ФГБОУ ВПО МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени М. В. ЛОМОНОСОВА

на правах рукописи

Славина Нина Сергеевна

ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ИНТЕГРИРУЕМЫХ СИСТЕМ ТИПА КОВАЛЕВСКОЙ-ЯХЬИ

01.01.04 — геометрия и топология

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

МОСКВА 2013

Работа выполнена на кафедре дифференциальной геометрии и приложений Механико-математического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования “Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова”

Научный руководитель:	академик РАН, профессор **Фоменко Анатолий Тимофеевич**
Официальные оппоненты:	**Мантуров Василий Олегович**, доктор физико-математических наук, профессор (ФГБОУ ВПО “Российский университет дружбы народов“, Факультет физико-математических и естественных наук, кафедра дифференциальных уравнений и математической физики)
	Москвин Андрей Юрьевич, кандидат физико-математических наук, начальник отдела аналитики (ЗАО “Группа компаний С7”)
Ведущая организация:	Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”

Защита диссертации состоится 20 декабря 2013 г. в 16^{45} на заседании диссертационного совета Д.501.001.84 на базе ФГБОУ ВПО “Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова” по адресу: РФ, 119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д.1, МГУ, Механико-математический факультет, аудитория 14-08.

С диссертацией можно ознакомиться в Фундаментальной библиотеке ФГБОУ ВПО “Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова” (Москва, Ломоносовский проспект, дом 27, сектор А, 8 этаж).
Автореферат разослан 20 декабря 2013 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д.501.001.84 на базе ФГБОУ ВПО МГУ А. О. Иванов
доктор физико-математических наук,
профессор

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы.

Диссертация "Топологическая классификация интегрируемых систем типа Ковалевской-Яхьи" посвящена тонкой классификации топологических типов слоений Лиувилля, возникающих для разных значений параметров.

Классический случай Ковалевской был открыт в 1889 году[1]. С. В. Ковалевской удалось найти "чевёртый интеграл" в шестимерном пространстве переменных Эйлера, знаменитый интеграл Ковалевской, который гарантирует интегрируемость. В разное время исследованием классического случая Ковалевской занимались многие выдающиеся математики и физики-теоретики.

Важные результаты в исследовании топологии классического случая Ковалевской были получены в работах М. П. Харламова[2,3,4]), где были построены бифуркационные диаграммы и вычислены перестройки торов Лиувилля при критических значениях отображения момента. Инварианты Фоменко (молекулы без меток) для классического случая Ковалевской были вычислены в работе А. А. Ошемкова[5]. Более подробное изучение слоения Лиувилля для этого случая (в частности, вычисление инвариантов Фоменко-Цишанга для изоэнергетических поверхностей и особых точек бифуркационной диаграммы) было проведено в работе А. В. Болсинова, П. Рихтера, А. Т. Фоменко[6].

Х. М. Яхья[7] показал, что интеграл С. В. Ковалевской может быть обоб-

[1]Kowalevski S., *Sur le probleme de la rotation d'un corps solide autour d'un point fixe*, Acta Math. , V. 12 (1889), 177–232.

[2]М. П. Харламов, *Бифуркации совместных уровней первых интегралов в случае Ковалевской*, Прикладная математика и механика, 47:6 (1983), 922–930.

[3]М. П. Харламов, *Топологический анализ классических интегрируемых систем в динамике твердого тела*, Доклады АН СССР, 273:6 (1983), 1322–1325.

[4]М. П. Харламов, *Топологический анализ интегрируемых задач динамики твёрдого тела*, Ленинградский ун-т, 1988.

[5]А. А. Ошемков, *Вычисление инвариантов Фоменко для основных интегрируемых случаев динамики твердого тела*, Труды Семинара по векторному и тензорному анализу, 25:2 (1993), 23–109.

[6]А. В. Болсинов , П. Рихтер, А. Т. Фоменко, *Метод круговых молекул и топология волчка Ковалевской*, Матем. сборник, 191:2 (2000), 3–42.

[7]Х. М. Яхья, *Новые интегрируемые случаи задачи о движении гиростата*, Вестник МГУ сер. матем., механ., 4 (1987), 88–90.

щён на гиростат, распределение масс которого подчинено условиям Ковалевской, а гиростатический момент направлен по оси динамической симметрии.

Динамическая система типа Ковалевской-Яхьи является гамильтоновой на совместных поверхностях уровня M_g^4 геометрического интеграла и интеграла площадей (где g — постоянная площадей). Гамильтониан и интеграл Ковалевской-Яхьи определяют слоение Лиувилля на каждой поверхности M_g^4, топология которого существенно зависит от параметров g и λ (величина гиростатического момента). П. Е. Рябов и М. П. Харламов[8] построили кривые на плоскости $\mathbb{R}^2(g,\lambda)$, разделяющие области с качественно различным видом бифуркационных диаграмм для отображения момента $M_g^4 \to \mathbb{R}^2(h,k)$, определяемого гамильтонианом и интегралом. Оказалось, что таких областей 18. В более поздней работе М. П. Харламова, И. И. Харламовой, Е. Г. Шведова[9] предложен новый взгляд на классификацию бифуркационных диаграмм. Авторами было построено разделяющее множество на плоскости "энергия-гиростатический момент", с помощью которого можно классифицировать бифуркационные диаграммы на изоэнергетических уровнях. В совместной работе И. И. Харламовой, П. Е. Рябова[10] введено понятие электронного атласа, создана компьютерная система, которая удовлетворяет данному определению.

Вычисление инвариантов Фоменко (молекул без меток) для случая Ковалевской-Яхьи с произвольными g и λ было начато в работах И. Н. Гашененко[11], П. Е. Рябова[12] и М. П. Харламова[13]. Исчерпывающий ответ, дающий полное описание грубой топологии, приведён в работе М. П. Харламова, П. Е. Рябова[14]. Авторами доказано, что для 29 камер на плоскости

[8] П. Е. Рябов, М. П. Харламов, *Бифуркации первых интегралов в случае Ковалевской-Яхьи*, Регулярная и хаотическая динамика, 2:2 (1997), 25–40.

[9] М. П. Харламов, И. И. Харламова, Е. Г. Шведов, *Бифуркационные диаграммы на изоэнергетических уровнях гиростата Ковалевской-Яхъя*, Механика твёрдого тела, 40 (2010), 77–90.

[10] И. И. Харламова, П. Е. Рябов, *Электронный атлас бифуркационных диаграмм гиростата Ковалевской-Яхьи*, Вестн. Удмуртск. ун-та. Матем. Мех. Компьют. науки, 2 (2011), 147–162.

[11] И. Н. Гашененко, *Интегральные многообразия и топологические инварианты одного случая движения гиростата*, Механика твердого тела, 29 (1997), 1–7.

[12] П. Е. Рябов, *Бифуркационное множество задачи о движении твердого тела вокруг неподвижной точки в случае Ковалевской-Яхьи*, Дисс. канд. физ.-мат. наук, Москва, МГУ, 1997.

[13] П. Е. Рябов, М. П. Харламов, *Бифуркации первых интегралов в случае Ковалевской-Яхьи*, Регулярная и хаотическая динамика, 2:2 (1997), 25–40.

[14] М. П. Харламов, П. Е. Рябов, *Диаграммы Смейла-Фоменко и грубые инварианты случая*

(g, h) имеется девять групп эквивалентных молекул (без меток), содержащих 22 устойчивых графа и 6 неустойчивых по отношению к количеству критических окружностей на критических уровнях.

П. Е. Рябов[15] нашёл критические точки ранга 0 и 1, а также указал способ определения их типа. В работе Н. С. Логачёвой (Славиной)[16] дано описание слоения Лиувилля в окрестностях вырожденных одномерных орбит и невырожденных положений равновесия волчка Ковалевской-Яхьи с полулокальной точки зрения, т.е. не в малой окрестности особой точки, а в окрестности особого слоя. В [15] доказывается боттовость дополнительного интеграла на изоэнергетической поверхности, и невырожденность положений равновесия. Точки ранга ноль также были исследованы М. П. Харламовым[17], где он ввел понятие классов эквивалентности относительно определяющих параметров на множестве равномерных вращений гиростата, указал разделяющие значения этих параметров и доказал, что таких классов 13, если рассматривать полный прообраз точки, отвечающей относительному равновесию.

П. В. Морозов[18] исследовал слоение Лиувилля системы Ковалевской-Яхьи для случая $g = 0$, а именно вычислил инварианты Фоменко-Цишанга для соответствующих лиувиллевых слоений.

В настоящей работе описывается топологический тип систем типа Ковалевской-Яхьи. Напомним, что интегрируемая система с двумя степенями свободы определяет слоение Лиувилля на каждой трёхмерной регулярной изоэнергетической поверхности. Две интегрируемые системы называются лиувиллево эквивалентными, если существует диффеоморфизм, переводящий слоение Лиувилля одной системы в слоение Лиувилля другой системы. Если торы Лиувилля на всюду плотном множестве являются замыканиями нерезонансных траекторий (как в большинстве классических

Ковалевской-Яхья, Вестн. Удмуртск. ун-та. Матем. Мех. Компьют. науки, 4 (2011), 40–59.

[15] П. Е. Рябов, *Аналитическая классификация особенностей интегрируемого случая Ковалевской-Яхья*, Вестн. Удмуртск. ун-та. Матем. Мех. Компьют. науки, 4 (2010), 25–30.

[16] Н. С. Логачёва, *Классификация невырожденных положений равновесия и вырожденных одномерных орбит интегрируемой системы Ковалевской–Яхьи*, Матем. сборник, 203:1 (2012), 31–60.

[17] М. П. Харламов, *Аналитическая классификация равномерных вращений гиростата Ковалевской-Яхья*, Механика твердого тела, 42 (2012), 46–60.

[18] П. В. Морозов, *Вычисление инвариантов Фоменко-Цишанга в интегрируемом случае Ковалевской-Яхьи*, Матем. сборник, 198:8 (2007), 59–82.

случаев интегрируемости), то Лиувиллева эквивалентность систем означает, что сравниваемые системы имеют “одинаковые” замыкания решений на трёхмерных уровнях постоянной энергии. Топологический тип слоения Лиувилля полностью определяется инвариантом Фоменко-Цишанга, который является некоторым графом с числовыми метками. Поэтому классификация топологических типов систем Ковалевской-Яхьи сводится к подсчёту инвариантов Фоменко-Цишанга, что и выполнено в настоящей работе.

Цель работы

Диссертационная работа преследует следующие цели:

1. В случае задачи Ковалевской-Яхьи при всех некритических значениях параметров g, λ вычислить все инварианты Фоменко-Цишанга (с помощью построенных допустимых систем координат и определения взаимного расположения базисных циклов).

2. Среди найденных слоений найти слоения, которые эквивалентны ранее известным слоениям, возникшим в известных случаях интегрируемости твердого тела.

3. Обнаружить новые слоения, в том смысле, что они лиувиллево не эквивалентны никаким ранее обнаруженным слоениям, возникшим в известных случаях интегрируемости твердого тела.

Основные методы исследования.

В работе используется теория топологического анализа интегрируемых гамильтоновых систем с двумя степенями свободы, построенная А. Т. Фоменко, Х. Цишангом, А. В. Болсиновым и другими.

Научная новизна. Все основные результаты диссертации являются новыми и состоят в следующем:

1. Вычислены все инварианты Фоменко-Цишанга в случае задачи Ковалевской-Яхьи при всех некритических значениях параметров g, λ. В результате получена полная лиувиллева классификация всех систем типа Ковалевской-Яхьи.

2. Найдены слоения, которые эквивалентны ранее известным слоениям, возникшим в случаях интегрируемости Ковалевской, Ковалевской-Яхьи

при $g = 0$, случае Жуковского, случае Горячева-Чаплыгина-Сретенского, что означает лиувиллеву эквивалентность вышеперечисленных систем системе Ковалевской-Яхьи на некоторых соответствующих интервалах энергии. Обнаружены новые слоения, в том смысле, что они не встречались в других интегрируемых системах, исследованных раннее.

3. Доказано, что топологический тип слоения Лиувилля для семейства систем Ковалевской-Яхьи стабилизируется при больших значениях энергии H, т. е. слоения на высоких уровнях энергии лиувиллево эквивалентны (инварианты Фоменко-Цишанга совпадают). При этом оказалось, что эта "высокоэнергетическая" система грубо лиувиллево эквивалентна известному ранее случаю интегрируемости Горячева-Чаплыгина-Сретенского на одном из интервалов энергии. В то же время эти две системы тонко лиувиллево не эквивалентны.

Апробация результатов.

Результаты диссертации неоднократно докладывались на следующих семинарах:

1) Геометрическом заседании семинара проф. Книпера, Бохумский университет, Германия (1 – 30 ноября 2008 гг);

2) "Современные геометрические методы" под руководством акад. А.Т. Фоменко и проф. А.С. Мищенко, мех-мат МГУ, 2010 – 2013 гг. неоднократно.

Результаты диссертации докладывались на конференциях:

XX Международная конференции студентов, аспирантов и молодых учёных "Ломоносов-2013" Москва (8 – 13 апреля 2013 г.),

Международная конференции "Современные проблемы математики, механики и их приложений", посвящённая 70-летию ректора МГУ академика В.А. Садовничего Москва (30 марта – 2 апреля 2009 г.)

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в работах автора [1 – 3], список которых приведен в конце автореферата.

Структура диссертации. Диссертация объемом 119 страниц состоит из введения, пяти глав и списка литературы из 40 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** формулируется цель работы, кратко излагается её результаты и содержание, а также освещается место данных исследований в современной механике твёрдого тела.

В **первой главе** вводятся основные понятия и излагаются ключевые теоремы топологической классификации интегрируемых гамильтоновых систем. Описаны фазовое пространство и дифференциальные уравнения на алгебре Ли $e(3)^*$, возникающие в задаче о движении твёрдого тела. Также в первой главе излагаются результаты, полученные ранее для случая интегрируемости Ковалевской и его обобщения на случай задачи о движении тяжёлого твёрдого тела (случай Ковалевской-Яхьи).

Во **второй главе** рассматривается динамическая система Ковалевской-Яхьи, которая является гамильтоновой на совместных поверхностях уровня M_g^4 геометрического интеграла и интеграла площадей (где g — постоянная площадей). Гамильтониан и интеграл Ковалевской-Яхьи определяют слоение Лиувилля на каждой поверхности M_g^4, топология которого существенно зависит от параметров g и λ (λ — величина гиростатического момента).

Уравнения движения и первые интегралы этого двухпараметрического семейства имеют следующий вид:

$$2\dot{\omega}_1 = \omega_2(\omega_3 - \lambda), \quad 2\dot{\omega}_2 = -\omega_1(\omega_3 - \lambda) - \nu_3, \quad \dot{\omega}_3 = \nu_2,$$
$$\dot{\nu}_1 = \nu_2\omega_3 - \nu_3\omega_2, \quad \dot{\nu}_2 = \nu_3\omega_1 - \nu_1\omega_3, \quad \dot{\nu}_3 = \nu_1\omega_2 - \nu_2\omega_1,$$
$$f_1=\nu_1^2+\nu_2^2+\nu_3^2, \quad f_2=2(\omega_1\nu_1+\omega_2\nu_2)+(\omega_3+\lambda)\nu_3, \quad H = \omega_1^2+\omega_2^2+\frac{\omega_3^2}{2}-\nu_1,$$
$$K = (\omega_1^2 - \omega_2^2 + \nu_1)^2 + (2\omega_1\omega_2 + \nu_2)^2 + 2\lambda(\omega_3 - \lambda)(\omega_1^2 + \omega_2^2) + 4\lambda\omega_1\nu_3.$$

Обозначим через $\Theta(g, \lambda)$ множество, которое состоит из тех значений $(g, \lambda) \in \mathbb{R}^2(g, \lambda)$, при переходе через которые меняется вид бифуркационной диаграммы $\Sigma(g, \lambda)$ (такие значения (g, λ) будем называть *бифуркационными*). Множество $\Theta(g, \lambda)$ является объединением кривых Γ_i (i=1,2,3,4,5), уравнения которых приведены П. Е. Рябовым[11]. Таким образом, плоскость $\mathbb{R}^2(g, \lambda)$ разбивается на 18 камер (рис. 1). Также П. Е. Рябовым[11] найден явный вид бифуркационных кривых на плоскости $\mathbb{R}^2(h, k)$.

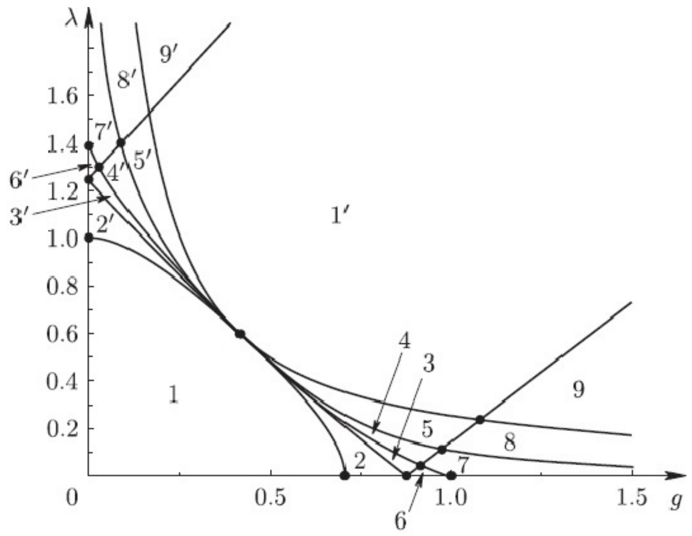

Рис. 1: Разделяющее множество

При ненулевых значениях параметров g и λ возникают 18 различных типов бифуркационных диаграмм. На рис. 2 приведена для примера бифуркационная диаграмма в камере 7'.

Для случая интегрируемости Ковалевской-Яхьи доказана боттовость дополнительного интеграла на изоэнергетических поверхностях системы.

Теорема А. *(Н. С. Славина) В интегрируемом случае Ковалевской-Яхьи в прообразах всех гладких дуг бифуркационных диаграмм, за исключением конечного числа точек на них, лежат боттовские перестройки торов Лиувилля.*

Вследствие боттовости можно осуществить переход внутрь камер 1, 2, 2', 6, 6', 7, 7' с границ (на которых известны перестройки и семейства торов из [11],[12], и таким образом перенести перестройки и семейства торов, что и было проделано в диссертации. Для оставшихся камер вычисление перестроек осуществляется аналогично.

В **третьей главе** описаны слоения Лиувилля в окрестностях вырожденных одномерных орбит и невырожденных положений равновесия волчка Ковалевской-Яхьи при всех некритических значениях параметров с полулокальной точки зрения, т.е. не в малой окрестности особой точки, а в окрестности особого слоя.

Глобальным инвариантом слоения Лиувилля на неособой изоэнергетической поверхности Q^3_h (поверхность уровня гамильтониана) является ин-

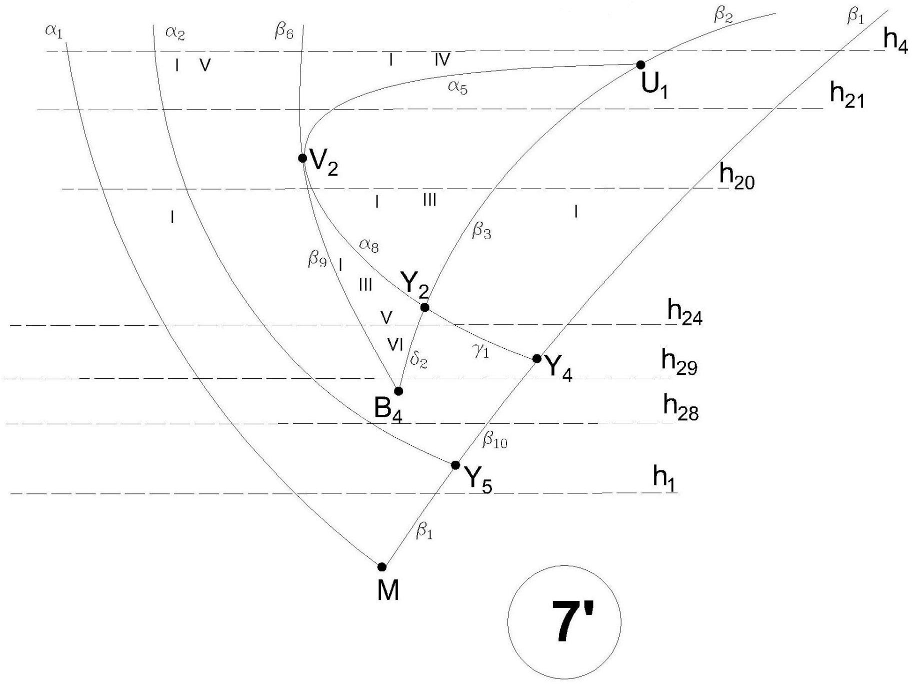

Рис. 2: Бифуркационная диаграмма в камере 7'

вариант Фоменко-Цишанга, также называемый меченой молекулой или тонким лиувиллевым инвариантом. Он представляет из себя граф, рёбра которого соответствуют однопараметрическим семействам торов Лиувилля, а вершины — критическим слоям, в которых происходят бифуркации.

Определение 1. *Класс лиувиллевой эквивалентности замкнутой окрестности особого слоя называется 3-атомом.*

Обозначения 3-атомов помещают в вершины графа. В большинстве систем разнообразие бифуркаций описывается четырьмя наиболее распространёнными 3-атомами (A, A^*, B, C_2). Способ склейки глобального изоэнергетического многообразия Q_h^3 из этих "универсальных кирпичей" задаётся числовыми метками r, ε, n. Вместе с описанным графом они составляют *меченую молекулу* или *инвариант Фоменко-Цишанга*. Граф без меток называется *грубой молекулой*.

Гладкая кривая τ без самопересечений в плоскости $\mathbb{R}^2(H, K)$ называется *допустимой*, если она пересекает бифуркационную диаграмму Σ трансверсально и не проходит через особые точки Σ. Рассмотрим окружность τ малого радиуса с центром в изолированной особой точке $y \in \Sigma$. Пусть τ — допустимая кривая, которая остаётся такой при уменьшении радиуса.

Полный прообраз Q_τ этой окружности в M^4 — это трёхмерное гладкое многообразие со структурой лиувиллева слоения, все особенности которого являются боттовскими. На Q_τ возникает инвариант этого слоения — *круговая молекула* $W^*(y)$ особой точки y бифуркационной диаграммы Σ.

Круговая молекула является локальным инвариантом особенности, поэтому её вычислить легче, чем молекулу для изоэнергетической поверхности, являющуюся уже глобальным инвариантом. Поэтому исследование особенностей системы — основной шаг на пути вычисления инвариантов Фоменко-Цишанга.

Теорема B. *(Н. С. Славина) В случае Ковалевской-Яхьи при небифуркационных значениях параметров g и λ все положения равновесия невырождены, причём в прообразе каждой точки пересечения бифуркационных кривых лежит ровно одна критическая точка ранга 0.*

Для нахождения недостающих меток на рёбрах круговых молекул вырожденных одномерных орбит необходимо знать топологию “круговой” 3-поверхности Q, так как топологические инварианты Q (группы гомологий, фундаментальная группа) являются функциями от меток молекулы. В третьей главе определён тип круговых многообразий, лежащих в прообразах окрестностей особых точек ранга один. Зная топологию Q, можно получить некоторые соотношения между числовыми метками молекулы (по формулам Топалова), которые позволят вычислить недостающие метки r, ε, n. Это и проделано в следующей главе.

В **четвёртой главе** на каждом из граничных торов построена пара базисных циклов (λ, μ), которые образуют допустимую систему координат на границе 3-атома. Допустимые системы координат, относящиеся к бифуркациям эллиптического типа, построены с использованием информации о метках на рёбрах круговых молекул вырожденных одномерных орбит, представленных на бифуркационной диаграмме, как точки возврата. По правилу, которое устанавливает связь между $r-$метками на рёбрах молекулы и индексами пересечения соответствующих циклов, определено взаимное расположение базисных циклов во всех семи семействах торов.

В этой главе, с помощью формулы Топалова, завершено доказательство теоремы о метках на рёбрах круговых молекул вырожденных одномерных орбит. Формула Топалова связывает метки молекул с топологическим типом соответствующей поверхности. Она является одним из наиболее эффективных средств для вычисления инвариантов Фоменко-Цишанга.

В **пятой главе**, с помощью построенных допустимых систем координат и определения взаимного расположения базисных циклов, вычислены все матрицы склеек изоэнергетических молекул, а по матрицам склеек вычислены все числовые метки изоэнергетических молекул. Итоговые результаты сформулированы в следующих теоремах.

Теорема C. *(Н. С. Славина) Интегрируемая система Ковалевской-Яхьи в зависимости от значений гиростатического момента λ, интеграла площадей g и уровня энергии H лиувиллево эквивалентна одному из 29 слоений Лиувилля, которые попарно лиувиллево неэквивалентны.*

В результате мы вычислили все инварианты Фоменко-Цишанга. Полный список инвариантов Фоменко-Цишанга для случая интегрируемости Ковалевской-Яхьи при небифуркационных значениях параметров g, λ приведён в диссертации. Таким образом полностью завершена тонкая лиувиллева классификация слоений семейства систем Ковалевской-Яхьи (имеется ввиду двухпараметрическое семейство на M^4_g, зависящее от параметров g, λ). Это семейство содержит ровно 29 попарно лиувиллево неэквивалентных слоений.

Сравнивая найденные 29 слоений с ранее известными слоениями, возникшими в других случаях интегрируемости твердого тела, обнаруживаем, что среди этих слоений есть лиувиллево эквивалентные. Это означает, что интегрируемые гамильтоновы системы лиувиллево эквивалентны на некоторых уровнях энергии, а значит замыкания интегральных траекторий этих систем на множестве полной меры совпадают для соответствующих значений энергии.

Теорема D. *(Н. С. Славина) Интегрируемые системы $V_{g\lambda}$ типа Ковалевской-Яхьи на 10 интервалах энергии лиувиллево эквивалентны интегрируемым системам Ковалевской; на 10 интервалах энергии $V_{g\lambda}$ лиувиллево эквивалентны серии интегрируемых систем Ковалевской-Яхьи при $g = 0$; на 3 интервалах энергии $V_{g\lambda}$ лиувиллево эквивалентны интегрируемым системам случая Жуковского; на 2 интервалах*

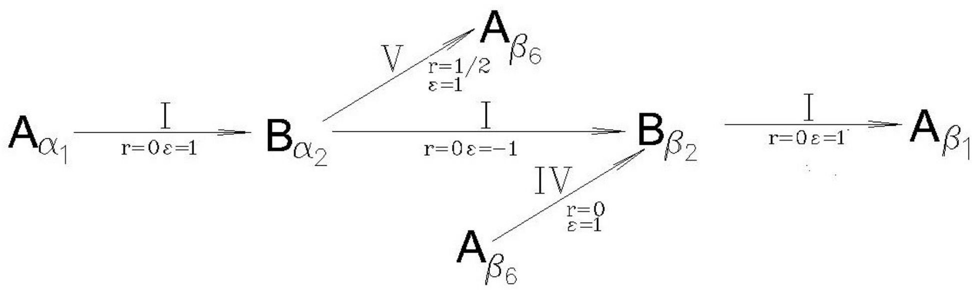

Рис. 3: "Высоко"-изоэнергетическая молекула h_4

энергии $V_{g\lambda}$ лиувиллево эквивалентны интегрируемым системам случая Горячева-Чаплыгина-Сретенского. Среди 29 слоений есть 11 слоений лиувиллево не эквивалентны никаким ранее обнаруженным слоениям, возникшим в известных случаях интегрируемости твердого тела.

В случае интегрируемости Ковалевской-Яхьи молекула на интервале энергии h_4 (см. рис. 3) встречается в каждой из 18 камер.

Эта молекула оказывается грубо лиувиллево эквивалентна молекуле, обнаруженной ранее в интегрируемой системе Горячева-Чаплыгина-Сретенского. Однако, эти системы лиувиллево не эквивалентны, так как числовые метки различны. Таким образом, это слоение Лиувилля оказывается новым, в том смысле, что оно не встречается в других интегрируемых системах, исследованных ранее.

Было обнаружено, что в области значений $H \geq H_0$ части бифуркационных диаграмм $\sum(g,\lambda)$ (на плоскости $\mathbb{R}^2(h,k)$), попавшие в полуплоскость $\{h \geq H_0\}$ гомеоморфны. Обозначим через $\sum_{g,\lambda}^{H_0} = \sum(g,\lambda) \cap \{h \geq H_0\}$ часть бифуркационной диаграммы, попавшей в полуплоскость $\{h \geq H_0\}$. Далее будем рассматривать большие значения энергии H, поэтому назовём множество $\sum_{g,\lambda}^{H_0}$ - "высоко"-энергетической бифуркационной диаграммой.

Теорема Е. *(Н. С. Славина) При любых ненулевых значениях параметров g,λ существует конечное значение энергии $H = H_0$ такое, что при всех значениях H больших H_0 "высоко"-энергетические бифуркационные диаграммы на плоскости $\mathbb{R}^2(h,k)$ случая Ковалевской-Яхьи изоморфны друг другу в следующем смысле: существует диффеоморфизм полуплоскостей, совмещающий эти "высоко"-энергетические би-*

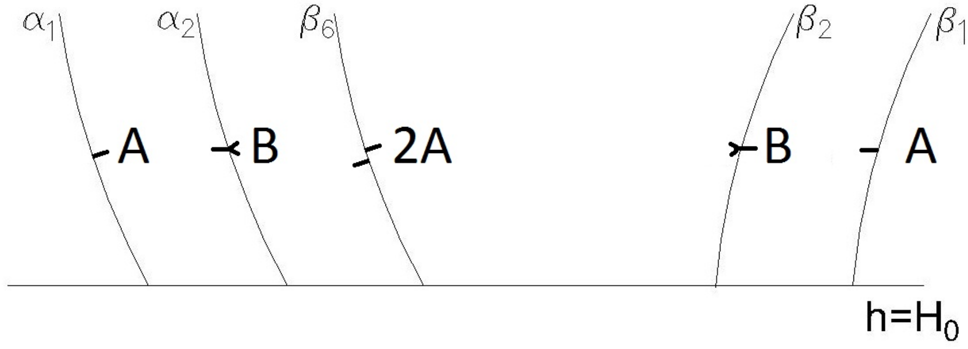

Рис. 4: “Высоко”-энергетическая бифуркационная диаграмма

фуркационные диаграммы. При больших значениях энергии H семейство систем Ковалевской-Яхьи лиувиллево эквивалентно одной системе на уровне h_4, иными словами, топологический тип интегрируемых систем данного двухпараметрического семейства стабилизируется на больших уровнях энергии H и грубо лиувиллево эквивалентен системе Горячева-Чаплыгина-Сретенского.

Бифуркационные диаграммы случая Ковалевской-Яхьи на полуплоскости $\{h \geq H_0\}$ изоморфны одной диаграмме с перестройками атомов, указанными на рисунке 4.

Это значит, что если сравнивать любые две изоэнергетические молекулы на больших уровнях энергии при различных значениях параметров g, λ, то рёбра этих молекул, соединяющие соответственные бифуркации, относятся к одноименным дугам бифуркационных диаграмм и соответствуют одинаковым семействам торов. Поэтому молекулы и метки полностью совпадают. Соответствующая “общая” меченая молекула при $H = H_0$ имеет вид, указанный на рис. 3.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю академику РАН Анатолию Тимофеевичу Фоменко за постановку задач, за его неоценимую помощь и советы на всех этапах написания работы.

Автор благодарен д.ф.-м.н А. А. Ошемкову за постоянное внимание к работе, полезные обсуждения, ценные замечания и консультации.

Д.ф.-м.н М. П. Харламова автор благодарит за постоянный интерес с его стороны к этой теме, ряд высказанных им полезных замечаний к различным частям работы, которые в значительной мере помогли её улучшить.

ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Н. С. Логачёва (Славина), *Классификация невырожденных положений равновесия и вырожденных одномерных орбит интегрируемой системы Ковалевской–Яхьи*, Матем. сборник, 203:1 (2012), 31–60.

2. Н. С. Славина, *Классификация семейства систем Ковалевской–Яхьи с точностью до лиувиллевой эквивалентности*, Доклады Академии Наук, 452:3 (2013), 252–255.

3. Н. С. Славина, *Топологическая классификация систем Ковалевской–Яхьи*, Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных “Ломоносов-2013”, 2013, (тезисы).