУС; штриховые – модель ВУС Дэвиса; штрих-пунктир – ТВУС; точки – метод Монте-Карло *Moss J.N.*, *Cuda V.J.*, *Simmonds A.L.*; пунктир – свободномолекулярное решение.

Сравнение континуальных решений с решением кинетического уравнения Больцмана с модельным интегралом столкновений в виде S-модели Шахова Е.М. показано на рис. 12 ($M_\infty = 10$, $T_w^* = 3T_\infty$, $\gamma = 5/3$, $\omega = 0.5$, $Pr = 0.71$). Континуальные и кинетическое решения для коэффициента теплопередачи хорошо согласуются друг с другом во всем переходном режиме обтекания. Решение ТВУС дает ошибку вдали от точки торможения из-за некорректного предсказания давления в этой модели в удалении от этой точки при малых Kn_∞ . Чем больше число Kn_∞ , тем более точной становится модель ТВУС, так как распределение давления улучшается и в пределе переходит в распределение давления в свободномолекулярном режиме (ньютоновское). С ростом Kn_∞ все решения для c_H приближаются к решению в свободномолекулярном режиме (*Хейз У.Д.*, *Пробстин Р.Ф.*). Рисунок 12 подтверждает важность адекватных условий скольжения и скачка температуры для расширения границ применимости модели ВУС.

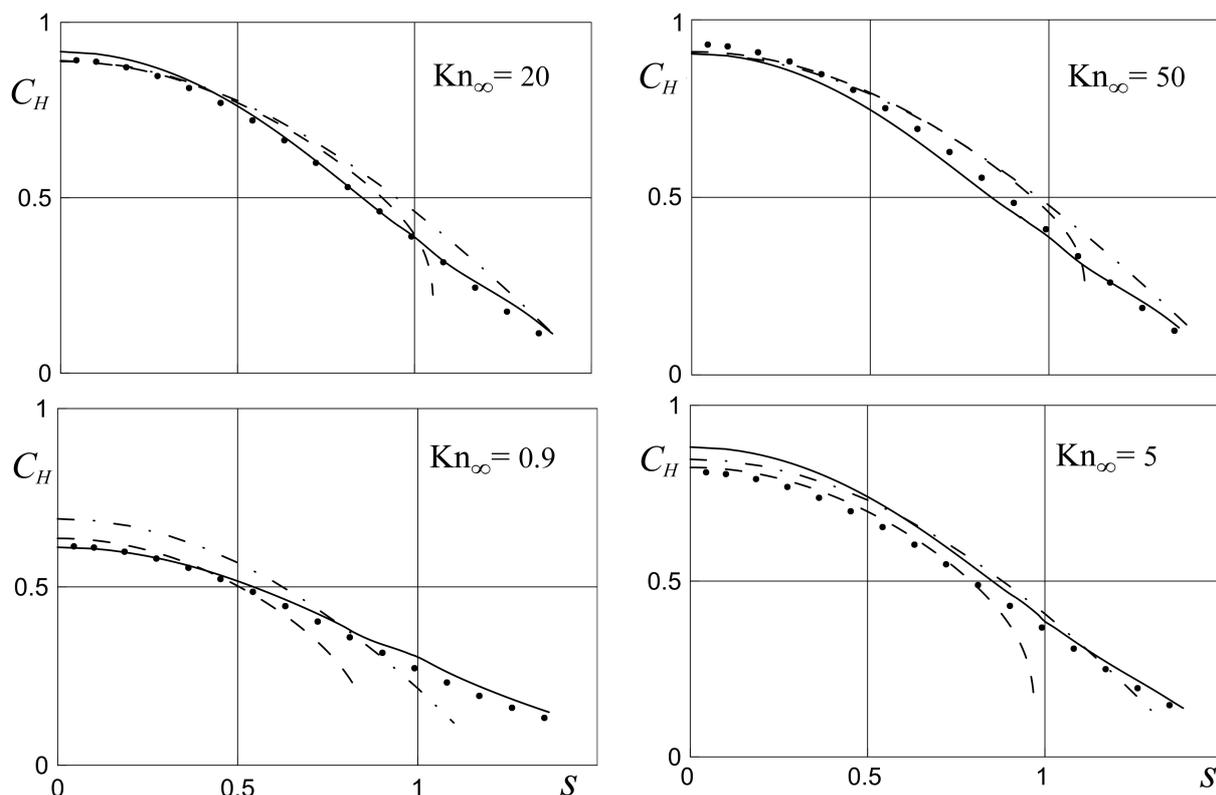


Рис. 12. Распределение c_H на цилиндре. Сплошные линии – ВУС, штриховые – ТВУС, штрихпунктирные – аналитическое решение, точки – кинетическое (S-модель).

На основании всех сравнений показано, что асимптотически согласованные модели ВУС и ТВУС позволяют правильно предсказывать коэффициенты теплопередачи и трения на лобовой поверхности затупленных тел (с температурой поверхности много меньше температуры торможения) во всем переходном режиме обтекания, при этом модель ТВУС дает для них правильный предельный переход к значениям в свободномолекулярном режиме с увеличением числа Kn_∞ .

Ограничение применимости моделей ВУС и ТВУС связано с невозможностью их использования для подветренной части летательных аппаратов и для моделирования всего поля течения около тела даже в наветренной области при больших числах Kn_∞ . В то же время континуальные методы намного проще и требуют существенно меньше вычислительных затрат, чем метод Монте-Карло.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Интегральным методом последовательных приближений, обобщенным на пространственные течения, получены аналитические решения трехмерных (3D) уравнений пограничного слоя в сжимаемом газе при наличии вдува или отсоса газа с поверхности для компонент скорости, энтальпии, коэффициентов трения и теплопередачи, в задачах обтекания при больших числах Re осесимметричных тел, затупленных крыльев большого удлинения под углами

скольжения и атаки, плоскости симметрии и боковой поверхности 3D тел. Получены простые зависимости от параметра вдува (отсоса) коэффициентов теплопередачи и трения в точке торможения, отнесенных к значениям на непроницаемой поверхности. В случае непроницаемой поверхности для теплового потока и компонент напряжения трения на линии торможения крыла, отнесенных к их значениям при нулевом угле скольжения, получены простые зависимости от угла скольжения φ и температуры поверхности T_w (отнесенной к температуре торможения набегающего потока). В диапазоне $0.01 \leq T_w \leq 0.5$, $0 \leq \varphi \leq 50^\circ$ точность формул для теплового потока $\sim 1\%$, для трения $\sim 5\%$. Найдена связь теплового потока в точке торможения 3D тела с его значением в точке торможения осесимметричного тела, в зависимости от отношения радиусов главных кривизн в этой точке.

2. Для теплового потока и компонент напряжения трения на непроницаемой поверхности затупленных тел, отнесенных к их значениям в точке торможения, получены решения в виде интегралов: вдоль образующей (осесимметричные тела), вдоль контура (стреловидные крылья), вдоль линии растекания (стекания) и вдоль линий тока внешнего невязкого течения на боковой поверхности 3D тел. Эти решения зависят от параметров внешнего невязкого течения на теле, числа Прандтля Pr , температуры поверхности T_w и обладают хорошей точностью.

3. Показано, что распределения относительных величин теплового потока и компонент напряжения трения на непроницаемой поверхности практически не зависят от отношения удельных теплоемкостей γ , параметра ω (коэффициент вязкости пропорционален температуре в степени ω), от T_w (при $T_w < 0.3$) и угла скольжения (для крыльев). Исследовано влияние угла атаки и вдува (отсоса) на коэффициенты теплопередачи и трения на поверхности.

4. На основании решений данной работы в рамках пограничного слоя и имеющих в литературе аппроксимационных формул в точке торможения осесимметричного тела, обтекаемого диссоциированным или ионизованным газом, предложены формулы для теплового потока к идеально каталитической поверхности пространственных затупленных тел, обтекаемых сверхзвуковым потоком химически реагирующего газа, в зависимости от параметров внешнего невязкого течения.

5. Для уравнений трехмерного несжимаемого пограничного слоя получены выражения для метрических коэффициентов в системе координат, связанной с линиями тока невязкого течения на поверхности при задании уравнения обтекаемой поверхности и скорости внешнего течения в декартовой системе координат. Методом последовательных приближений в предположении, что скорость, поперечная линиям тока внешнего течения, мала, получено аналитическое решение для компонент скорости и напряжения трения. Проведено исследование обтекания пластины с установленным на ней

эллиптическим цилиндром под углом скольжения и трехосных эллипсоидов под углом атаки. Получена зависимость положения точки отрыва на линии растекания от расстояния оси цилиндра до кромки пластины и соотношения осей эллипса. Результаты расчета компонент напряжения трения и линий отрыва хорошо согласуются с имеющимися в литературе численными решениями и экспериментальными данными.

6. Аналитически доказана сходимость метода последовательных приближений для уравнений погранслоного типа на простой автомоделной задаче.

7. Разработан метод последовательных приближений для решения 2D и 3D уравнений тонкого вязкого ударного слоя (ТВУС) с обобщенными условиями Ренкина–Гюгонио на ударной волне и условиями скольжения и скачка температуры на поверхности, моделирующих гиперзвуковое течение газа около затупленных тел при умеренно больших и малых числах Рейнольдса Re . Проведено исследование сходимости метода, показано, что уже первое приближение дает хорошую точность.

8. Получены аналитические решения в первом приближении разработанного метода для компонент скорости, энтальпии, давления, отхода ударной волны, коэффициентов теплопередачи и трения для обтекания при умеренных числах Re осесимметричных тел, затупленных крыльев большого удлинения под углами скольжения и атаки, плоскости симметрии и боковой поверхности 3D тел. Определена область применимости этих решений.

9. Исследовано влияние угла атаки, эффектов скольжения на теле, отношения главных кривизн в точке торможения, угла скольжения (для крыльев) на тепловой поток и напряжение трения. Показано, что при $Re \geq 50$ распределение относительного теплового потока вдоль поверхности практически не зависит от числа Re , а также от параметров γ и ω , числа Pr , температуры поверхности T_w (при $T_w < 0.3$) и определяется в основном геометрией тела.

10. Для относительного теплового потока на лобовой поверхности 2D и 3D затупленных тел при $Re \geq 50$ получены не зависящие от числа Re простые аналитические решения в зависимости от геометрии тела, температуры поверхности T_w , числа Pr и угла скольжения (для крыльев) и решения в зависимости только от геометрических параметров тела, хорошо согласующиеся с численным решением уравнений ТВУС в широком диапазоне параметров обтекания $Re = 50-5 \cdot 10^4$, $\gamma = 1.1 - 1.667$, $T_w = 0.01 - 0.3$.

11. Получены имеющие более широкую область применимости, чем модель ТВУС, выражения для относительного теплового потока, зависящие от геометрии тела и давления (которое можно брать из решения задачи невязкого обтекания или из аппроксимационных формул), хорошо согласующиеся с численным решением уравнений Навье–Стокса до миделева сечения сферы.

12. На основании сравнений аналитического решения с численными решениями уравнений ТВУС для многокомпонентного химически реагирующего газа вдоль планирующей траектории спуска корабля *Space Shuttle* на высотах от 90 до 50 км показано, что распределение относительного теплового потока на идеально-каталитической поверхности 2D и 3D затупленных тел слабо зависит от характера протекания химических реакций в ударном слое, включая замороженные, химически неравновесные и околоравновесные режимы течения, и хорошо описывается полученными формулами, зависящими только от геометрии тела.

13. Разработан метод подобия трехмерных и осесимметричных течений для расчета теплопередачи и трения на лобовой поверхности 3D тел, обтекаемых под углом атаки, основанный на обнаруженных параметрах подобия. Метод сводит 3D задачу определения теплопередачи и трения вдоль меридионального сечения реального тела к задаче их определения на эквивалентном осесимметричном теле (ЭОТ), для которого решаются 2D уравнения с зависящим от геометрии числом Re . Получены формулы для всех параметров ЭОТ. Создана конвертирующая программа, которая для заданного тела (по точкам или аналитически), угла атаки и угла меридиональной плоскости вычисляет все параметры, требуемые как входные для программ, используемых при расчете 2D уравнений для ЭОТ.

14. На основании тестирования метода в рамках разных газодинамических моделей для тел разной формы, обтекаемых под углами атаки от 0 до 45°, сделан вывод, что метод подобия применим для течений как однородного, так и химически реагирующего газа для разных каталитических свойств поверхности и позволяет определять теплопередачу и трение на наветренной стороне 3D тел, используя программы расчета осесимметричных течений в рамках уравнений пограничного слоя, ТВУС, вязкого ударного слоя (ВУС) и Навье–Стокса.

15. Путем асимптотического анализа уравнений Навье–Стокса для задачи гиперзвукового обтекания затупленных тел при малых числах Re показано, что уравнения ТВУС и ВУС, предложенные ранее для больших чисел Re ($\epsilon Re \geq O(1)$, $\epsilon = (\gamma - 1)/(2\gamma)$) и использовавшиеся преимущественно в этом диапазоне, выводятся из уравнений НС также и при малых числах Re , $\epsilon Re < O(1)$, в предположении малости параметра порядка толщины ударного слоя.

16. Выведены асимптотически согласующиеся с уравнениями граничные условия на ударной волне (УВ) и на поверхности тела для моделей ТВУС и ВУС при малых числах Re . Предложено модифицированное условие для скачка температуры на стенке в модели ВУС. Асимптотически согласованная модель ВУС отличается от общепринятой модели условиями на УВ и на поверхности – учетом членов, связанных с ее кривизной, существенных при малых числах Re , диссипативных членов и температурного множителя. Использование правильных граничных условий существенно улучшает значения

коэффициентов трения и теплопередачи и расширяет область применимости модели ВУС в переходном режиме. Асимптотически согласованная модель ТВУС при малых числах Re , предполагающая отсутствие внепорядковых членов с продольным градиентом давления и эффектами скольжения на стенке, с уменьшением числа Re дает свободномолекулярные пределы для коэффициентов теплопередачи и трения.

17. Получены асимптотические решения уравнений ТВУС при малых числах Re для коэффициентов теплопередачи, трения и давления на лобовой поверхности 2D и 3D затупленных тел, обтекаемых гиперзвуковым потоком разреженного газа, в зависимости от параметров набегающего потока и геометрических параметров тела, оценена их точность. Эти решения при стремлении ϵRe к нулю приближаются к решениям в свободномолекулярном режиме обтекания при единичном коэффициенте аккомодации.

18. Оценены границы применимости континуальных методов к моделированию гиперзвукового обтекания тел разреженным газом на основании сравнений аналитических и численных решений в рамках асимптотически согласованных моделей ВУС и ТВУС с решениями в рамках: общепринятых моделей ВУС и ТВУС; уравнений НС; метода прямого статистического моделирования Монте-Карло; кинетического уравнения Больцмана с интегралами столкновений в виде ВГК и S-моделей; свободномолекулярного режима обтекания, в широком диапазоне чисел Кнудсена набегающего потока.

19. Показана возможность применения асимптотически согласованных моделей ВУС и ТВУС для расчета тепловых потоков и напряжения трения на лобовой поверхности (с температурой много меньше температуры торможения) затупленных тел, обтекаемых гиперзвуковым потоком газа, в переходном режиме, что ведет к значительной экономии вычислительных ресурсов по сравнению с применяемым в настоящее время методом Монте-Карло.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

- 1. Брыкина И.Г., Шевелев Ю.Д. Приближенное решение задачи о трехмерном ламинарном пограничном слое в несжимаемой жидкости // ПМТФ. 1974. № 2. С. 50-60.**
- 2. Брыкина И.Г. Интегрирование уравнений гиперзвукового вязкого ударного слоя методом последовательных приближений // ЖВММФ. 1978. Т. 18. № 1. С. 154-166.**
- 3. Брыкина И.Г. Применение метода последовательных приближений к решению уравнений гиперзвукового вязкого ударного слоя с учетом скольжения на поверхности // Сб. «Аэродинамика гиперзвуковых течений при наличии вдува». М.: Изд-во МГУ. 1979. С. 99-110.**

4. Брыкина И.Г., Гершбейн Э.А. Гиперзвуковой вязкий ударный слой па стреловидных крыльях бесконечного размаха, обтекаемых под углом атаки // Изв. АН СССР. МЖГ. 1979. № 2. С. 91-102.
5. Брыкина И.Г., Гершбейн Э.А., Пейгин С.В. Ламинарный пограничный слой на стреловидных крыльях бесконечного размаха, обтекаемых под углом атаки // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 3. С. 27-39.
6. Брыкина И.Г., Гершбейн Э.А., Пейгин С.В. Ламинарный пространственный пограничный слой на проницаемой поверхности в окрестности плоскости симметрии // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 5. С. 37-48.
7. Брыкина И.Г., Гершбейн Э.А., Пейгин С.В. Исследование пространственного пограничного слоя на затупленных телах с проницаемой поверхностью // Изв. АН СССР. МЖГ. 1982. № 3 С. 49-58.
8. Брыкина И.Г., Гершбейн Э.А., Пейгин С.В. Приближенные аналитические формулы в некоторых задачах ламинарного пространственного пограничного слоя // Численные методы механики сплошной среды. 1982. Т. 13. № 5. С. 13-19.
9. Брыкина И.Г. О пространственном пограничном слое на эллипсоидах под углом атаки // Сб. «Исследования по гиперзвуковой аэродинамике и теплообмену с учетом неравновесных химических реакций». М.: Изд-во МГУ. 1987. С. 82-91.
10. Брыкина И.Г., Русаков В.В. Аналитическое исследование трения и теплообмена в окрестности трехмерной критической точки при малых и умеренных числах Рейнольдса // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 2. С. 143-150.
11. Брыкина И.Г., Русаков В.В. Аналитическое исследование пространственного вязкого ударного слоя в окрестности плоскости симметрии // ПМТФ. 1989. № 4. С. 16-22.
12. Брыкина И.Г., Русаков В.В., Щербак В.Г. Приближенные формулы для тепловых потоков к идеально каталитической поверхности в окрестности плоскости симметрии // ПММ. 1989. Т. 53. Вып. 6. С. 956-962.
13. Брыкина И.Г., Русаков В.В. Одномерные и двумерные аналогии для пространственных вязких течений в окрестности плоскости симметрии затупленных тел // Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 1. С. 117-122.
14. Брыкина И.Г., Русаков В.В., Щербак В.Г. Подобие пространственных и осесимметричных химически неравновесных течений в окрестности плоскости симметрии // Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 2. С. 115-120.
15. Брыкина И.Г., Русаков В.В. Численное и аналитическое исследование тепловых потоков в окрестности плоскости симметрии затупленных тел,

обтекаемых вязким газом // Моделирование в механике. 1990. Т. 4. № 5. Вып. 6. С. 32-36.

16. Брыкина И.Г., Русаков В.В., Щербак В.Г. Приближенный метод расчета тепловых потоков в окрестности плоскости симметрии затупленных тел // ИФЖ. 1990. Т. 58. № 6. С. 920-923.
17. Брыкина И.Г., Русаков В.В., Щербак В.Г. Аналитическое и численное исследование пространственного вязкого ударного слоя на затупленных телах // ПМТФ. 1991. № 4. С. 81-88.
18. Брыкина И.Г., Русаков В.В., Щербак В.Г. Приближенный метод определения трения и теплообмена при химически неравновесном обтекании тел под углом атаки // ТВТ. 1991. Т. 29. № 1. С. 179-182.
19. Брыкина И.Г., Русаков В.В., Щербак В.Г. Осесимметричная аналогия для трехмерных задач вязкого обтекания // Изв. АН СССР. МЖГ. 1991. № 6. С. 111-118.
20. Брыкина И.Г., Русаков В.В., Щербак В.Г. Метод определения тепловых потоков и трения в трехмерных задачах гиперзвукового обтекания с помощью двумерных решений // Докл. АН СССР. 1991. Т. 316. № 1. С. 62-66.
21. Брыкина И.Г., Русаков В.В., Щербак В.Г. Приближенные формулы для тепловых потоков к поверхности пространственных тел // ПММ. 1992. Т. 56. Вып. 4. С. 658-662.
22. Брыкина И.Г., Русаков В.В., Щербак В.Г. Соотношения подобия для расчета трехмерных химически неравновесных вязких течений // ТВТ. 1992. Т. 30. № 3. С. 521-528.
23. Брыкина И.Г., Русаков В.В. Приближенные методы определения тепловых потоков и напряжения трения в окрестности плоскости симметрии тел, обтекаемых вязким газом под углом атаки // Сб. «Современные газодинамические и физико-химические модели гиперзвуковой аэродинамики и теплообмена» под ред. Л.И. Седова. Часть I. М.: Изд-во МГУ. 1994. С. 106-122.
24. Брыкина И.Г., Русаков В.В., Щербак В.Г. Некоторые подходы к исследованию теплообмена при химически неравновесном пространственном обтекании тел вблизи линии растекания // Сб. «Современные газодинамические и физико-химические модели гиперзвуковой аэродинамики и теплообмена» под ред. Л.И. Седова. Часть I. М.: Изд-во МГУ. 1994. С. 123-137.
25. Брыкина И.Г. О теплообмене на стреловидных крыльях с затупленной передней кромкой, обтекаемых гиперзвуковым потоком под углом атаки // Изв. АН СССР. МЖГ. 1994. № 4. С. 170-179.

26. **Брыкина И.Г. О сходимости метода последовательных приближений для решения уравнений погранслоного типа // Вестн. Моск. Ун-та. Сер. 1. Математика. Механика. 1994. № 6. С. 49-54.**
27. Brykina I.G. The similarity method for solving three-dimensional super and hypersonic viscous flows over blunted bodies // Proceedings of Second European Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles. ESA. ESTEC. Noordwijk. 1995. P.109-114.
28. Brykina I.G. Some effective methods for solving 3D hypersonic viscous perfect gas and chemically nonequilibrium flows // Molecular Physics and Hypersonic Flows. NATO ASI Series. Series C: Mathematical and Physical Sciences. 1996. V. 482. P. 571-580.
29. **Брыкина И.Г., Сахаров В.И. Сравнение приближенных аналитических и численных решений для тепловых потоков при сверхзвуковом обтекании тел вязким газом // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 1. С. 125-132.**
30. Brykina I., Sakharov V. Heat transfer and shear stress prediction in 3D hypersonic flows by approximate methods // Proceedings of NASA The Eighth Annual Thermal and Fluids Analysis Workshop. Spacecraft Analysis and Design. Houston. USA. 1997. P. 14-1 - 14-12.
31. **Брыкина И.Г., Сахаров В.И. Применение метода подобия для расчета тепловых потоков и напряжения трения в окрестности плоскости симметрии затупленных тел в рамках полных уравнений Навье-Стокса // Изв. РАН. МЖГ. 1997. № 4. С. 9-16.**
32. Brykina I.G. The effective method for heat transfer and shear stress predictions on three-dimensional bodies at the angle of attack // Numerical Modelling in Continuum Mechanics. Proceedings of 4-th Summer Conference, held in Prague. 2001. P. 44-51.
33. **Брыкина И.Г., Скотт К.Д. Построение эквивалентных осесимметричных тел для расчета теплообмена и напряжения трения на пространственных телах, обтекаемых под углом атаки // Изв. РАН. МЖГ. 2001. № 2. С. 147-156.**
34. **Брыкина И.Г. Асимптотическое решение уравнений тонкого вязкого ударного слоя при малых числах Рейнольдса для холодной поверхности // Изв. РАН. МЖГ. 2004. № 5. С. 161-172.**
35. Brykina, I.G, Rogov, B.V, Tirskiy G.A. Continuum Approach to Hypersonic Aerodynamics and Heat Transfer Prediction at Low Reynolds Numbers // Rarefied Gas Dynamics, 24th International Symposium. AIP conference proceedings. 2005. V. 762, ed. by M. Capitelli. Melville, NY. P. 1235-1240.
36. **Брыкина И.Г. Асимптотическое исследование уравнений тонкого вязкого ударного слоя при малых числах Рейнольдса в окрестности точки торможения // Изв. РАН. МЖГ. 2005. № 6. С. 150-159.**

37. Brykina Irina, Rogov Boris, Tirskiy Grigoriy. Aerodynamics and Heat Transfer Prediction in Hypersonic Transitional Flows by using Continuum-Flow Models // Papers from East West High Speed Flow Field Conference 2005. Oct. 19-22, 2005. Beijing, China. P. 91-96.
38. **Брыкина И.Г. Асимптотическое решение двумерных уравнений тонкого вязкого ударного слоя в разреженном газе для холодной поверхности // Изв. РАН. МЖГ. 2006. № 4. С. 164-172.**
39. **Брыкина И.Г., Рогов Б.В., Тирский Г.А. Континуальные модели разреженных потоков газа в задачах гиперзвуковой аэродинамики // ПММ. 2006. Т. 70. Вып. 6. С. 992-1018.**
40. **Брыкина И.Г. Асимптотические решения двумерных уравнений тонкого вязкого ударного слоя в разреженном газе // Изв. РАН. МЖГ. 2007. № 5. С. 144-155.**
41. I.G. Brykina, M.V. Perunov, B.V. Rogov, I.L. Semenov, G.A. Tirskiy. About Bounds of Applicability of Continuum Approach to the problems of Hypersonic Rarefied Flow over Bodies // Proceedings of West East High Speed Flow Field Conference 2007. Moscow, November 19-22, 2007. <http://wehsff.imamod.ru/pages/s7.htm>. 8 pp.
42. **Брыкина И.Г., Рогов Б.В., Тирский Г.А. О применимости континуальных моделей в переходном режиме гиперзвукового обтекания затупленных тел // ПММ. 2009. Т. 73. Вып. 5. С. 700-716.**
43. Brykina I.G., Rogov B.V., Tirskiy G.A. Heat-Transfer and Skin Friction Prediction along the Plane of Symmetry of Blunt Bodies for Hypersonic Rarefied Gas Flow // Rarefied Gas Dynamics, 26th International Symposium. AIP conference proceedings. 2009. V. 1084, ed. by T. Abe. Melville, NY. P. 778-783.
44. И.Г. Брыкина, Б.В. Рогов, Г.А. Тирский. Континуальные подходы к решению задач гиперзвукового обтекания тел разреженным газом // Современные проблемы механики сплошной среды. Сборник избранных трудов всероссийской конференции памяти академика Леонида Ивановича Седова в связи со столетием со дня рождения. Москва: Торус Пресс. 2009. С. 256-274.
45. **Брыкина И.Г. Асимптотические решения уравнений тонкого вязкого ударного слоя в окрестности плоскости симметрии затупленных тел, обтекаемых гиперзвуковым потоком разреженного газа // Изв. РАН. МЖГ. 2011. № 3. С. 120-131.**
46. **Брыкина И.Г., Рогов Б.В. Асимптотически согласованные континуальные модели в переходном режиме гиперзвукового обтекания затупленных тел разреженным газом // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. № 4. Часть 3. С. 664-666.**

47. Brykina I.G., Rogov B.V., Semenov I.L., Tirskiy G.A. Effective Boundary Conditions for Continuum Method of Investigation of Rarefied Gas Flow over Blunt Body // Rarefied Gas Dynamics, 27th International Symposium. AIP conference proceedings. 2011. V. 1333, ed. by D. Levin, I. Wysong, A. Garcia. Melville, NY. P. 1289-1294.
48. Брыкина И.Г. Аналитический метод решения уравнений тонкого вязкого ударного слоя при малых числах Рейнольдса // Гиперзвуковая аэродинамика и тепломассообмен спускаемых космических аппаратов и планетных зондов, под ред. Г.А. Тирского. М.: Физматлит. 2011. С. 520-544.
49. **Брыкина И.Г., Стулов В.П. О взаимной роли конвективного и лучистого теплообмена в метеорном диапазоне параметров // Доклады Академии Наук. 2012. Т. 443. № 5. С. 576-577.**
50. Брыкина И.Г., Перунов М.В., Рогов Б.В., Тирский Г.А. О точности континуальных и кинетических подходов в переходном режиме гиперзвукового обтекания // Шестые Поляховские чтения: Избранные труды Международной научной конференции по механике. Санкт-Петербург, 31 января - 3 февраля 2012. М.: Издатель И.В. Балабанов. 2012. С. 168-175.
51. **Брыкина И.Г., Рогов Б.В., Тирский Г.А., Утюжников С.В. Влияние кривизны поверхности на граничные условия в модели вязкого ударного слоя при гиперзвуковом обтекании разреженным газом // ПММ. 2012. Т. 76. Вып. 6. С. 938-953.**
52. Brykina I.G., Rogov B.V., Tirskiy G.A., Titarev V.A., Utyuzhnikov S.V. Comparative Study of Various Approaches for Modeling Transitional Hypersonic Rarefied Gas Flow over Blunted Bodies // Rarefied Gas Dynamics, 28th International Symposium. AIP conference proceedings. 2013. V. 1501, ed. by M. Mareschal, A. Santos. Melville, NY. P. 1500-1506.
53. **Брыкина И.Г., Рогов Б.В., Тирский Г.А., Титарев В.А., Утюжников С.В. Сравнительный анализ подходов к исследованию гиперзвукового обтекания затупленных тел в переходном режиме // ПММ. 2013. Т. 77. Вып. 1. С. 15-26.**