

ПРОГРАММА*
экзамена по курсу
“ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ТОПОЛОГИЯ”
(осенний семестр 1997/98 уч. года, лектор - проф. Е.В.Троицкий)

- 1) Метрическое пространство, открытые и замкнутые множества и их свойства.
- 2) Топологические пространства, внутренность, замыкание. Непрерывное отображение.
- 3) Гомеоморфизм. Декартово произведение.
- 4) Связность и линейная связность. Связь между этими понятиями.
- 5) Хаусдорфовость. Нормальность. Формулировки леммы Урысона и теоремы Титце о продолжении. Разбиение единицы.
- 6) Компактность. Компактное хаусдорфово пространство нормально.
- 7) Гладкое многообразие, гладкое отображение, диффеоморфизм. Существование атласа с картами, диффеоморфными шару (R^n).
- 8) Существование гладкого разбиения единицы.
- 9) Поверхность уровня как многообразие.
- 10) Три определения касательного вектора, эквивалентность первых двух.
- 11) Касательное отображение, регулярное значение. Прообраз регулярного значения.
- 12) Погружение, вложение, вложение в сильном смысле, подмногообразие. Теорема о связи образа вложения и подмногообразия. Формулировка леммы Сарда.
- 13) Слабая теорема Уитни.
- 14) Касательное расслоение.
- 15) Понятие ориентированного многообразия с краем. Край. Ориентация края гладкого ориентированного многообразия.
- 16) Риманова метрика, тензорный подход, существование. Прообраз, индуцированная метрика.
- 17) Тензоры, сумма, произведение, свертка, альтернирование и симметрирование тензоров.
- 18) Тензорные поля и полилинейные отображения.
- 19) Поднятие и опускание индексов у тензора.
- 20) Теорема о представлении тензора в виде суммы тензорных произведений простейших тензоров.
- 21) Дифференциальные формы и алгебраические операции над ними.
- 22) Представление дифференциальных форм в локальных координатах.

- 23) Ковариантный градиент векторного поля в евклидовом пространстве. Закон изменения коэффициентов связности при замене координат.
- 24) Ковариантный градиент тензорных полей произвольной валентности в евклидовом пространстве.
- 25) Аффинная связность. Ее свойства и характеристика ими.
- 26) Симметрическая связность, ассоциированная с римановой метрикой.
- 27) Формулы ковариантной производной по направлению и вдоль кривой.
- 28) Операция параллельного перенесения. Геометрическая интерпретация ковариантной производной. Связность на поверхности в евклидовом пространстве.
- 29) Сохранение длины и угла между векторами при параллельном перенесении.
- 30) Геодезические. Существование и единственность при заданных начальных условиях.
- 31) Экспоненциальное отображение. Теорема о существовании окрестности с условием единственности “короткой” геодезической.
- 32) Тензор кривизны Римана.
- 33) Свойства симметрии и косой симметрии тензора кривизны.
- 34) Формулы для компонент тензора кривизны римановой связности.
- 35) Тензор Риччи и скалярная кривизна. Связь с гауссовой кривизной поверхности.
- 36) Геометрический смысл компонент тензора Римана.
- 37) Теорема о независимости параллельного перенесения от кривой среди гомотопных при нулевом тензоре кривизны.
- 38) Внешний дифференциал и его свойства.
- 39) Понятие когомологий гладкого многообразия. Прообраз дифференциальной формы при гладком отображении.
- 40) Понятие интеграла дифференциальной формы по ориентированному многообразию. Независимость интеграла от выбора локальной системы координат.
- 41) Общая формула Стокса.
- 42) Объем риманова ориентированного компактного многообразия.

*) На экзамене к билету прилагаются задачи теоретического характера по заранее известному списку.

ЛИТЕРАТУРА

- 1) Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Г. *Современная геометрия*, М.: Наука, 1979.
- 2) Мищенко А.С., Фоменко А.Г. *Курс дифференциальной геометрии и топологии*, М.: Изд-во Моск. ун-та, 1980.
- 3) Рашевский П.К. *Риманова геометрия и тензорный анализ*. М.: Наука, 1967.
- 4) Хирш М. *Дифференциальная топология*, М.: Мир, 1979.